

APUNTES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA FORMA-  
CIÓN ACADÉMICA DEL GEÓGRAFO

Javier Martín Vide  
(Universidad de Barcelona)

El presente trabajo, que constituye uno de los paneles de la mesa redonda sobre "Las técnicas de cuantificación en la enseñanza curricular de la Geografía", es un conjunto de apuntes o notas acerca de la necesidad y puesta en práctica de la enseñanza de las matemáticas en la formación del geógrafo, fruto de la reflexión desde la doble vertiente personal de profesor de Geografía y matemático. No se pretende mostrar aquí de forma exhaustiva la compleja y diversa problemática que subyace en el título del panel, porque tal labor requeriría probablemente un trabajo profundo y previo de investigación epistemológica y conceptual sobre nuestra disciplina—la Geografía—, que, caso de haber sido afrontado y resuelto con éxito, nos retrotraería a problemas fundamentales, algunos ya largamente debatidos, aunque no siempre solucionados, que, creo, quedan fuera de los límites de la mesa redonda. Por otra parte, tampoco—y no es una mera excusación—debe un panel o texto introductorio o mantenedor de una mesa redonda ser un producto exhaustivo y conclusivo. Precisamente, es de esperar que quede ampliamente superado tras su puesta a debate o tras la reflexión colectiva que genere. Como punto de partida, pues, a tal debate, y con esa esperanza, he elaborado los siguientes apuntes, que pretenden estar trabados por un nexo claro y continuo.

1. INTRODUCCIÓN: ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA NECESIDAD DEL USO DE LAS MATEMÁTICAS EN GEOGRAFÍA

En primer lugar, si no como punto de partida, al menos como declaración de intenciones, siguiendo a varios autores, entre ellos a BEGUIN, H. (1984) en un reciente trabajo, nos

parece que el adjetivo "cuantitativa" que califica a este II Coloquio o el sustantivo "cuantificación", presente en el título de la mesa redonda y en el tema c), son fácilmente sustituibles por expresiones como "análisis geográfico matemático", "Geografía teorética" o "teórica", etc., porque la llamada Geografía cuantitativa—título consagrado y que pone énfasis en los especiales métodos y técnicas de análisis del positivismo frente al historicismo geográficos— es una manera de analizar los fenómenos geográficos por medio de la Matemática en sentido amplio, o, en pos de esta generalidad, de las matemáticas. Precisamente, como luego se verá, las mismas matemáticas han sido vinculadas con la cuantificación o la medición cuando muchas de sus partes no tienen nada que ver con ello.

El análisis estadístico al uso o convencional, que ha servido de soporte a la "revolución cuantitativa" en Geografía, dotó a ésta de un gran poder analítico y de explotación de los datos de partida y, en general, de un mayor rigor y precisión científicos. Pero si, como parece, se tiende, y se impone, ya desde sus inicios, al desarrollo de una geografía teórica, o de una teoría geográfica o reflexión teórica en Geografía, hemos de recurrir al apoyo de las matemáticas. El cuerpo teórico que necesita la Geografía puede estar en algunos modelos apriorísticos matemáticos, "listos para su uso" —en expresión de HARVEY, D. (1969)—. Al tiempo, el mismo lenguaje matemático nos aportará el rigor y la concisión que requiere tal reflexión teórica. Nótese que el análisis estadístico convencional o al uso es un útil poderoso en la explicación geográfica, que permite analizar datos y contrastar hipótesis, pero no formular un cuerpo teórico (excluimos los modelos estocásticos). La construcción de una teoría geográfica rigurosa compuesta de axiomas y de deducciones, teoremas y corolarios, requiere el análisis matemático puro, que con sus estructuras lógicas constituye

un sistema lingüístico formal, al menos desde la primera mitad del siglo XX. En ese momento quedó reducido a cero o relegado a metamatemática el pequeño "residuo intuitivo" (QUEYSANNE, M., 1964) que aún existía en la etapa anterior —la de las matemáticas axiomáticas—, hablándose desde entonces de etapa de las matemáticas formalizadas. Con razón se ha dicho que las matemáticas son el lenguaje, el auténtico lenguaje de la ciencia.

A la vista de lo anterior, podríamos plantear los antinomios siguientes:

Estadística convencional	/	Matemáticas
análisis estadístico	/	análisis matemático
útil analítico	/	sistema lingüístico
tratamiento y análisis de	/	formulación de leyes y mo-
datos		delización
cuantitativismo	/	matematización
técnicas y métodos cuanti-	/	teoría geográfica
tativos en Geografía		
Geografía "cuantitativa"	/	Geografía teórica o teoré-
		tica

De donde, en el conocido esquema con que JOHNSTON, R.J. (1978) resume el conjunto de procesos del método científico positivista, la parte superior del mismo (axiomas-deducciones-modelo-hipótesis) compete a las matemáticas, mientras que la inferior (datos-evaluación de hipótesis) es objeto de la Estadística convencional.

Pero de todo lo anterior no debe inferirse que Estadística y Matemática constituyan disciplinas separadas o antinómicas, sino que, por el contrario, la Estadística puede suponerse inmersa en las matemáticas, al igual que la Geometría, la Aritmética u otras materias. Al fin y al cabo es posible fundamentar axiomáticamente y desarrollar formalmente el concepto de probabilidad, la geometría proyectiva o los números naturales, por poner un ejemplo de cada una de las materias citadas. La Estadística, desde la perspectiva



del matemático, es una parte de las matemáticas. En los mismos planes de estudios de esta licenciatura hay alguna asignatura con el título de Estadística(o Estadística y Cálculo de probabilidades, etc.). Y esta asignatura es presentada con un rigor teórico y formal comparable a otras.

Pero si es la Estadística o, con más precisión, la Estadística que hemos denominado convencional, al uso o práctica la que dota al geógrafo de un potente y objetivo análisis para tratar un gran conjunto de datos y para verificar con ellos las hipótesis planteadas, son, en cambio, otras partes de las matemáticas las que nos van a suministrar un ingente y acabado cuerpo teórico, del que el geógrafo cuantitativo puede y debe servirse en la construcción de la teoría geográfica. Así, por ejemplo, en la teoría de conjuntos—una parte de las matemáticas cuyos fundamentos pueden adquirirse sin bagaje matemático previo— puede estar, según ATKIN, R. H.(1974), la clave del estudio científico de actividades humanas. Para este autor lo fundamental se centra en los procesos de identificación de conjuntos y en el conocimiento de las propiedades estructurales de sus relaciones. O, la misma teoría de conjuntos es introducida con precisión y con numerosos ejemplos geográficos en GATRELL, A.(1983), tras haber adoptado que los espacios son relaciones sobre conjuntos de objetos y que la distancia es un tipo de relación. La teoría de grafos es, por ejemplo, otra candidata ideal para el desarrollo de algunos temas de la Geografía teórica (TINKLER, K. J., 1979). En éstos y en otros muchos casos podremos aprovechar las deducciones y los teoremas demostrados de las matemáticas para obtener conocimiento sobre nuestros problemas geográficos. Ello, ciertamente, exigirá—punto fundamental y delicado— una adecuada y correcta identificación o proyección entre los objetos matemáticos y los geográficos. Se tratará de proyectar el problema geográfico empírico a alguna teoría o modelo matemático, cuyos teoremas



y conclusiones se convertirán en sus soluciones, una vez "deshecha" la proyección. De esa manera habremos interpretado el lenguaje o la teoría matemática utilizada. Es decir, en esa teoría matemática puramente formal, o sintaxis, habremos dado un significado a sus términos, o semántica. Pero lo importante para nosotros será haber resuelto el problema geográfico.

## 2. LAS MATEMÁTICAS EN LAS OBRAS GEOGRÁFICAS RECIENTES

Fruto y reflejo de lo dicho en el apartado anterior, del creciente interés por el desarrollo de una teoría geográfica rigurosa, aunque en algún caso —y no descalificable— simple recurso a un lenguaje pulcro y exacto, es el empleo cada vez más profuso de las matemáticas en las obras geográficas. Esto es indiscutible, por más que los detractores de la Geografía cuantitativa, que lo son siempre del empleo de las matemáticas en Geografía —véase que ellos suelen reconocer su vinculación aunque sea fruto de la errónea asimilación entre las matemáticas y la cuantificación— se esfuercen en demostrar que tal uso está en decadencia. Cualquiera de nosotros con acceso a una biblioteca especializada en Geografía, sea exclusivamente o no —pongamos la biblioteca de consulta de nuestros departamentos universitarios—, puede comprobar tal aserto en las obras más recientes. Esta comprobación la hemos verificado en la biblioteca del Departamento de Geografía de la Universidad de Barcelona, donde un amplio muestreo sobre la lista bibliográfica de las últimas adquisiciones mostró la existencia de un número importante, alrededor del 30%, en el que la lectura de alguna de sus partes exigía el conocimiento de ciertos conceptos matemáticos que no siempre poseen nuestros alumnos, ni el mismo profesorado. En el mencionado muestreo se prescindió, como parece normal, de las obras cuya primera edición en la lengua vernácula poseía una antigüedad superior a diez años, de aquéllas que

cabe calificar como no expresamente geográficas —textos de economía, por ejemplo— y de algunas otras no temáticas ni metodológicas. Y nótese finalmente que nuestro experimento se ha referido exclusivamente a obras, no a artículos ni demás trabajos.

El porcentaje arriba indicado resulta sorprendentemente elevado, toda vez que la adquisición de obras en el mencionado departamento se efectúa a partir de las desideratas del profesorado. Un profesorado, no lo olvidemos, mayoritariamente no proclive al uso de las matemáticas en Geografía. En bastantes casos —esto es una mera suposición, pero, creo, válida y significativa— el profesor eligió es sus pedidos un libro por un sugestivo título en su campo de trabajo, a falta de otras referencias, comprobando luego, presumiblemente con sorpresa, que su contenido o su tratamiento, respondiendo al título, era marcadamente matemático o utilizaba matemáticas. Hemos constatado que en un notable porcentaje tales obras nunca han sido consultadas en préstamo, lo que no deja de ser paradójico, aunque no tanto si se tiene en cuenta la dificultad señalada para el solicitante (como anécdota, la obrita de ROSSIER, P. (1953), con el título de Géographie mathématique, en realidad un breve manual sobre fundamentos de Geodesia, Cartografía y Astronomía, no ha debido ser jamás leída, como delatan sus páginas unidas, tal vez por el temor al adjetivo de su título).

En algún caso la dificultad de comprensión va a ser casi insuperable. Citemos al respecto la impresionante obra de WEBBER, M. J. (1979), profesor de Geografía en Ontario, para cuya comprensión se requiere ser al menos un buen matemático. El aspecto formal de este libro es similar al de los textos densos de cualquier curso universitario de la licenciatura de Matemáticas. Las definiciones, lemas, demostraciones, corolarios, etc., numerados, partiendo de las definiciones de espacio muestral y de espacio de probabilidad y

utilizando los cálculos infinitesimal, diferencial, integral y matricial, hacen de él un libro de Geografía urbana formalizada matemáticamente. Pero con esta excepción, en la mayoría de los libros analizados las matemáticas utilizadas no exigen del lector, para su comprensión íntima, unos conocimientos en modo alguno superiores a los que precisa un economista o un biólogo, por citar dos profesionales en ciencias relacionadas con los campos de la Geografía humana y de la física. No obstante, ese bagaje, que luego concretaremos, no es poseído en general por nuestros alumnos, ni, muchas veces, por el mismo profesorado.

### 3. CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS QUE PRECISA EL ALUMNO DE GEOGRAFÍA

Llegados a este punto, podríamos preguntarnos qué conocimientos debe poseer el alumno de Geografía o el mismo profesor—aquí no debe admitirse distinción—. Y al tiempo, cómo debe alcanzar el primero esos conocimientos.

La respuesta sucinta a la primera cuestión es: aquéllos que le permitan acceder, con garantía de comprensión, a los trabajos geográficos modernos. No puede pretenderse, por supuesto, convertir al geógrafo en un matemático, como ya se ha dicho, por otra parte, y largamente, del geógrafo y el estadístico. Ello tampoco se hace con el economista o con el biólogo. La Matemática debe ser un útil más que, como científico, el geógrafo está, diríamos, obligado a conocer en sus bases y, con cierta profundidad, en los apartados o temas de mayor aplicación en su campo de trabajo. Esto mismo hacen los otros dos profesionales aludidos. Rechacemos, pues, el peligro que algunos quieren ver en la introducción de las matemáticas en Geografía. Ellas no van a convertir nuestra ciencia en otra distinta; van, en todo caso, a dignificarla como ciencia. Y si no, si los resquemores persisten, véase lo que ha ocurrido en otros campos, quizás menos versátiles,



en un principio, al empleo de las matemáticas, como en la Lingüística, por ejemplo.

El repaso a la bibliografía geográfica de publicación reciente, así como la guía de algunos —aún escasos— manuales sobre "matemáticas para geógrafos", nos ha permitido esbozar en el último apartado un programa con los grandes temas de matemáticas que el geógrafo debería conocer.

La segunda pregunta planteada da pie a varias consideraciones de tipo práctico y pedagógico. Parece que si nuestros estudiantes se encuentran con serias dificultades a la hora de seguir algunas obras geográficas, donde el empleo de las matemáticas es frecuente —sean o no recomendadas en sus cursos—, por tener una formación matemática rudimentaria o por haber perdido la necesaria práctica, son los departamentos de Geografía los que deben ofrecer el remedio —"remedial mathematics", en expresión de HEPPLÉ, L.W. (1977)—. ¿Cómo puede ello llevarse a la práctica? Caben, al menos, tres posibilidades, a saber: a) la impartición de temas específicos de matemáticas en los cursos o asignaturas concretos que los requieran, b) la existencia de cursos de "matemáticas para geógrafos" dentro de la licenciatura de Geografía y c) la posibilidad, reglamentada administrativamente (con convalidación o validez curricular), de que el alumnado pueda cursar asignaturas de matemáticas en facultades o centros universitarios distintos al que pertenece (particularmente, en la Facultad de Ciencias Matemáticas).

La primera posibilidad, que en general no despierta grandes suspicacias en el profesorado, presenta el inconveniente de que particulariza el empleo de determinados temas matemáticos a casos muy concretos, lo que, sin ser grave, orienta al alumno hacia aplicaciones restringidas y empobrecedoras de las matemáticas en Geografía. La segunda propuesta, si se plantea el curso o los cursos con un programa bien estudiado, ha de permitirle el máximo aprovechamiento de los

conceptos impartidos en los temas geográficos y la posibilidad de continuar el aprendizaje. El mayor inconveniente de su puesta en práctica estriba en que tales cursos no son bien vistos como integrantes de una licenciatura en Geografía o en Geografía e Historia (bastante amplio es el campo o el objeto de la Geografía como para que, además, debamos enseñar matemáticas a los estudiantes —piensan algunos—). La tercera propuesta plantea de entrada problemas prácticos y, en especial, pedagógicos de muy difícil solución.

Entre los primeros problemas: ¿podría el alumno compatibilizar con desahogo su horario académico con la asistencia a un curso de matemáticas en una facultad distinta a la suya —en algún caso a cierta distancia física—, ¿en qué momento de su licenciatura debería hacerlo para que, sin que supusiera menoscabo en su formación estrictamente geográfica, pudiera aprovecharse al máximo de las nuevas enseñanzas? o ¿no se sentiría una buena parte del alumnado algo retraída a cursar una asignatura considerada difícil en un centro ajeno al suyo? Pero son las dificultades pedagógicas las de un peso fundamental. Desde mi punto de vista de matemático, creo que un alumno de Geografía no va a encontrar ninguna asignatura de la amplia gama que ofrece la licenciatura en Ciencias Matemáticas que le dé la asistencia de conocimientos que necesita. La gran mayoría de ellas poseen un nivel elevado, requiriendo obligadamente para su comprensión cursos o asignaturas previos. Un buen número, incluyendo las de primer curso, presentan un alto grado de abstracción, que, de entrada, va a suponer un severo obstáculo para ese futuro geógrafo, acostumbrado a otro lenguaje más inmediato y dirigido a objetos más concretos. Y ninguna de ellas abarcará en su totalidad los campos básicos que él requiere. Son, por así decirlo, excesivamente específicas, abstractas y superiores. No hace falta decir que difícilmente superará con éxito, académico o personal, tal tipo de materias. Pero puede buscar la ofer-

ta de asignaturas de matemáticas en otras facultades y centros universitarios, como en la Facultad de Económicas, en las escuelas de Ingeniería, etc. Aunque no con tanta complejidad, será también en estos casos dificultoso atinar con la asignatura adecuada, porque bastantes de ellas están demasiado dirigidas a los campos de interés de la licenciatura o de las enseñanzas en que se encuadran.

Por todo lo dicho, creemos que la solución más satisfactoria es la implantación en la licenciatura de Geografía de una asignatura de "matemáticas para geógrafos" (el nombre o título definitivo admite, obviamente, múltiples denominaciones).

Y al hilo de lo precedente, podríamos preguntarnos qué tipo de obras o textos de referencia ha de constituir el material básico de consulta del alumnado en esos cursos. Tres volverían a ser en este caso las posibles respuestas: a) obras escritas por matemáticos, b) obras preparadas por economistas, ingenieros, biólogos u otros científicos y c) obras escritas por geógrafos o por profesores vinculados a la enseñanza de la Geografía. Las primeras presentan para el estudiante de Geografía el grave inconveniente—ya señalado—de que suelen ser considerablemente abstractas, sumiéndole en el desánimo tras muy pocas páginas de lectura costosa. Esto, en cierta medida, es obviado en las segundas, donde se suelen recoger temas y aplicaciones de interés para el respectivo profesional, aunque no siempre para el geógrafo. Parece que el tipo de texto más apropiado es el escrito por el propio geógrafo, sobreentendida su sólida formación matemática, donde los temas, aplicaciones y ejercicios prácticos, que, naturalmente, han de constituir parte importante, y hasta conductora, de tal obra, sean específicamente geográficos. Aunque escasos, pueden ya citarse algunos textos de este tipo, con diferentes enfoques: WILSON, A.G. y KIRKBY, M.J. (1975), SUMNER, G.N. (1978) y THOMAS, R.W. y HUGGETT, R.J. (1980).



Cabe, por último, preguntar a qué nivel debe el geógrafo plantearse el aprendizaje de las matemáticas. Pues, en buena medida, a un nivel instrumental y a otro metodológico, como ya señalaba CASTRO, C. (1982) para el caso de la Estadística. Las matemáticas van a ser una herramienta básica y poderosa para el geógrafo, cuyos mecanismos y funcionamiento en los temas de su interés debe conocer, diríamos, con soltura rutinaria. Pero, su talante de científico en relación con el perfeccionamiento, el avance y la investigación de nuevas soluciones a sus problemas le obliga a adquirir, en su aprendizaje, aquellas nociones y conceptos fundamentales. Por poner un ejemplo, el geógrafo debe saber obtener las derivadas de funciones ordinarias, para lo cual basta que tenga a mano una tabla de derivadas y que haya resuelto algunos casos. Pero sería muy necesario que conociera y aquilatara el concepto de derivada de una función en un punto, sin exigirle, quizá, las demostraciones de los teoremas de derivación y de las fórmulas de su tabla de derivadas. Bastaría, pues, que, por una parte, supiera calcular la derivada de  $y = \ln(e^x/e^x - 1)$ , por ejemplo, y, por otra, comprendiera el significado y el desarrollo de:

$$f'(x_1) = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1) - f(x_1)}{\Delta x_1}, \text{ partiendo}$$

de  $y = f(x)$ .

#### 4. GRANDES TEMAS DE MATEMÁTICAS A INCLUIR EN UN PROGRAMA DE "MATEMÁTICAS PARA GEÓGRAFOS"

A modo de epílogo, podemos señalar, tras la consulta de los textos de "matemáticas para geógrafos" citados en el apartado anterior, y de otras obras, los grandes temas que pueden conformar un programa de un curso con un título como el entrecorrido o similar. Vamos a señalar sólo los epígrafes generales, sin desglosarlos en detalle, ni mencionar las aplicaciones geográficas y los ejercicios a desarrollar, ni más indicaciones pedagógicas que las mencionadas en el

apartado anterior, que superarían el marco del presente panel. Los grandes temas serían:

- 1.Elementos de Aritmética y Geometría.
- 2.Logaritmicación.Progresiones.Combinatoria.
- 3.Trigonometría y vectores.
- 4.Álgebra elemental.Ecuaciones.
- 5.Teoría de conjuntos.Estructuras algebraicas.
- 6.Aplicaciones y funciones.
- 7.Geometría analítica.
- 8.Álgebra matricial.
- 9.Teoría de la probabilidad.
- 10.Elementos de Topología.Teoría de grafos.
- 11.Elementos de Cálculo infinitesimal.
- 12.Derivación.
- 13.Integración.
- 14.Ecuaciones diferenciales elementales.
- 15.Procesos estocásticos.

El desarrollo de este programa, con las aplicaciones pertinentes, a los niveles de aprendizaje instrumental y metodológico señalados, y suponiendo unos conocimientos matemáticos rudimentarios por parte del alumnado, exigirá probablemente la existencia de dos asignaturas, una continuación o, mejor, ampliación de la otra, que, creemos, deberían impartirse, con el rango de asignaturas instrumentales, en los cursos primero y segundo de la licenciatura en Geografía o en Geografía e Historia.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ATKIN, R.H.(1974): Mathematical structure in human affairs. London, Heinemann.
- BAILLY, Antoine S.(et al)(1984): Les concepts de la géographie humaine. Paris, Masson.
- BEGUIN, Hubert(1984): "Analyse quantitative", in BAILLY, A.S. (1984), pp.163-171.
- CASTRO, Constancio de(1982): "Elementos de Metodología Descriptiva para el Análisis Espacial", Luz, 5, pp.409-471, San Sebastián, I.N.G.E.B.A.
- GATRELL, Anthony(1983): Distance and Space: A Geographical Perspective. Oxford, University Press.
- HARVEY, David(1969): Explanation in Geography. London, Arnold.
- HEPPLE, L.W.(1977): "Mathematics in geography", Progress in Human Geography, I, 3, pp.525-527.
- JOHNSTON, R.J.(1978): Multivariate statistical analysis in geography. A primer on the general linear model. London, Longman.
- QUEYSANNE, Michel(1964): Algèbre. Paris, Colin.
- ROSSIER, Paul(1953): Géographie mathématique. Paris, Société d'Éditions d'Enseignement Supérieur.
- SUMNER, Graham N.(1978): Mathematics for Physical Geographers. London, Arnold.
- THOMAS, R.W. y HUGGETT, R.J.(1980): Modelling in geography: a mathematical approach. London, Harper and Row.
- TINKLER, Keith J.(1979): "Graph theory", Progress in Human Geography, 3, 1, pp.85-116.
- WEBBER, M.J.(1979): Information Theory and Urban Spatial Structure. London, Croom Helm.
- WILSON, A.G. y KIRKBY, M.J.(1975): Mathematics for geographers and planners. Oxford, Clarendon Press.



LAS TÉCNICAS DE CUANTIFICACIÓN Y LA ENSEÑANZA CURRICULAR DE LA  
GEOGRAFÍA EN LA FACULTAD DE GEOGRAFÍA E HISTORIA DE LA UNIVERSIDAD  
DE BARCELONA

José M. Raso Nadal  
(Universidad de Barcelona)

Cuando ha transcurrido casi un cuarto de siglo desde que BURTON (1963) considerara la revolución cuantitativa como definitivamente consumada, todavía no se requiere en la Facultad de Geografía e Historia de la Universidad de Barcelona el conocimiento de las más elementales técnicas estadísticas o matemáticas para la conclusión de la licenciatura de Geografía. El actual plan de estudios, que se mantendrá vigente al menos durante el curso 1985-86 próximo a comenzar, no incluye materia alguna dedicada específicamente a la presentación de técnicas cuantitativas selectivamente apropiadas para su aplicación en el campo de la investigación geográfica. Sin embargo, desde 1969, la Facultad, entonces de Filosofía y Letras, ha venido ofreciendo a los estudiantes de Geografía la oportunidad de cursar al menos una materia optativa, básicamente de estadística general, como alternativa a una de las evidentes deficiencias de los sucesivos planes de estudio adoptados durante los últimos tres quinquenios. A lo largo de éstos, la oferta real de materias cuantitativas sólo ha experimentado una discreta evolución de matices contrapuestos, en cuya valoración cabe distinguir dos etapas. La primera estaría marcada por la introducción de materias cuantitativas en la Facultad de Filosofía y Letras y comprendería de 1969 a 1976, dos años después de la divi-

si3n administrativa de esta facultad, y la segunda por la consolidaci3n de la Estadística en la Facultad de Geografía e Historia y abarcaría los últimos nueve años.

#### 1.- LA INTRODUCCIÓN DE ASIGNATURAS CUANTITATIVAS EN LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

La impartición de asignaturas dedicadas al estudio y difusión de técnicas cuantitativas fue una de las novedades contempladas por el plan de estudios que en 1969 propuso la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad de Barcelona y, tras la oportuna aprobación, fue implantado el año académico 1969-70. Por primera vez, los alumnos vinculados al Departamento de Geografía de esta Universidad tenían la oportunidad de cursar materias cuantitativas a lo largo de la licenciatura. Otro atractivo no menos querido por el propio departamento fue el reconocimiento de la especialidad de Geografía, que se materializó en el año 1971-72 al concluir sus estudios la primera promoción acreedora de un título con la denominación específica de la Sección de Geografía.

El Plan 1969, también conocido como Plan Maluquer, por ser el Dr. Joan Maluquer de Motes, a la sazón decano de la Facultad, su principal inspirador, ofrecía dos posibilidades para la introducción y difusión de técnicas cuantitativas entre los alumnos de Geografía. En primer lugar, autorizaba la organización de un limitado número de asignaturas cuatrimestrales, de carácter optativo, destinadas a alumnos de segundo ciclo, cuya temática y contenidos podía modificarse anualmente a propuesta de cada departamento. Esta circunstancia fue inmediatamente aprovechada para el establecimiento de una materia denominada Geografía cuantitativa que consistía esencialmente en una introducción a la Estadística. En el curso 1971-72, la oferta se completó con otra materia del mismo tipo intitulada Introducción a las Matemáticas. El conjunto de ambas asignaturas representó aproximadamente un curso de estadística,

en coherencia con lo cual pasaron a designarse Estadística I y II respectivamente durante el curso 1974-75.

En segundo término, los alumnos de Geografía tenían además la posibilidad de cursar como optativas las materias de estadística ofrecidas por el Departamento de Psicología. Se trataba de dos cursos anuales, Estadística I y II, de contenido teórico y práctico, cuya denominación coincidente con la de las asignaturas cuatrimestrales anteriormente aludidas fue posible precisamente a partir de 1974, tras la división de la Facultad de Filosofía y Letras en tres, una de las cuales sería la de Geografía e Historia, y pasar a depender los departamentos responsables de su organización de facultades distintas. El Departamento de Psicología impartía asimismo, todos los años, sendas materias cuatrimestrales de carácter eminentemente práctico, motivo por el cual recibían el nombre de Prácticas de Estadística I y II respectivamente.

La propia división de la facultad y la introducción de un nuevo plan de estudios en 1974, concebido desde el Ministerio de Educación para su aplicación en todas las universidades españolas, el conocido como Plan Suárez, apenas comportaron una modificación efectiva de la oferta, siempre optativa, de materias cuantitativas hasta el curso 1976-77, cuando este plan fue completamente abandonado, al menos en la Facultad de Geografía e Historia de la Universidad de Barcelona. En realidad, el Plan Suárez sólo llegó a aplicarse a los primeros cursos de licenciatura y las tres facultades resultantes de la aludida división mantuvieron estrechos vínculos en tanto compartían las directrices comunes del antiguo Plan Maluquer, vigente en los últimos cursos de licenciatura mientras se cumplía su progresiva extinción. Los alumnos del Departamento de Geografía podían optar de igual modo que hasta 1974 por las asignaturas de Estadística organizadas por el Departamento de Psicología, si bien el número de los que ejercían esta opción, siempre modesto, fue cada año menor. Por otro lado, el propio Departamento de Geografía dejó de ofrecer, el año 1975-76, una de las



dos asignaturas cuatrimestrales de estadística impartidas el curso anterior.

Tras la coexistencia de los dos planes de estudio aludidos entre los cursos 1974, así denominado como consecuencia de la aplicación parcial de un decreto destinado a instaurar una coincidencia entre años académicos y años naturales que nunca habría de producirse, y 1976-77, en el cual se introdujo con carácter experimental una reorganización de las asignaturas destinadas a los alumnos de nuevo ingreso, se procedió a la elaboración de un nuevo plan de estudios, cuya implantación a partir del curso siguiente aceleraría la liquidación de los nexos académicos mantenidos con las restantes dos facultades nacidas a partir de la anterior división de la Facultad de Filosofía y Letras.

## 2.- CONSOLIDACIÓN DE LA ESTADÍSTICA EN LA FACULTAD DE GEOGRAFÍA E HISTORIA

La aplicación a partir de 1977-78 del plan de estudios que, con ligeras modificaciones, se ha mantenido vigente a lo largo de los últimos ocho años y tiene garantizada su continuidad al menos durante el próximo curso, se hizo extensible, desde el primer instante de su establecimiento, a la totalidad de los cursos de licenciatura. A este fin se arbitró la oportuna adaptación de los currícula de los distintos alumnos al nuevo plan, la cual no revistió gran complejidad gracias a la generosa optatividad ofrecida por éste y a su similitud con el Plan Maluquer, todavía hasta entonces parcialmente en vigor, el mantenimiento del cual, aunque en la precaria situación a extinguir, pudo evitar una solución de continuidad en la impartición de materias cuantitativas.

El nuevo plan garantizaba la existencia de, al menos, un curso anual de estadística a impartir durante tres horas semanales, frente

a las dos previstas en el Plan Maluquer que, en cambio, contaba con dos cursos anuales de distinto nivel. La pérdida respecta a este último plan de un curso anual de estadística no acarrió un menoscabo de las posibilidades reales de difundir entre los alumnos de Geografía una serie de técnicas cuantitativas útiles en su labor académica e investigadora. La nueva asignatura contaría con un número de horas lectivas equivalente al 75 por ciento de las totalizadas por las dos anteriormente dependientes del Departamento de Psicología, pero se libraba de la inevitable servidumbre a este departamento, cuyos intereses y exigencias están generalmente lejos del análisis geográfico. La materia no se adscribió a ningún departamento en particular por considerar que podía interesar en mayor o menor medida a todos los alumnos de la facultad, aun cuando la mayoría de los matriculados haya estado siempre constituida, pero sobre todo los últimos años, por aspirantes a obtener la licenciatura en la sección de Geografía.

Aunque inicialmente concebida como optativa, la Estadística fue incluida a partir de 1978-79 en el curso de adaptación exigido a los diplomados en Profesorado de E. G. B. del Plan 1971 por la especialidad de ciencias sociales para acceder al segundo ciclo de la licenciatura de Historia contemporánea y, desde 1979-80, en el denominado curso de preadaptación que debían seguir los mismos diplomados, pero por especialidades distintas a la de ciencias sociales, o los procedentes de planes anteriores al de 1971, antes de optar a los cursos de adaptación requeridos para iniciar el segundo ciclo de las licenciaturas de Geografía, Antropología y Geografía e Historia general. El importante número de alumnos que se encontraban en alguna de estas situaciones permitió incrementar los tres grupos originariamente establecidos por la facultad hasta cinco, pero sólo entre 1980-81 y 1982-83. A partir del año 1983-84, estos cinco grupos han quedado nuevamente reducidos a tres, en parte debido a imperativos de reestructuración del profesorado de la facultad, pero sobre todo a consecuencia de una drásti-

ca disminución de los alumnos matriculados en la asignatura, esencialmente explicable por el lógico descenso anual del número de diplomados en Profesorado de E. G. B. procedentes de planes anteriores al de 1971 entre los candidatos a los cursos de preadaptación.

La actual condición de la Estadística como asignatura "de facultad", sin permanecer adscrita a ningún departamento, no impide su des-tada vinculación con el de Geografía, origen de la mayor parte del alumnado que cursa la materia y de dos de los tres profesores responsables de su impartición.

El vigente plan de estudios, a semejanza del Plan Maluquer, permite la organización de asignaturas cuatrimestrales. Esta posibilidad no ha sido utilizada por el Departamento de Geografía, al menos de una manera continua como lo hizo durante el periodo comprendido entre 1969 y 1977, para la presentación y difusión de técnicas cuantitativas especialmente aplicables a la preparación de trabajos geográficos. Los únicos cursos concebidos a este fin e impartidos durante los últimos ocho años se reducen a dos asignaturas cuatrimestrales dedicadas a la aplicación de la informática en la geografía de la población y una destinada a facilitar y fomentar el uso de diversas técnicas cuantitativas en climatología. Las tres asignaturas se impartieron tan sólo durante dos años consecutivos y no se ha dispuesto su inclusión, ni la de cualquier otra consagrada a la aplicación de técnicas cuantitativas en Geografía, en el plan de ordenación académica del próximo curso 1985-86.

En definitiva, el curso anual de Estadística, cuyos nexos con el Departamento de Geografía han sido anteriormente subrayados, representa la única posibilidad ofrecida regularmente por la facultad a los estudiantes de este departamento para su iniciación en el conocimiento y aplicación de técnicas cuantitativas aptas para el análisis geográfico. De ahí que, en los apartados siguientes, se dedique una especial atención tanto al programa de la asignatura como a las condiciones de su desarrollo a lo largo del curso.



### 3.- EL PROGRAMA DE ESTADÍSTICA

La elaboración del vigente programa de Estadística estuvo orientada por un objetivo esencial, el de facilitar el conocimiento práctico de una serie de técnicas cuantitativas sencillas a los alumnos de la Facultad de Geografía e Historia interesados en su aplicación a problemas de naturaleza diversa.

La selección de los temas del programa no podía ser ajena a dos hechos actualmente obvios. En primer lugar, la existencia de unos receptores potenciales más cautivados, en general, por la Geografía, la Historia o la Antropología que por cualquiera de las ramas de las Matemáticas, disciplina de la cual, por otro lado, no suelen disponer de una base muy sólida. Y, en segundo término, la duración efectiva de los cursos, en ningún caso superior a ocho meses incompletos. Se trataba de proponer unos contenidos susceptibles de ser desarrollados en su totalidad durante los días lectivos disponibles, sin requerir de los alumnos un enfrentamiento con graves dificultades para su conocimiento, comprensión, aplicación y valoración. Una vez ha remitido, en los últimos años, la conflictividad académica que alcanzó su punto más álgido a mediados y finales de la década 1970-80 y de la que la Facultad de Geografía e Historia de la Universidad de Barcelona fue uno de los centros más afectados, se ha podido comprobar la existencia de un ajuste satisfactorio de las clases necesarias para el desarrollo del programa a las impartidas cada año. En cuanto a los alumnos que durante el último quinquenio no han conseguido demostrar un aprovechamiento aceptable de la asignatura, su proporción puede fijarse entre un cuarto y un tercio de los matriculados, la mayor parte de los cuales sometidos a obligaciones laborales difíciles de compaginar con los requerimientos académicos.

Los contenidos seleccionados se presentan estructurados en diez

temas. Los dos primeros están dedicados al análisis descriptivo de los datos y comprenden los siguientes puntos esenciales:

- Conceptos preliminares
- Tabulación y representación gráfica de datos
- Medidas de tendencia central y de dispersión
- Medidas de forma
- Medidas de concentración

El desarrollo de ambos temas requiere la dedicación de los dos primeros meses del curso, de manera que el inicio del tercero suele coincidir con el mes de diciembre. Éste consiste en una introducción a la teoría de la probabilidad y trata básicamente de los extremos siguientes:

- Concepto de probabilidad
- Teorema de las probabilidades compuestas
- Teorema de las probabilidades totales
- Teorema de Bayes
- Análisis combinatorio

La presentación de estas cuestiones con la correspondiente realización de ejercicios prácticos ocupa la mayor parte de los días lectivos de diciembre, máxime si se reserva uno o dos de ellos para la evaluación de la labor realizada durante los meses precedentes. Sin embargo, en circunstancias óptimas, es posible empezar el cuarto tema que, con el título "Leyes de probabilidad de una variable", se ocupa de la presentación de las siguientes distribuciones:

- Binomial
- Multinomial
- De Poisson
- Normal
- Gamma incompleta

Es evidente que se trata de un tema perfectamente apropiado para soportar el trastorno que representa la interrupción de las clases con

motivo de las vacaciones de fin de año, antes de las cuales únicamente resulta factible tratar sobre las dos o tres primeras distribuciones, es decir, la binomial, multinomial y, en el mejor de los casos, la de Poisson.

La conclusión de este tema y del siguiente, cuyo contenido incluye tres pruebas de ajuste de distribuciones empíricas mediante distribuciones teóricas,

- La recta de Henry
- La prueba de Kolmogorov
- La prueba  $\chi^2$

se prevé para finales de febrero. Las restantes clases del segundo trimestre se colman con la impartición de los temas sexto y séptimo, e incluso puede resultar difícil su conclusión antes de la primera o segunda semana de abril, según la distribución del periodo lectivo, variable de unos años a otros. Constituyen una introducción a la estadística inferencial, cuyos puntos más destacados son:

- Concepto y tipos de muestreo
- Teorema del límite central y error muestral
- Estimación de parámetros a partir de muestras grandes y pequeñas
- Comparación entre un valor observado y uno teórico
- Comparación entre dos valores observados
- Análisis de variancia

Una vez desarrolladas todas estas cuestiones, únicamente se dispone de un mes y medio hábiles para la presentación y estudio de las técnicas de relación entre dos variables incluidas en los tres últimos temas del programa, el octavo, noveno y décimo, que, en síntesis, se ocupan de estas cuestiones:

- Contingencia y correlación
- Coeficiente de correlación por producto de momentos de Pearson
- Coeficiente de correlación ordinal de Spearman
- Regresión lineal
- Análisis de series temporales



Una posible pérdida de jornadas lectivas superior a la media docena exigiría una intensificación en el ritmo de presentación de los contenidos del programa y, en definitiva, una aceleración relativa del proceso didáctico capaz de comprometer, al menos parcialmente, el dominio cognoscitivo de la asignatura que se pretende lleguen a conseguir los alumnos.

#### 4.- LAS CLASES DE ESTADÍSTICA Y LA EVALUACIÓN DE SU APROVECHAMIENTO

El planteamiento de las clases de Estadística tiene presente el carácter eminentemente instrumental de la asignatura, tanto para los estudiosos de la Geografía, como de la Historia o de la Antropología. Atraerá a todos ellos en tanto en cuanto les ofrece el dominio de unas técnicas importantes y, en muchos casos, imprescindibles para el análisis e investigación de determinados fenómenos o acontecimientos tradicionalmente específicos de cada una de estas ciencias, así como para el planteamiento y solución de nuevos problemas. En consecuencia, se propone potenciar la aplicación de tales técnicas, aun a costa de imprimir a las clases un enfoque eminentemente práctico y de limitar el planteamiento de cuestiones teóricas a aquellos aspectos imprescindibles para la comprensión, aplicación y valoración de los contenidos del programa.

Las exposiciones teóricas no constituyen más que una exigencia en el proceso de aprendizaje de unas técnicas de trabajo. De ahí que se evite cuidadosamente toda solución de continuidad entre la presentación de cada cuestión teórica y la formulación de ejercicios prácticos. La necesidad de redundar en la realización de estos últimos exige, ordinariamente después de cada sesión, la proposición de problemas para su resolución fuera del horario de clases y posterior corrección colectiva en el aula. De esta forma se favorece una mejor comprensión y fijación de los puntos tratados cada jornada lectiva, sobre todo entre quienes ocasionalmente se enfrentan con una dificultad puntual y, por

supuesto entre los alumnos que en general precisar esforzarse más para seguir la asignatura. Unos y otros disponen en todo caso de la oportunidad de recurrir al profesor durante al horario de visitas. Se pretende evitar, en la medida de lo posible, la existencia de alumnos "descolgados" de la clase y candidatos al fracaso en el aprovechamiento o al abandono de la asignatura, sin retardar el ritmo que deben mantener las clases para garantizar el desarrollo de la totalidad del programa durante el curso.

La tendencia excesivamente arraigada entre los estudiantes de nuestras facultades a diferir la preparación de todo tipo de exámenes o evaluaciones a las vísperas de la fecha fijada para su verificación es un hábito siempre nefasto, pero resulta particularmente peligroso para los alumnos matriculados en un curso de estadística, quienes no pueden confiar en el socorrido recurso a un esfuerzo puramente memorístico de última hora, por la propia naturaleza de la materia, máxime si los exámenes se plantean exclusivamente a base de problemas. Entre los objetivos asignados a la diaria realización y corrección de ejercicios, por un lado, y la convocatoria de pruebas parciales, por otro, el primordial es el de conseguir un seguimiento puntual y constante del curso, única forma de evitar demoras irreparables. La primera evaluación, con el atractivo de permitir una eliminación de materia de la prueba final en caso de ser superada positivamente, actúa como revulsivo frente a los menos entusiastas por la asignatura. Para favorecer este extremo, se propone su realización inmediatamente después de haber desarrollado los dos primeros temas del programa, a principios de diciembre, cuando todavía no suelen convocarse exámenes parciales de las restantes asignaturas y los alumnos pueden concentrarse en el repaso de unos temas sencillos sobre los que se ha trabajado a lo largo de los dos meses anteriores. La evaluación pretende comprobar el aprovechamiento conseguido en prácticamente todas y cada una de las cuestiones incluidas en ambos temas, para lo cual es preciso disponer

de unas tres horas para su verificación. La posterior entrega de las pruebas corregidas en una sesión dedicada a su comentario constituye un ejercicio práctico más y una motivación para una mayoría de alumnos generalmente acreedora de calificaciones satisfactorias, al tiempo que una advertencia para quienes no consigan este supuesto.

No tardan los alumnos en comprender que la mejor forma de aprovechar y superar sin dificultad el curso es a través de las pruebas parciales, la segunda de las cuales suele realizarse en marzo y la tercera necesariamente los últimos días de mayo. Estas dos pruebas se planifican de forma que, como la primera, permitan demostrar el rendimiento logrado en cada uno de los apartados contemplados por el programa, por las razones anteriormente aludidas y porque garantizan la obtención de calificaciones más justas que las realizadas a base de un número limitado de cuestiones.

El promedio de los tres exámenes parciales, si cada uno de ellos ha alcanzado la condición de aprobado, da opción a una calificación definitiva susceptible de ser aceptada o mejorada mediante concurrencia al examen final a realizar durante el mes de junio. Éste por lo tanto únicamente resulta obligatorio para los alumnos que no hayan superado alguna de las pruebas parciales, los cuales deben demostrar tan sólo haber recuperado la parte pendiente.

## 5.- LA RECEPTIVIDAD DE LAS TÉCNICAS DE CUANTIFICACIÓN ENTRE LOS ESTUDIANTES DE GEOGRAFÍA

Existe una prevención común en los autores de los diferentes textos dedicados a la difusión de técnicas cuantitativas para su aplicación en estudios geográficos, tanto en los más difundidos entre nosotros por estar escritos o traducidos al castellano (ESTÉBANEZ y BRADSEAW, 1979, pág. 4) (HAMMOND y McCULLAH, 1974, pág. 11), como en los de aparición más reciente (GARETH y WHEELER, 1985, pág. 1), clara-



mente explicitada en sus primeras páginas, frente al lastre representado por la posible modestia de la base matemática media de los posibles destinatarios de tales textos y una preocupación por la receptividad de que dichas técnicas puedan hacerse acreedoras, patente también en la convocatoria de esta mesa redonda. Sin embargo, la todavía escasa difusión y aplicación de las técnicas cuantitativas entre los estudiantes y licenciados en la sección de Geografía se debe primordialmente a problemas de otra índole.

Varios años de experiencia en la impartición de cursos anuales de estadística general en la Facultad de Geografía e Historia y ocasionalmente de dos cursos trimestrales de técnicas de cuantificación aplicadas a la climatología han permitido comprobar que la mayoría de los estudiantes, prácticamente la totalidad de los matriculados en tales cursos, están en condiciones de conseguir sin gran dificultad el dominio de una amplia diversidad de técnicas cuantitativas aplicables en estudios geográficos de muy diferente naturaleza, y no parece arriesgado suponer que nada debería oponerse a una posterior ampliación y profundización en unos métodos o procedimientos de trabajo inicialmente ya conocidos. Es cierto que la Estadística impartida en la Facultad de Geografía e Historia de la Universidad de Barcelona es una materia optativa para la mayor parte del alumnado que la cursa, sobre todo durante los últimos años y, por lo tanto, cabe esperar de quienes la eligen libremente una receptividad óptima. Sin embargo, tampoco ha podido apreciarse una actitud reacia a su aprendizaje entre los alumnos que han debido cursarla obligatoriamente por concurrir en ellos las condiciones anteriormente aludidas, y cuyo número llegó a suponer años atrás una proporción importante de los matriculados, en tanto actualmente representa tan sólo situaciones más bien excepcionales. Por otro lado, es sobradamente conocido que un curso introductorio de estadística no requiere, aunque sería deseable, unos conocimientos matemáticos muy profundos, pero es preciso que los estud.

antes sean conscientes de ello desde los primeros días de clase.

La valoración que la estadística y las técnicas cuantitativas en general merecen a los alumnos matriculados durante el presente curso 1984-85 quedó patente en una breve encuesta planteada al finalizar el periodo lectivo y contestada por un total de 37 alumnos inscritos en los dos grupos de Estadística impartidos por profesores del Departamento de Geografía, 14 de los cuales pertenecientes al único grupo ofrecido por la mañana y 23 a uno de los dos grupos nocturnos, prácticamente la totalidad, si no de los matriculados, sí de los que habían seguido con regularidad el desarrollo de las clases a lo largo del año académico. La elaboración por separado de los resultados obtenidos no permitió establecer diferencias significativas entre ambos grupos a partir de la evaluación porcentual de las respuestas consignadas. De ahí que, antes de proceder a una reflexión sobre estas respuestas se haya procedido a una reelaboración de los cálculos a fin de reducir las dos series de porcentajes a una sola válida para la totalidad de los encuestados. El 73,0 % de éstos cree que el valor de la estadística en el análisis de muchos problemas geográficos es alto, el 24,3 %, medio y sólo el 2,7 % que es bajo, en tanto le reconocen en la resolución de estos problemas un valor alto el 51,4 %, medio el 45,9 % y bajo el 2,7 %. Mayor rotundidad se observa frente a la conveniencia de la obligatoriedad de la estadística en la licenciatura de la sección de Geografía, el 91,9 % se manifestó en sentido afirmativo. Aunque no tan contundentes, también se mostraron firmes partidarios de la existencia de una asignatura de matemáticas para geógrafos distinta a la estadística, necesaria para el 29,7 % y conveniente para el 59,5 % de los encuestados, y mucho más de un curso de introducción a la programación con ordenadores, que juzgaban necesario el 64,5 % y conveniente el 35,1 %, sin que, por tanto, ni tan sólo se diera una respuesta de signo contrario o indiferente.

En otro orden de cosas, los encuestados ponían de manifiesto que las mayores dificultades encontradas por los alumnos durante el curso



de Estadística recién acabado eran, por este orden, la insuficiente base matemática, la falta de una bibliografía práctica y un desarrollo demasiado rápido del programa. A pesar de estos inconvenientes, el 21,6 % creía haber comprendido a fondo la utilidad en Geografía de todos los temas impartidos durante el curso, el 78,4 % de parte de ellos y quedaron en blanco todas las casillas previstas para ser cumplimentadas por quienes reconocieran no haber comprendido la utilidad de ninguno de los temas. A la cuestión de si en algún momento del curso habían pensado que las horas invertidas en la realización de problemas eran vanas, el 59,5 % contestó que en ninguna ocasión, el 40,5 %, algunas veces y nadie manifestó que hubiese ocurrido muchas veces.

El interés por las técnicas cuantitativa entre los estudiantes de la especialidad de Geografía que no cursan o han cursado la Estadística entre sus asignaturas optativas debe ser netamente inferior al de los participantes en la anterior encuesta. Sin embargo, indudablemente buena parte de ellos no se han sentido atraídos por la materia debido a que el requerimiento en la aplicación de técnicas cuantitativas para la culminación de la licenciatura es mínimo o inexistente. Por otro lado, la todavía relativamente modesta aceptación entre el profesorado, cuando no indiferencia o, incluso, hostilidad, encubierta o manifiesta, frente a la utilidad de las técnicas cuantitativas en Geografía explica en buena medida la limitada atención que conceden a estas técnicas los planes de estudio vigentes. Se trata de una situación ciertamente compleja, cuya solución requerirá un prolongado esfuerzo de los geógrafos que han entendido la necesidad de incorporar unas técnicas que, contra incomprensiones lamentables, no pretenden substituir el análisis geográfico, sino brindar un lenguaje preciso y eficiente, único válido en ocasiones para la selección de la información disponible y, sobre todo, para el descubrimiento de relaciones que la intuición es incapaz de percibir. Sólo así será posible la aplicación del método científico al servicio de un mayor rigor en el pensamiento geográfico. La actitud



cuantitativa es mucho más que el circunstancial soporte de un método de trabajo propio de una corriente anacrónica que un día se denominó "nueva geografía". Todavía no han comprendido muchos geógrafos que, si bien la revolución cuantitativa había concluido a principios de la década 1960-70, las técnicas introducidas durante el decenio anterior han ganado adeptos posteriormente y cada vez son más los convencidos en que la Geografía no puede ignorarlas, como no puede prescindir de la cartografía. Es cuando menos preocupante la necesidad de formular o insistir en estos argumentos cuando el análisis estadístico ha adquirido, después de los años 1960-70, en expresión de BEGUIN (1984, pág. 164), "derecho de ciudadanía" y ha acabado, en opinión de este mismo autor, su difusión por todas partes donde es útil y donde una geografía viva participa del progreso científico.

La incompreensión y prejuicios existentes aún comprometen el reconocimiento del lugar que merecen las técnicas de cuantificación en los planes de estudio próximos a elaborar, tras la aplicación inminente de los estatutos de autonomía aprobados por las diferentes universidades españolas. Por consiguiente, la actitud de quienes han comprendido su trascendencia en Geografía debe mostrarse particularmente firme en las discusiones que a buen seguro se avecinan

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BEGUIN, H. (1984): "Analyse quantitative", in A. S. Bailly (et Les concepts de la géographie humaine (pp. 163-171), Paris, Masson.
- BURTON, I. (1963): "The Quantitative Revolution and Theoretical Geography", The Canadian Geographer, VII, 4, pp. 151-162  
Versión española en: J. Gómez, J. Muñoz y N. Ortega (1982): El pensamiento geográfico, (pp. 412-420), Madrid, Alianza Editorial.
- ESTÉBANEZ, J. y BRADSHAW, R. P. (1979): Técnicas de cuantificación en geografía, Madrid, Ed. Tebar Flores, 513 pp.
- SHAW, G. y WHEELER, D. (1985): Statistical Techniques in Geographical Analysis, Chichester, John Wiley, 364 pp.
- HAMMOND, R. y McCULLAGH, P. S. (1974): Técnicas cuantitativas en Geografía, Madrid, Ed. Saltés, 1980, 379 pp.

ANTONIO MORENO JIMENEZ  
(Universidad Autónoma de Madrid)

### 1. Introducción.

El qué se ha de enseñar de Geografía en el momento actual es una cuestión crucial a cuya delimitación se han dedicado diversas reflexiones (Walford, 1981, Graves, 1982, Estébanez, 1982, Capel, Luis y Urteaga, 1984, etc.) con propuestas cambiantes en el tiempo. Este no es el punto a examinar aquí, por lo que hay que asumir que, explícita o implícitamente, se ha tomado, por parte de los individuos e instituciones implicados, una decisión sobre el modelo educativo y sobre los diversos aspectos del diseño curricular: fines y objetivos, valores, etc. Lo que estas páginas pretenden ofrecer atañe sólo a algunos de los componentes del currículo, en particular a los contenidos, estrategias docentes y evaluación de las técnicas de cuantificación.

En este informe se asume que al geógrafo actual le es exigible la posesión de un cierto número de destrezas, cuyo despliegue se sustenta sobre una serie de herramientas de trabajo (cf. Haynes, 1982) y que, entre ellas, resultan imprescindibles las de tipo cuantitativo. Siguiendo la opinión de otros muchos autores entendemos que la cuantificación, con sus ventajas e inconvenientes (cf. Robinson, 1981 y Newby, 1980), constituye un instrumento que posee una indudable y demostrada eficacia en diversos paradigmas, métodos y objetos de estudio de nuestra disciplina. De ahí que interese posibilitar su dominio a los futuros geógrafos (nos referiremos siempre a la enseñanza universitaria) de cara a su utilidad en tres tipos de actividades: creación de conocimiento geográfico (investigación), transmisión de él (enseñanza y lectura de



la literatura geográfica), y planificación y ordenación espacial. De lo que se trata, en suma, es de evitar la impotencia provocada por el desconocimiento, que en no pocas veces se ha materializado en la actitud de aquel que "desprecia cuanto ignora". Una aportación autónoma como geógrafos sólo podrá realizarse si se es conceptual y técnicamente competente (1).

Por el objetivo que preside este encuentro de examinar y confrontar modelos y casos concretos nuestra discusión se apoyará sobre información factual y opiniones de los directamente implicados en la enseñanza de las técnicas de cuantificación en el contexto de los estudios de Geografía en la Facultad de Filosofía y Letras de la U.A.M. A la luz de esa experiencia esperamos contribuir a un debate que puede ser clarificador a la hora de ejercer ese difícil arte de enseñar una materia "plagada de problemas".

## 2. Orígenes y situación actual de la enseñanza de las técnicas cuantitativas.

Sobre la realidad de la enseñanza de la Geografía en la universidad española no abundan desgraciadamente los análisis. Según la clasificación establecida por Bosque (1981) el plan de estudios de la UAM se ubica, dentro del abanico tradicionalidad-apertura a nuevas corrientes en una posición intermedia, aunque más próxima al primer polo, por el absoluto predominio de las asignaturas informativas (80 %) sobre el resto.

Tras un primer ciclo de corte clásico, al alumno se le abre una doble vía: o bien una opción denominada "Geografía e Historia" por simultanear asignaturas de esa doble adscripción y orientada a la formación de docentes, o bien la opción "Geografía" sensu strictu. Los estudios de esta disciplina en esta universidad han sufrido unos cambios mínimos, si atendemos a la estructura y denominación oficial de las asignaturas. En realidad, prescindiendo de

pequeños retoques en primer ciclo y en la especialidad de "Geografía e Historia", el esquema no se ha alterado desde sus orígenes (la primera promoción finalizó en el curso 1972-73).

Para terminar este bosquejo hay que añadir que las escasas asignaturas de tipo instrumental o conceptual se imparten exclusivamente en la referida especialidad de "Geografía", por lo que sólo a ella afectará cuanto aquí se exprese.

Pese a existir ciertos antecedentes, la enseñanza de las técnicas de cuantificación sólo se regulariza a partir del año académico 1981-82. Anteriormente se habían impartido de forma irregular, y como anexo a asignaturas muy diversas, seminarios breves de estadística elemental y matemáticas. Lo tardío de esa institucionalización es expresivo del relativo desinterés por esta parcela de la formación geográfica, en función obviamente de las premisas que inspiraron la configuración inicial y el mantenimiento del plan de estudios. Este hecho puede ponerse asimismo en conexión con factores como el decaimiento en el "entusiasmo" por la Geografía Teórico-Cuantitativa y la difusión de nuevos paradigmas críticos de ella, el escaso eco que esta corriente había despertado y, por que no, una plantilla docente de discutible preparación para dictar tales enseñanzas (circunstancia aún no resuelta de forma óptima).

En los prolegómenos del año 1981-82, diversos cambios en la sección condujeron a redefinir el enfoque de dos asignaturas ambiguas del plan de estudios denominadas Técnicas de Investigación I y II, una hacia el campo de la Geografía Física (en cuarto curso) y otra al de la Geografía Humana (quinto). En particular esta última se decidió dedicarla básicamente a técnicas cuantitativas.

### 3. Orientación y contenidos.

Los principios que inspiran la estructura de contenidos

de tal asignatura obedecen a consideraciones de diversa naturaleza e importancia: por un lado su existencia en el contexto de un plan de estudios fuertemente dominado por asignaturas de carácter teórico-informativo en el que destaca la ausencia de otras enseñanzas de tipo instrumental como representación gráfica y cartográfica (si se exceptúa el tratamiento de la cartografía y fointerpretación, básicamente geomorfológicas de las Técnicas de Investigación I), proceso de datos, estadística, etc. De ello emerge la necesidad perentoria de paliar tales deficiencias ofreciendo al alumno, aunque sea justo al final de sus estudios de licenciatura, la posibilidad de entrar en contacto con dicho utillaje. Tal puede ser formulado uno de los principios generales de la asignatura: cualificar mejor, en el sentido de tecnificar, al estudiante de Geografía en aras de hacerle más competente frente al mundo laboral, no sólo en el ámbito docente, sino también en las eventuales y deseables opciones profesionales. En coherencia con ello, un primer objetivo general, estriba en proporcionar útiles de trabajo que permitan evaluar y descubrir conceptos, relaciones, teorías geográficas, etc.

Por otro lado, y como segundo fin vinculado al anterior, se persigue transmitir el "know how", materializado en la iniciación a la investigación. Amén de otras justificaciones de mayor relevancia que se señalarán posteriormente, con ello se trata de responder al reto implícito en el título de la asignatura.

Concretando estos enunciados se puede especificar que los objetivos particulares buscados son los siguientes:

- a) Enseñar a desarrollar todas las fases del proceso de investigación (desde el planteamiento del problema y las hipótesis, hasta la presentación de los resultados) mediante la ejecución de un trabajo de campo.
- b) Iniciación a las técnicas de análisis numérico, gráfico y cartográfico en Geografía Humana.



c) Introducción a la informática y al tratamiento de datos con ordenador.

Es casi ocioso decir que tales propósitos constituyen un desafío demasiado ambicioso, dada la necesidad de partir prácticamente de un nivel nulo y de la extensión de los contenidos enumerados, que hace imposible impartirlos en un solo curso. No se puede pretender como meta razonable más que una mera introducción a cada uno de tales bloques temáticos.

La ordenación de la materia en el programa responde ante todo a un innegable pragmatismo: proveer de las técnicas requeridas por las actividades que se han planificado a lo largo del curso. No se primó pues tanto la lógica interna de los contenidos cuanto la eficacia docente.

Resumida por grandes bloques la materia se ofrece así:

- a) Un tema de introducción a la Geografía Teórico-Cuantitativa y a la Estadística como ciencia.
- b) Cuatro temas sobre análisis univariado y caracterización de distribuciones; se incluyen escalas de medida, organización de datos y distribuciones de frecuencias, operadores matemáticos, medidas de centralidad, dispersión (y su extensión al caso bidimensional), asimetría y apuntamiento. Su finalidad es doble: por un lado proporcionar unas nociones básicas, sostén y referencia de otras muchas, y por otro introducir en la lógica del análisis comparativo (cotejo entre dos series o grupos de observaciones, entre un caso individual y una serie y entre un estudio concreto y un modelo o teoría).
- c) El tema 6 posee así mismo un carácter de pilar o basamento. Se destina al estudio de los principales tipos de transformaciones matemáticas aplicables en Geografía y en particular al de la función gaussiana y la distribución de probabilidad normal. Con ello se persigue en primer lugar capacitar para la realización de transformaciones de datos, cuando la aplicación de una prueba o la mejora en su

expresividad lo requiera, y en segundo introducir la curva normal (como prototipo de otras) por sus aplicaciones en las operaciones de muestreo e inferencia.

d) Los temas 7 y 8 plantean la problemática de la obtención de datos mediante el muestreo y la encuesta. En el primero, amén de unas nociones elementales de probabilidad, se examinan distintos procedimientos muestrales y la estimación de parámetros. En el segundo se trata de la planificación y ejecución de encuestas. Su funcionalidad radica en la aplicación que de tales herramientas se hace en un trabajo de campo .

e) El lenguaje gráfico y las técnicas de representación tanto gráfica como cartográfica en Geografía Humana constituyen el tema 9 y , aparte de intentar paliar la laguna formativa de los estudiantes, busca facilitar esos medios de expresión en aras de ilustrar los resultados del trabajo de campo.

f) Con el tema 10 se completa la parte del programa orientada a la síntesis y cotejo de la información. Incluye una serie de indicadores elementales de localización, especialización y concentración, de uso muy común en la literatura geográfica.

g) Los dos temas siguientes suponen un cambio importante puesto que conciernen al proceso de datos. Se introduce el papel y aplicaciones de la Informática en Geografía, las nociones básicas de ella, así como el sistema BMDP (algunos programas elementales). Con ello se pretende desvelar el horizonte que se abre a los geógrafos, en tanto que usuarios finales de ella, y proveer la tecnología para procesar la información recogida en el trabajo de campo, aplicando los tratamientos estadísticos y gráficos pertinentes.

h) Los temas restantes (13 a 15) se orientan al examen de relaciones, es decir, al estudio conjunto de la asociación entre fenómenos geográficos. De entre la amplia gama de posibilidades se consideran: relación lineal bivariada en

escala de intervalos o razón (correlación de Pearson y regresión lineal simple), relación entre variables ordinales (correlación de Spearman) y nominales ("ji" cuadrado y  $\chi^2$ ). Asimismo se plantean conceptualmente los problemas derivados de la naturaleza espacial de los datos geográficos. Con este tipo de pruebas se persigue aportar un peldaño de máxima utilidad en la indagación geográfica, por su mayor idoneidad y potencia en la evaluación de hipótesis.

i) Finalmente, y como simple desiderata, se añade un tema sobre análisis multivariado.

Un curso de desarrollo normal como máximo permite alcanzar hasta las relaciones lineales simples.

Si tratásemos de calificar la orientación de ese programa habría que poner el énfasis en su carácter escasamente teórico; más bien se define por su pragmatismo y aplicabilidad, tanto en su contenido (técnicas básicas), como en su ordenación (las aparentes rupturas responden a exigencias de calendario en aras de sincronizar las distintas actividades de la asignatura). Su vocación es plural en la medida en que se trata de técnicas de investigación y no exclusivamente numéricas.

Tal constituye la oferta docente; ¿Qué reacciones despierta entre el alumnado al final del curso? Sometido un cuestionario a esa población inquiriendo por las partes consideradas como necesarias, secundarias e innecesarias se pudo comprobar que el rechazo, en el mejor de los casos, contaba con escasos votos (a lo sumo cuatro) y que en general se dirigían hacia las partes de mayor contenido teórico que el programa conlleva necesariamente (transformación de datos, curva normal, demostraciones, metodología de encuestas, etc.). Las opiniones de tipo positivo estaban mejor apoyadas: gráficos y mapas (11 votos), todo el programa (9 individuos), muestreo, etc. Además de alguna mención especial sobre las técnicas de visualización, cabe recalcar la actitud utilitaria de los



encuestados al minusvalorar, tras este primer contacto con la cuantificación, lo concerniente a las bases y fundamentos de dichos métodos.

Intencionadamente se requirió además la opinión sobre el grado de suficiencia o insuficiencia de las técnicas estudiadas, de cara a las necesidades del geógrafo hoy. Aunque sea duro reconocerlo el grueso de las respuestas (47 %) creía suficiente lo ya visto (alguno incluso manifestó que "de sobra"); pese a que otro 32 % opinaba lo contrario, aquella mayoría debe hacernos reflexionar sobre la apatía e intolerancia numérica de buena parte del alumnado para, a partir de ahí, buscar la estrategia didáctica más idónea.

#### 4. Metodología didáctica.

Los elementos sobre los que ésta se sustenta pueden clasificarse en dos tipos de actividades que persiguen combinar a la vez el estímulo de la variedad, sin merma de la exigencia. De forma sucinta se podrían describir así:

##### a) Teóricas:

- Exposiciones orales.
- Seminario sobre representación gráfica y cartográfica.

##### b) Prácticas:

- Resolución diaria de problemas.
- Elaboración de un dossier a lo largo de todo el curso para el dominio de determinados ejercicios particularmente laboriosos o con aparato gráfico (muestreo, transformación de datos, mapas de probabilidades, etc).
- Realización de otro dossier de gráficos y mapas anejo al seminario impartido.
- Proceso de datos (prácticas con el paquete BMDP).
- Preparación y desarrollo de un trabajo de campo en equipo.

La evaluación del aprendizaje se realiza mediante un examen de teoría y problemas, amén de la valoración de los dos dossiers y el informe final del trabajo de campo.

Quizá la experiencia pedagógica más ambiciosa de la

asignatura reside en la ejecución de un proyecto de investigación y su semblanza merece una pequeña digresión. Básicamente se persigue desarrollar un trabajo de campo, integrador de las diversas técnicas estudiadas, en el que el alumno pueda proyectar su potencial intelectual y su esfuerzo con un alto grado de protagonismo y activismo. Los valores de este tipo de labor como método de enseñanza son de primer orden, según han puesto de manifiesto Silk y Bowlby (1981) y Beaumont y Williams (1983). Una disciplina como la Geografía puede extraer un extraordinario partido de ellos por lo que conviene tomar muy en consideración su implantación sistemática e institucional en los estudios curriculares.

Aparte de los objetivos puramente educativos que dicha práctica docente posibilita alcanzar, en nuestro caso queremos subrayar algunos fines en especial: primero demostrar la aplicabilidad tanto de conceptos teóricos aprendidos en otras asignaturas, como de las propias técnicas; segundo enfrentarse con temas y problemas reales, de interés social y con una metodología actual (lo que en uno de los casos permitió la obtención del premio de investigación "Antonio Maura" del Ayuntamiento de Madrid); y tercero, favorecer la inserción de las técnicas de cuantificación, rompiendo su tradicional ostracismo y aislamiento.

La experiencia se ha realizado durante los dos últimos cursos académicos y, pese a la brevedad del período, merece la pena comentar su organización, desarrollo y valoración como estrategia docente. El proyecto se plantea como una actividad convergente de esta asignatura y la de Geografía Urbana (2) para los alumnos de quinto curso diurno (único grupo en el que coinciden ambas) y versa sobre un tema de la ciudad (en un caso fue el impacto del centro comercial Madrid 2, conocido como La Vaguada, y en otro el problema de

la calidad residencial en la franja norte de Madrid). Las fases seguidas se resumen así:

- Presentación y propuesta inicial del tema por los dos profesores.

- Formación de grupos de trabajo. Lectura de una bibliografía preparada ad hoc por los profesores y reflexión a nivel de grupo sobre los perfiles del objeto de estudio y los métodos de trabajo.

- Delimitación específica del problema y los aspectos a considerar en unas sesiones de discusión y sobre la base de exposiciones en ambas asignaturas y las lecturas y reflexiones efectuadas.

- Determinación, mediante debate abierto, del procedimiento de obtención de datos (métodos de muestreo y encuesta).

- Diseño de cuestionarios. Se sigue esta secuencia: a) elaboración por los distintos grupos de unos borradores; b) según los casos o bien se da forma definitiva en reuniones de trabajo de cada grupo con el profesor, o bien se constituye una ponencia con representantes de los diversos grupos para unificar las distintas propuestas. En este último caso, aún se somete el cuestionario obtenido a una discusión global en clase.

- Ejecución (si el calendario lo permite) de la prueba piloto en la zona de estudio y, a continuación, revisión del plan de trabajo de campo y de los cuestionarios.

- Realización del trabajo de campo.

- Análisis y elaboración de datos.

- Exposición y discusión pública de los resultados de cada grupo.

- Entrega del informe final.

Como se puede comprobar se trata de un conjunto de tareas eminentemente activas y participativas (aunque persista el problema de los individuos indolentes), y muy laboriosas y exigentes (por plazos, ritmo de trabajo, etc.), tanto para el profesor como para los alumnos. Las

dificultades y problemas mas relevantes han sobrevenido por motivos de calendario; un comienzo relativamente tardío (en el segundo trimestre) desemboca en una ejecución apresurada de las fases de análisis de la información y subsiguientes; ello impide cumplir totalmente algunos de los objetivos como es el proceso de datos con ordenador y la aplicación extensa de las técnicas estadísticas.

Como contrapunto a esta estrategia didáctica conviene reseñar la opinión de los alumnos, tanto en lo que concierne a los aciertos y defectos, como a las sugerencias de cambio. Por lo que respecta al primer punto se da una clara convergencia en considerar como aciertos el trabajo de campo, las practicas y ejercicios y el dossier. Todo ello corrobora la ya mencionada prioridad que conceden al plano operativo, ya sea el dominio de unas destrezas básicas, ya sea la adquisición de una pericia en la realización de un trabajo de investigación o en la presentación de un informe.

Las consideraciones sobre los defectos didácticos insistían en la misma dirección que las afirmaciones anteriores: un 29 % de los individuos citaban la escasez de prácticas y el exceso de teoría y casi otros tantos aludían vagamente a una idea que podríamos definir como la dificultad bien en captar la aplicabilidad de las técnicas cuantitativas, bien en interpretar y utilizar geográficamente los resultados de los cálculos estadísticos. Ello parece aludir a una suerte de bloqueo u obnubilación que impide discurrir geográficamente apoyándose en el lenguaje matemático. Este es un problema que a los profesores nos puede resultar difícil de captar en principio y que posee una importancia crucial en la tarea de enseñar. En mi opinión el obstáculo parece residir no tanto en una incapacidad intelectual (salvando las diferencias individuales en aptitud numérica) cuanto en una falta de hábito o entrenamiento.

Aparte de estas, otras opiniones que contaban con un



cierto apoyo (3 ó 4 individuos) hacían referencia al rechazo de los exámenes y al notable esfuerzo exigido por el trabajo de campo.

Después de todo lo expuesto no extraña que en cuanto a sugerencias de perfeccionamiento didáctico apareciese en primer lugar el deseo de un mayor énfasis en el estudio de aplicaciones concretas, examinándolas y resolviéndolas en clase en su caso (26 %). Con bastante menos respaldo, pero no exentas de significación se manifestaban estas otras indicaciones: elaborar y proveer unos apuntes o manual standard; sustentar el proceso de aprendizaje en un trabajo unitario e integrador de todas las técnicas, desarrollado a lo largo del curso; evaluar solamente mediante trabajos prácticos; y finalmente impartir en más cursos las técnicas.

Estos puntos requieren una, al menos, breve glosa. La necesidad de ser convencidos mediante el estudio de aplicaciones concretas reclama una atención urgente. No son pocos los manuales de técnicas cuantitativas que carecen totalmente de ejercicios o que contienen ejemplos banales y de escasa expresividad. Con ello y con la menguada existencia de textos en castellano hay que poner en relación esa petición de apuntes normalizados. La sustentación de la enseñanza únicamente sobre un trabajo integrador constituye en principio una alternativa a considerar y explorar, pese a que pueden plantearse, a nuestro juicio, ciertas objeciones y problemas.

La colaboración docente de las dos asignaturas mencionadas en aras de desarrollar el trabajo de campo es valorada con epítetos como positiva, interesante, fundamental, acertada, etc. Las únicas reservas y sugerencias atañían a estos puntos: comienzo demasiado tarde, optimizar la coordinación, ampliar la colaboración con otras asignaturas y posibilitar la libre elección del tema por los alumnos, atendiendo así a sus inclinaciones personales. Todas esas propuestas parecen justificadas y su

puesta en práctica habrá de considerarse. Hay por tanto que concluir que con esta vía se abre un amplio horizonte que promete mejorar la aceptación de las técnicas cuantitativas, tanto por parte del alumnado, como por la de los demás profesores, a la vez que implica un progreso indudable en la enseñanza de la Geografía.

##### 5. Algunos obstáculos al aprendizaje: identificación y tratamiento.

Para ahondar en algunos aspectos inherentes al proceso de aprendizaje interesa responder a varias preguntas. El contenido de la asignatura ¿resulta fácil o difícil? ¿cuáles son los principales problemas percibidos en este sentido por los estudiantes? Con respecto al primer punto conviene advertir que, habida cuenta de las experiencias sobre el particular, la maximización de la simplicidad y claridad en la presentación de contenidos constituye un principio básico. Los estudiantes por su parte manifestaron su valoración de la dificultad en una escala ordinal de cinco niveles (cuadro 1). Resulta sumamente expresivo que, dejando aparte la posición intermedia de indiferencia, el valor modal y el grueso de las respuestas se sitúan en el tramo difícil (58,9 %), frente a sólo un 5,9 % de alumnos que declararon cierta facilidad. Esto es un hecho conocido y además previsible por la preselección implícita en la predilección por los estudios de letras; pero no deja de ser una circunstancia a tener en cuenta en el diseño de estrategias didácticas. Muchos estudiantes de Geografía se enfrentan a esta asignatura con ostensible cautela y prevención, que en algún caso se agudiza por su carácter obligatorio.

Por otro lado, y en lo concerniente a la concreción de esas dificultades, al ordenar las respuestas afloraban tres bloques, relacionados entre sí, pero apuntando a terapias diferentes: a) En primer lugar las dificultades con las

matemáticas, fuere por falta de esa base, fuere por la escasa familiaridad con la cuantificación (un 52.9 %). La enseñanza en las humanidades se sustenta normalmente sobre unas aptitudes de la mente humana distintas a la capacidad numérica y ello parece conducir a una cierta atrofia de esa habilidad. Su tratamiento obviamente requiere la ejecución

CUADRO 1

Nivel de dificultad	X	Nivel de utilidad	Z
1	0	1	0
2	5.9	2	11.8
3	35.3	3	50.0
4	41.2	4	29.4
5	17.6	5	8.8

reiterada de ejercicios para la rehabilitación de esa facultad. b) En segundo, problemas de comprensión matemática (23.5 %). La respuesta va en la dirección de una claridad máxima en las fórmulas de transmisión del conocimiento (clases, lecturas, etc.). Y c) finalmente el ya mencionado problema de imaginar y "ver" posibilidades de uso, es decir, de pensar cuantitivamente el espacio. Un amplio repertorio de aplicaciones, con ejemplos geográficamente significativos constituiría un posible medio de resolución.

Finalmente en la UAM concurre la circunstancia singular de la ubicación de las técnicas numéricas en quinto curso. Una asignatura atípica en un año crítico (el fin de la licenciatura) estimula a la reflexión. La consulta a los estudiantes sobre el particular arrojó una ingente mayoría (79.4 %) partidaria de un contacto mas precoz con ella ( en primer ciclo sobre todo o en cuarto curso). Se esgrimían

como razones más importantes por este orden: la ventaja de conocer antes los instrumentos para aplicarlos después en otras asignaturas, simultaneando así teoría y práctica; y el hándicap que suponía el olvido de las matemáticas desde los estudios de bachillerato.

Por su parte entre el escaso número que veía positiva su localización en ese curso se aludía como argumento de más relevancia el que, con vistas a su aplicación, era entonces cuando se disponía de los conocimientos geográficos; ello implica una concepción del aprendizaje por fases dissociadas (primero teoría, luego métodos de trabajo) que personalmente no compartimos.

A todo lo dicho hay que añadir un aceptable número de opiniones favorables al desglose de estas técnicas en dos o más cursos.

En este sentido es oportuno plantearse finalmente un tema importante: la conciencia, entre el alumnado, de la necesidad de aprender las técnicas numéricas, en función claro esta de su utilidad en sentido amplio. La distribución de frecuencias en los cinco niveles que se ofrecieron (cuadro 1) resulta ilustrativa: la mitad no manifiesta una opinión definida, lo cual resulta preocupante y parece ser la traducción tanto de los problemas en el aprendizaje ya mencionados, como de la débil referencia y empleo de estas técnicas en las restantes asignaturas como método de estudio. En todo caso una interpretación razonable de los datos ha de insistir igualmente en ese 38.2 % de convencidos de su utilidad, frente a una muy corta representación de los que creen lo contrario.

## 6. Conclusión.

En nuestro análisis hemos apuntado una serie de aspectos problemáticos en la enseñanza de las técnicas cuantitativas, así como de sugerencias en el marco de una experiencia concreta. No vamos a reiterarlos aquí, pero si



resulta procedente plantear algunas de las cuestiones más generales esbozadas y ciertas propuestas adicionales.

En primer lugar hay que asumir la realidad de unos problemas de receptividad de la materia, tanto entre el alumnado, como entre ciertas capas del profesorado. Ello exige la adopción de medidas encaminadas a resolver o paliar tal situación. Respecto a nuestros colegas, entendemos que es necesario establecer o fortalecer lazos de colaboración a través de actividades conjuntas en los estudios curriculares, para posibilitar el uso de estas y otras técnicas en los distintos campos de la Geografía. Sólo mediante la persuasión del resto del profesorado (y supliendo a veces su desconocimiento al respecto) podrán las herramientas de análisis geográfico cumplir la función que les corresponde.

La mejora en la receptividad por el alumnado, aparte de beneficiarse de los cambios didácticos implícitos en la estrategia apuntada, requiere una gama diversificada de iniciativas. El perfeccionamiento didáctico exige en principio la difusión y examen crítico (en revistas, reuniones, etc.) de las formulas experimentadas con éxito (3) para solucionar o atenuar las dificultades en el aprendizaje.

Por otro lado parece urgente resolver el dilema que implican los dos posibles enfoques en la organización de los contenidos de las técnicas cuantitativas. Por un lado la perspectiva que podríamos denominar dura o tecnicista, caracterizada por una enseñanza centrada en la técnica y unas ilustraciones geográficas generalmente apendiculares; ésta es la más frecuente en los manuales y por tanto la de más fácil adopción, aunque bastante problemática para su asimilación por el alumnado. Por otro, la que cabría calificar de blanda u orientada hacia los temas o aplicaciones, presente por ejemplo en textos como los de Toyne y Newby (1971), Doorkamp y King (1971), Smith (1975),

Abler, Adams y Gould (1975), Ayeni (1979), etc. Es indudable que un mensaje en esta clave, es decir, subrayando la resolución de cuestiones geográficas, cambiaría enormemente el panorama.

En relación con ello emerge la necesidad de promover la producción de textos orientados, no tanto quizá a exponer las técnicas o sus fundamentos, como a mostrar aplicaciones en las distintas ramas de la Geografía. A esto habría que añadir la publicación de repertorios de ejercicios y problemas con contenido geográfico que tanto se echan de menos en el adiestramiento y dominio de fórmulas y procedimientos de cálculo.

Asimismo el recurso a la informática, como soporte eficaz de las operaciones enojosas y reiterativas de manipulación de datos, podría coadyuvar a ese objetivo (cf. Shepherd, 1985, Moreno et al. 1983).

Como colofón hay que aludir a una cuestión de indudable trascendencia de cara al futuro y que nos concierne en primer lugar a quienes asumimos la validez de las técnicas numéricas. Se trata de la exigencia de estimular, en el marco en que nos desenvolvemos, no ya el afianzamiento, sino la ampliación de los estudios cuantitativos en los planes de estudio. Ello requeriría la elaboración de unos criterios unificados y contrastados y de unas propuestas justificadas sobre la funcionalidad, inserción, contenidos, etc. de dichas técnicas. Cuando se avista, como en el momento presente, la revisión de las enseñanzas curriculares universitarias a raíz de la entrada en vigor de los estatutos de las universidades, la falta de ello puede suponer perder la oportunidad de incorporar definitivamente los cambios que deseamos en la Geografía universitaria española.

## NOTAS

(1) Es oportuno recordar que las matemáticas aplicadas a las ciencias sociales constituye uno de los estudios sin satisfacer por la universidad según el libro "El mercado de trabajo de los titulados universitarios" de la Secretaría de Estado del M.E.C. (El País, 25, junio de 1985).

(2) Impartida por el prof. Valenzuela.

(3) Un buen ejemplo lo ofrece Cho (1982) al exponer una interesante metodología que adopta el sistema Keller, basado en un manual de trabajo (workbook) elaborado por el profesor.

## BIBLIOGRAFÍA

- ABLER, R., ADAMS, J. S. and GOULD, P. (1975): Spatial Organization. The Geographer's View of the World. Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- AYENI, B. (1979): Concepts and Techniques in Urban Geography. Londres, Croom Helm.
- BAILEY, P. (1981): Didáctica de la Geografía. Madrid, Cincel -Kapelusz.
- BEAUMONT, J. A. and WILLIAMS, S. W. (1983): Project Work in the Geography Curriculum. Londres, Croom Helm.
- BOSQUE MAUREL, J. (1981): "La enseñanza de la Geografía en la universidad", Bol. de la Real Soc. Geo., CXVII, p. 179-199.
- CAPEL, H., LUIS, A. y URTEAGA, L. (1984): La Geografía ante la reforma educativa. Geocrítica, 54.
- CHO, G. (1982): "Experiences with a workbook for spatial data analysis", Jou. of Geo. in Hig. Educ., 6, 2, p. 133-139.
- ESTEBANEZ, J. (1983): "La enseñanza de la Geografía Cuantitativa en España", Ponencia presentada al I Curso sobre Geografía Teórica y Cuantitativa. Oviedo (en prensa).
- GRAVES, N. (1982, ed.): New Unesco Source Book for Geography

- cal teaching", Jou. Geo. Hig. Educ., 2, p. 23-28.
- HAYNES, R. (1982, ed.): Environmental Science Methods. London, Chapman and Hall.
- MORENO, A. et. al. (1983): "Informática y Geografía". Ponencia presentada al I Curso sobre Geografía Teórica y Cuantitativa. Oviedo (en prensa).
- NEWBY, P.T. (1980): "The benefits and costs of the quantitative revolution", Geography, v. 65, 286, p. 13-18.
- ROBINSON, R. (1981): "Quantification and schools: a clarification", en WALFORD, R. (ed.): Signposts for Geography Teaching. Londres, Longman, p. 94-96.
- SHEPHERD, I.D.H. (1985): "Teaching Geography with the computer: possibilities and problems", Jou. Geo. Hig. Educ., 9, 1, p. 3- 23.
- SILK, J. (1979): "Use of classroom experiments and the computer to illustrate statistical concepts", Jou. Geo. Hig. Educ., 3, 1, p. 13-25.
- SILK, J. and BOWLEBY, S. (1981): "The use of project work in undergraduate geography teaching", Jou. Geo. Hig. Educ. 5, 2, p. 155-162.
- SMITH, D. (1975): Patterns in Human Geography. An Introduction to Numerical Methods. Newton Abbot, David and Charles.
- TOYNE, P. and NEWBY, P.T. (1971): Techniques in Human Geography. Londres, Mc Millan.
- WALFORD, R. (1981, ed.): Signposts for Geography Teaching. Londres, Longman.



DEFICIENCIAS DIDACTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS TECNICAS  
DE CUANTIFICACION EN GEOGRAFIA

Fernando Fernández Gutiérrez  
(Universidad de Granada)

INTRODUCCION

La presente ponencia es básicamente un conjunto de reflexiones sobre la enseñanza de las Técnicas Cuantitativas en la especialidad de Geografía, producto de una experiencia directa, adquirida en un período ininterrumpido de algo más de diez años, así como de las periódicas sugerencias, críticas y valoraciones, que del contenido, metodología y programación se ha ido recogiendo de los estudiantes, al finalizar su período de licenciatura.

El planteamiento tanto de enfoque, análisis y diagnosis, como de las conclusiones y alternativas de este trabajo, tienen un carácter empírico vivencial, a una doble vertiente: la de profesores encargados de estas asignaturas "excepcionales" en el argot de los estudiantes, y la de ellos mismos, todos ellos, alumnos de la especialidad de Geografía de la Universidad de Granada, que de manera someramente sistemática se han ido recogiendo curso a curso.

A modo de encuadre, conviene recordar, como ya apuntaron BOSQUE SENDRA, J., RODRIGUEZ, V. y SANTOS, J.M. (1983), que el plan de estudios de Granada fue uno de los más innovadores, en su tiempo, y que dentro de las asignaturas ofertadas en sus dos años de especialidad, hay dos asignaturas denominadas Técnicas Cuantitativas I y II, la primera de una duración cuatrimestral, es obligatoria o fundamental, del tipo que BOSQUE MAUREL (1980) denomina "Instrumentales", y que se imparte en 4º curso, y la otra también cuatrimestral es opcional y se proporciona en el último curso.

A modo de adelanto del estado de la cuestión y al objeto de tener más elementos de juicio, conviene apuntar que el porcentaje medio de estudiantes, que tras cursar obligatoriamente las

Técnicas Cuantitativas I, no llega al 10% los que al año siguiente incluyen las Técnicas II en su elección de materias.

Este hecho es doblemente significativo como veremos más adelante, si acaso resaltar en este momento introductorio que el hecho de ser obligatoria esta asignatura en el primero de especialidad la información juiciosa y valoraciones que hemos barajado es mucho más completa y real, en contraposición con las experiencias obtenidas a partir de tratar y experimentar con estudiantes que libremente y que por intereses básicamente personales lo hubiesen cursado.

### FALLOS METODOLOGICOS GLOBALES

En este epígrafe haremos alusión a una serie de considerandos globales en relación a la actitud psico-vivencial del estudiante, a los métodos empleados, contenidos, dificultades en el aprendizaje y problemas estructurales y de desarrollo, detectados a través de nuestra experiencia, y que fueron cuantitativa, representativa y selectivamente recogidos.

Como bien señala LUIS, A., (1983) de manera global "a la hora de abordar los problemas de la enseñanza de la Geografía Cuantitativa en España, no hay que cuestionar su existencia en sí, a nivel científico-geográfico, sino su peculiar presencia, debido a la falta de una concepción explicitada de la didáctica de la Geografía acorde con algunos de los modelos existentes en las ciencias de la educación..."

El primer aspecto que consideramos valioso comentar es la actitud de recelo, reticencia y cautela que el estudiante siente y poco comunica sobre la asignatura. Es lo que podríamos llamar el Complejo de Inferioridad Matemático-Estadístico del alumno, el miedo a lo "matemático" como algo que es dominio de elitistas racionales y lógicas mentes, la incertidumbre ante la avalancha de números y fórmulas que se temen les va a venir encima.

Por considerarlo significativo y muy ilustrativo, hemos insertado literalmente a modo de ejemplo uno de los juicios que regularmente y a final de curso se recogen de los estudiantes:

En mi opinión, desde el punto de vista del alumno que se enfrenta con esta asignatura, o cualquiera otra que tenga algunos contenidos matemáticos, la primera cuestión que se plantea es la de una cierta desconfianza ante la materia que se va a impartir. Desconfianza en el sentido de que se piensa que pueda resultar menos accesible que otro tipo de asignaturas, en las que dominan los contenidos teóricos, y que no requieren la puesta en práctica de un instrumental, la base matemática, que ha quedado bastante lejos en el tiempo para unos alumnos que en su mayoría hicieron un bachillerato de "letras". De esta forma, además de una cierta resistencia, precaución, excepticismo ¿?, ante una materia singular en el conjunto de la carrera, hay también carencias importantes en cuanto a conocimientos matemáticos y sobre todo, en cuanto a comprensión de los fundamentos que se han de tener presentes en el cálculo, causado por el olvido, mal aprendizaje, asimilación, etc..." (1).

Pasando a un análisis más concreto de los problemas didácticos existentes de forma general y sin pretender "sentar cátedra" debido a lo no suficiente sistematización de nuestras bases informativas, consideramos casi de obligado cumplimiento, en las actuales circunstancias de elevado desarrollo y preocupación por los temas didácticos en los restantes niveles de la enseñanza de la Geografía, que el profesor universitario debe dedicar algún tiempo a estructurar unas líneas generales de actuación en lo que se conoce ya clásicamente, como programación.

Siguiendo a ROTGER AMENGUAL, B. (1984), los elementos de la programación son varios y los iremos comentando brevemente, sin

---

(1) Curso 1973-74. Estudiante de 5º año que cursó dos asignaturas de Técnicas Cuantitativas.

embargo, un primer paso siempre obligado a la hora de programar es tener muy en cuenta la realidad del estudiante, su preparación en cuanto a contenidos, madurez, medio del que procede, disposición y actitud de la que parte. Es necesario hacer unas pruebas de diagnóstico sobre los mismos para detectar, lo más objetivamente posible, de donde parte el alumno. Insistimos en ello, pues de no efectuarlo, se corre el riesgo de planificar unos objetivos altos y muy difícil de alcanzar al finalizar el curso.

Posteriormente hay que establecer unos objetivos generales amplios y de largo alcance, o conseguir al final del período docente, por ejemplo "el conocimiento, comprensión y utilización satisfactoria de una serie de términos cuantitativos". Los objetivos generales se programan para todo el curso, e implica un proceso de aprendizaje. Pero todo objetivo, para que sea eficaz deberá ser concreto, medible, evaluable, gradual, etc., es decir, se inserta en un proceso que se planificará de forma racional y práctico. Por esto el contenido de la asignatura tendremos que desmenuzarlo en bloques temáticos, y esto a su vez en unidades temáticas, programando para cada una de ellas una serie de objetivos específicos. Se denominan específicos porque tienden a cubrir de forma específica y concreta los contenidos a impartir (ejemplo: modos de medir una variable, aplicación de la escala logarítmica en los procesos evolutivos de la población, el centro medio o el coeficiente de variación).

Estos objetivos específicos se operativizan en las llamadas actividades realizadas en clase por los estudiantes. La metodología que en ellas se emplea hará que estos objetivos se cumplan en mayor o menor grado. A través de las actividades, el estudiante deberá adquirir un conocimiento de la materia, comprenderla y asimilarla de forma tanto teórica como práctica. Las actividades de cada objetivo específico deberán ser también graduales en cuanto a su complejidad desarrollando el juicio crítico sobre los problemas planteados, así como generando la propia creatividad, en cuanto a ofrecer sus propias alternativas y valoraciones de las mismas en casos prácticos y reales. Se debe utilizar una metodología activa y viva que cumpla los pasos o etapas de proceso



científico: observación, comprobación, formulación de hipótesis, análisis y síntesis. Una buena metodología será el hilo conductor en el proceso de aprendizaje del alumno, pues posibilitará que los objetivos se cumplan a escala cognoscitiva, efectiva y psicomotora. Así pues, junto con la actividad, lo gradual, la observación, comprobación, experimentación, etc., el profesor deberá tener en cuenta en el terreno metodológico, otros puntos como la organización de los alumnos en cuanto a la realización de actividades (equipos de trabajo, grupos, puesta en común, trabajo individual, etc.).

Así pues, si es este un primer handicap o dificultad, con la que hay que contar, se procurará arbitrar los medios para que al menos, esta actitud reticente, sea lo menos duradera y negativa posible.

Suele dar buenos resultados insistirles en que lo que se va a ver no son las matemáticas que se han dado (así cada uno piensa que se alude a su problema o limitación particular) y que se va a partir explicando cosas básicas que son fáciles de recordar y que lo que interesa es su aplicación, sin necesidad de que aprenda cosas de "memorieta", al campo geográfico.

Hay que tener en cuenta que no sólo es las matemáticas la única área donde el fracaso y mala estructuración y enfoque pedagógico-didáctico ha sido malo en las inicios de la implantación de la E.G.B. y BUP. Aunque parezca anecdótico no llega al 2% los estudiantes de letras del COU que en el distrito de Granada eligen como opcional las matemáticas (2). Es de esperar, y las remodelaciones introducidas así lo hacen pensar, que en las promociones venideras, este problema de rechazo visceral haya desaparecido o al menos se atenúe con el tiempo.

Aunque sea muy generalista una posible alternativa a este primer problema coyuntural de recelo y miedo de los estudiantes

---

(2) Estadística de la Inspección de Segunda Enseñanza. Delegación del MEC. Elaboración propia. Granada 1983.

a los contenidos estadístico-matemáticos, teniendo en cuenta lo apuntado acerca de la programación, consiste en crear, por parte del profesor, desde las primeras sesiones de clase una motivación no sólo de tipo teórico-racional, y para ello nada mejor que la definición de unos objetivos específicos de tipo práctico. Estos objetivos deben partir de un conocimiento previo de la realidad inmediata del estudiantado (desinterés, apatía, etc.). A nivel operativo estos objetivos específicos deberán estar basados en actividades o ejercicios prácticos asequibles (índices, tasas, medidas de centralidad) que por su fácil comprensión y aplicabilidad hagan que la motivación se produzca superando las reticencias y recelos. Estos objetivos deben -dada su importancia- tener un criterio evaluativo de su consecución a corto plazo.

En relación con este problemático hecho de la indisposición de aprendizaje de las técnicas y como una continuación de las alternativas experimentadas de motivación, hay otro segundo aspecto que es la tendencia también generalizada de impartir programas en estas asignaturas con amplios y variados contenidos, a veces excesivos con temas, que a veces son superfluos al geógrafo. Tanto si las disciplinas son anuales y aún más (como el caso de Granada) si con cuatrimestrales y obligatorias hay que hacer una selección de los temas que se van a desarrollar partiendo de la definición previa por el profesor de los objetivos globales y específicos, dándole un tiempo prudencial en las programaciones que faciliten la comprensión y dominio de las técnicas, evitando las prisas y la participación. Aquí convendría recordar los proverbios clásicos de "despacio pero sin pausa" y lo "bueno breve, bien asimilado, dos veces bueno". A nuestro juicio, de los manuales clásicos disponibles, específicos para el geógrafo e investigadores sociales, y no digamos de los manuales básicos de estadística descriptiva, sobran, o más bien son prácticamente inabordables abarcar la totalidad de los temas propuestos si tenemos en cuenta la realidad inmediata de lo que tenemos que partir y del tiempo que se dispone. A modo de ejemplo, del excelente manual de ESTEBANEZ-BRADSHAW (1979), difícilmente hemos conseguido llegar a tratar el tema de la Correlación - regresión saltando o tratando someramente contenidos como la probabilidad y el muestreo, aligerando bastante los temas previos más generales (sobre todo los introductorios).

En el caso de disponer de un segundo ciclo es más factible abordar la correlación múltiple y el análisis multivariado.

Como conclusión, cada profesor, en función de los objetivos globales, nivel medio con que llegan los estudiantes y las evoluciones en la consecución de los objetivos específicos, deberá realizar y llevar a cabo su programación. Incidiendo que nuestro criterio es que la precipitación es enemiga de la eficacia y conlleva al fracaso escolar.

También conviene tener en cuenta en la programación y definición de los objetivos la coordinación con otras disciplinas del plan de estudios, así como las exigencias y demandas que éstas pueden plantearnos, en el desarrollo de sus temarios.

Merced a ello consideramos muy importante y casi necesario la coordinación de los objetivos, contenidos y programaciones con asignaturas como Historia de las corrientes geográficas, Técnicas de representación gráfica y cartográfica, Geografía aplicada, etc.

En cuanto al enfoque metodológico general, somos partidarios y empíricamente hemos detectado buenos resultados, de dar un mayor énfasis al desarrollo de los objetivos operativos con una orientación eminentemente práctica y aplicada. Obviamente será necesario unos planteamientos introductorios de cada tema, pues pensamos que es más eficaz de entrada, enfrentar al estudiante con el problema, aunque no disponga previamente de información, conocimiento o experiencia en la resolución del problema. Es más sugerente, por ejemplo, dar al alumno una serie estadística y decirles que diseñen sin que se les explique previamente nada una matriz de información espacial, que confeccionen tasas e índices, que obtengan unas medidas de centralidad o comenten y hagan un función exponencial. Este método les crea la necesidad y les provoca el esfuerzo; sirve para que se autovalúen los conocimientos de que parten, desarrollen la capacidad de relación, de análisis, improvisación, imaginación, etc. En definitiva se les crea un positivo ambiente de motivación, acrecentándole su interés. En una segunda

fase entra el profesor resolviendo, aclarando, completando, para descender a los aspectos conceptuales y sobre todo traduciendo los resultados del lenguaje matemático al lenguaje geográfico, comentando, analizando y sacando conclusiones geográficas.

### FALLOS METODOLOGICOS ESPECIFICOS Y TECNICOS

Otro aspecto negativo que hemos detectado es la que podríamos definir como la "actitud narcisista del resultado numérico" en el estudiante, que llega a dominar las técnicas cuantitativas. Se da una conciencia generalizada, que nosotros hemos evaluado en un 70 - 80% del colectivo, de creer haber cubierto las exigencias de aprendizaje cuando tras aplicar la "formulita" o culminar el proceso de cálculo, obtiene el resultado y se queda en ello.

Hay que insistirles reiteradamente en que hagan la traducción al lenguaje geográfico de esos resultados y obtengan las conclusiones y hagan las proporciones acordes con lo obtenido. Estando también el extremo opuesto de elevarse en sus comentarios geográficos al terreno de la imajición o "ciencia ficción", sacando conclusiones y comentarios que no se desprenden de los resultados alcanzados. También y parafraseando a ESTEBANEZ-BRADSHAW (1979), en el prólogo de su manual, conviene hacer alusión a otro aspecto o hecho contactado a tener en cuenta, en una mejora de la didáctica de las Técnicas Cuantitativas:

"Queremos advertir que los métodos cuantitativos en Geografía no son la piedra filosofal, ni resuelven todos los problemas geográficos, pero bien dirigidos y administrados, son herramientas que suscitan menos problemas y ayudan a resolver los tradicionales de una forma más rigurosa y precisa, haciendo así que los resultados de nuestra investigación, permitan mejorar la condición humana, -objetivo primordial de las ciencias sociales-".

A partir de esta recomendación, queremos comentar y ana-



lizar dos defectos formales, bastante habituales también, que en el colectivo discente dificultan la mayor comprensión y asimilación de la disciplina.

El primero es la frecuente tendencia que tienen los estudiantes a considerar y utilizar las técnicas de forma mecanicista, como si su función se limitara a "dar al manubrio" y obtener un resultado que después casi mitifican.

Concretamente hemos percibido a los largo de nuestras observaciones de casi una década de predisposición a ver las Técnicas de Cuantificación -incluso las más singulares-, como auténticas "cajas negras" a cuyo contenido lógico, esencia y fundamento no es necesario acceder ni conocer, para alcanzar una mínima soltura en su aplicación y uso.

La postura más general es que hay que aprender de memoria y saber aplicarlas mecánicamente, no asimilando el significado y contenido de sus términos, ni la relación que se establece en ellos, para poder aplicarlas en cualquier situación o circunstancia. Así llegan a afirmar que saben lo que es una matriz de información espacial, un índice, una ponderación, un centro de gravedad, una muestra representativa de un colectivo, un coeficiente de correlación, etc., pero luego se muestran incapaces -por las razones limitativas anteriores-, de efectuar, o diseñar, por ellos mismos, idénticas o parecidas técnicas, o problemas geográficos cuyas características, propiedades o valores no sean las del manual o los apuntes.

Esta rigidez mental en saber readaptar y modificar la fórmula o técnica-base a distintas circunstancias, sólo se supera motivando el aprendizaje de la filosofía a fundamentos y aplicabilidad de las técnicas que se enseñan en contraposición a la tendencia (fácil) de aprender sólo los aspectos formales externos y limitarse a aprehender las fórmulas como si fueran estereotipos.

El segundo es también la insistencia de que pedagógicamente hay que realizar para que cuiden y le presten la máxima

atención al tipo de variable o característica que intervienen o incide en la definición del problema geográfico que hay que resolver. Es decir a la selección de variables y a la forma de medir las. Les cuesta comprender que independientemente de la fórmula matemática en que se apoya la técnica, los resultados variarán y serán más o menos válidos y acordes con la realidad según se midan y qué clase de valores se introduzcan en el proceso estadístico. Hay que hacerles comprender que las fórmulas no son un crisol, o caja filosofal que con independencia de lo que se le introduzca todo lo que salga de su interior es objetivo, válido y significativo. De todos es sabido que conforme las técnicas son más sofisticadas y no digamos en los análisis multivariados, con trasposiciones matriciales, la depuración de la información con tests de significación y el esfuerzo de abstracción de la compleja realidad para la selección de las variables es primordial para además de su eficacia no distorsionar gravemente los resultados.

Finalmente haremos alusión, aunque sea más superficialmente a otros temas -ya de menor envergadura y trascendencia en la didáctica de la cuantificación en Geografía-, pero que también merece tener en cuenta al objeto de superar las distorsiones, que en la asimilación de la asignatura se pueden plantear.

En este grupo estaría la dificultad de comprensión en establecer las diferencias entre lo que se entiende como Geografía Cuantitativa, Geografía Teórica o "Revolución Cuantitativa" como corriente de pensamiento geográfico o tendencia que se produce en la década de los años cincuenta con fuerte conexión a los nuevos planteamientos neopositivistas de principios de siglo, y lo que suele denominarse "Técnicas Cuantitativas en geografía", que son unos recursos de carácter instrumental o herramientas de trabajo investigador, susceptibles de utilizarse en mayor o menor grado, con mayor o menor eficacia en cualquier proyecto de investigación, sea cual sea su enfoque, punto de partida ideológico, o adscripción a corriente de pensamiento o escuela geográfica. Conviene aclarar esta distinción, señalando que los programas habituales sólo abordan técnicas matemáticas estadísticas, de tipo descriptivo, y que la Geografía cuantitativa es otro caso, aunque las

técnicas cuantitativas es el resultado más evidente o la aportación más básica y difundida, no la más importante de la "revolución cuantitativa" en la docencia e investigación universitaria española. En resumen, que los estudiantes no piensen ni remotamente que son geógrafos de la "nueva ola" por el mero hecho de haber cursado bien, un exiguo programa de técnicas estadísticas elementales, aplicada a su especialidad.

Al hilo de lo anterior, el profesor debe huir de la tendencia a que la mayoría de las actividades, ejercicios, ejemplos, etc., de los objetivos específicos de cada tema sean de la especialidad o línea de investigación que personalmente ha realizado profesional y paralelamente a su tarea docente. Somos conscientes que esto sea factible y que por tanto pueda discurrir y moverse con soltura y seguridad por los numerosos campos u objetos de estudio de la Geografía, y no nos estamos refiriendo, como es lógico a la simple división entre Geografía, Física, Humana o Análisis Regional, ya que a estos niveles es más factible.

Este esfuerzo diversificador y globalizador de las actividades se vería facilitado por la coordinación, no frecuente con otras asignaturas; infrecuente también por el recelo y "respeto" a las matemáticas que obviamente se da entre el resto de los compañeros responsables de otras disciplinas.

No obstante, cuando seamos conscientes de estas normales limitaciones, hay que procurar que el estudiante no saque la conclusión que las Técnicas de Cuantificación son óptimas o idóneas preferentemente para tal o cual rama de la Geografía.

Por último y a pesar de la posible visión de conjunto negativo que se puede derivar de estas reflexiones, añadir, en primer lugar, sobre lo aparentemente negativo de lo expuesto que la finalidad era apuntar y dar elementos de discusión y aportar posibles formas y medios de superarlas y mejorar la didáctica de esta materia; y, en segundo lugar que los avances positivos y los aciertos son a nuestro juicio mayores, si es que se puede realizar un balance objetivo y representativo a nivel español. Máxime cuan-

do la mayoría de los actuales profesores que hoy estamos al frente de esta no disputada ni predilecta asignatura hemos sido auténticos autodidáctas y que hemos ido avanzando con más dificultad que otros en nuestras tareas docentes. Y como dice el refrán "... para muestra un botón basta", es suficiente recordar que hasta 1979, no aparece el primer manual en castellano de Técnicas de cuantificación en Geografía.

A modo de colofón, sin pretender ponernos los laureles del éxito pedagógico en apoyo de lo inmediatamente anterior, aludir que el fracaso escolar de estas asignaturas es mínimo en la Universidad de Granada, no superando el siete u ocho por ciento, por término medio, en este período de tiempo analizado como punto de referencia.

A tenor de los resultados tenidos en cuenta en la primera prueba evaluativa, el número de estudiantes que no la superó se situaba entre un 20 o 30%. En la clásica y tradicional "repeca" de junio los avances son más alentadores, siendo la curva de frecuencias de las calificaciones (en el último lustro) más ajustados a una distribución casi normal, con unos coeficientes de variación entre las distintas series de los diversos años muy bajas (en torno al 10%, considerando todas las clases de pruebas).

En nuestro caso particular, aún nos queda la duda de cuáles serán las causas más importantes que justifiquen y expliquen un mayor porcentaje, la fuerte reducción de estudiantes que en el 5º curso eligen la otra asignatura optativa de Técnicas de Cuantificación II. Esto no lo hemos investigado a fondo aún. No obstante, y no es por pretender justificarnos, a todas luces inciden muchos otros factores al margen de la posible permanencia de las deficiencias didácticas que hemos analizado. Es nuestra intención investigar la relación existente entre la no elección de Técnicas II para completar su formación con otro tipo de motivaciones tales como la comodidad de los horarios, mejores facilidades o mayor atractivo de otras asignaturas, menor esfuerzo por la realización simultánea del CAP, en ese último curso, etc.

## BIBLIOGRAFIA

- BOSQUE MAUREL, J. "Enseñanza e investigación en la Universidad Española". II Coloquio Ibérico. t. CXV, nº 1-12, págs. 203-213.
- BOSQUE SENDRA, J., RODRIGUEZ, V., y SANTOS, J.M. (1983): "La Geografía Cuantitativa en la Universidad y la Investigación Española". Revista Geocrítica, nº 44. Universidad de Barcelona.
- CAPEL, H. (1981): "Filosofía y ciencia en la Geografía contemporánea" Edt. Barcanova, Barcelona, cap. XII y XII.
- CAPEL, H., LUIS, A., y URTEAGA, L. (1984): "La geografía ante la reforma educativa" Revista Geocrítica, nº 53. Universidad de Barcelona.
- ESTABANEZ, J. y BRADSHAW (1979): "Las Técnicas de Cuantificación en Geografía" Edt. Tebar Flores, Madrid.
- GARCIA FERNANDEZ, J. (1966): "La enseñanza de la Geografía en la Universidad y sus problemas" III Coloquio de Geografía. Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, Madrid, págs. 34-47.
- GRUPO CHADULE (1980): "Iniciación a los métodos estadísticos en Geografía" Edt. Ariel. Barcelona.
- HAMMOND, R. y MACCULLAGH, P.S. (1980): "Técnicas Cuantitativas en Geografía" Edt. Saltes. Madrid.
- HARVEY, D. (1976): "Geografía y teoría revolucionaria" (1). Revista Geocrítica, nº 4. Universidad de Barcelona.
- LUIS GOMEZ, A. (1983): "La enseñanza de la Geografía Cuantitativa en España o un nuevo reduccionismo de la didáctica a una nueva técnica de aprendizaje con limitado valor formativo". II Coloquio de Geografía Cuantitativa. Universidad de Oviedo.
- ROTGER AMENGUAL, B. (1980): "Como elaborar un plan de trabajo práctico y preparar a diario la actividad escolar" Edt. Escuela Española. Madrid.
- UNIVERSIDAD DE GRANADA. "Guía de la Universidad". Años 1980, 81, 82, 83 y 84.



# EL ANALISIS ESTADISTICO EXPLORATORIO Y LA ENSEÑANZA DE TECNICAS CUANTITATIVAS EN GEOGRAFIA

Joaquín Bosque Sendra  
(Universidad Complutense de Madrid)

## 1. INTRODUCCION

En la actualidad la enseñanza de Técnicas cuantitativas es un tema marginal dentro de la Geografía universitaria española (BOSQUE SENDRA y otros, 1983). Dentro de esta asignatura marginal parece un hecho general que los métodos estadísticos suponen una parte decisiva, y en muchos casos única, de su contenido. Por ello nos parece importante una discusión de la adecuación pedagógica de la enseñanza de estas técnicas estadísticas a los estudiantes de Geografía y el planteamiento de alternativas didácticas más adecuadas.

## 2. PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA EN GEOGRAFIA

Las dificultades de la enseñanza de los métodos estadísticos clásicos a los estudiantes de Geografía es una cuestión que ha sido debatida con amplitud en la Geografía anglosajona, muchos de los argumentos allí esgrimidos nos parecen de aplicación en nuestro país. (COX, N. y ANDERSON, E., 1978; COX, N., 1978; COX, N. y ANDERSON, E., 1980; EHRENBERG, A., 1979). Según estos autores los problemas más importantes serían esencialmente:

- a) En primer lugar, la falta de conocimientos matemáticos adecuados de los alumnos de Geografía, lo cual constituye una dificultad todavía más relevante en la universidad española. La gran mayoría de nuestros estudiantes de Geografía no han cursado ninguna asignatura de Matemáticas de nivel universitario, y por otro lado, sus estudios de Matemáticas en el bachillerato están totalmente olvidados (dada su lejanía temporal, normalmente has-

ta cuatro años) o, peor aún, supusieron un verdadero trauma por lo que se ha creado un recelo ante cualquier aspecto matemático que ahora dificulta mucho el aprendizaje de estas técnicas cuantitativas.

b) En segundo lugar, la falta de validez de la Estadística clásica (sobre todo la inferencial) en su aplicación a los datos geográficos. Este es un tema repetidamente discutido (ver por ejemplo un resumen en BOSQUE SENDRA, J. y otros, 1983 b) por lo que sólo recordamos los aspectos más importantes:

- La cuestión de la falta de definición precisa del individuo geográfico, que produce el denominado "problema de la unidad espacial modificable", fuente de indefiniciones gravísimas en los usualmente considerados muy precisos resultados de los métodos estadísticos.

- La autocorrelación espacial y la falta de "normalidad" gaussiana de los datos geográficos, que dificultan el uso de test estadísticos (HAGGETT, P. y otros, 1977).

c) En tercer lugar la poca relevancia geográfica de las aplicaciones más usuales de la Estadística. Esta es, en nuestra experiencia concreta como profesor de esta asignatura, la crítica más usual formulada por los alumnos. Los cuales piensan que gran parte de lo que aprenden en ella tiene poco que ver con los problemas más corrientes del resto de las asignaturas geográficas. Lo que en parte se origina por la enseñanza de los procedimientos estadísticos de comprobación de hipótesis y de los test de significación, que en una disciplina no experimental como la Geografía pierden gran parte de su interés, ya que la Geografía, como ciencia más centrada en la observación, necesita más bien métodos de descripción y análisis de datos.

### **3. UNA ALTERNATIVA AL EMPLEO DEL ANALISIS ESTADISTICO EN GEOGRAFIA**

Todo lo anteriormente expuesto constituye un conjunto de razones que deberían llevarnos a un replanteamiento de la actual

insistencia exclusiva en los métodos estadísticos, sobre todo cuando ya existen alternativas muy interesantes, como el Análisis estadístico exploratorio de datos (EDA), que por un lado los puede sustituir con ciertas ventajas y por otro los puede complementar y enriquecer.

El EDA es un conjunto de procedimientos de análisis de datos desarrollados en los últimos veinte años por varios matemáticos y estadísticos, en especial J.W. Tukey de la Universidad de Princeton y de los Laboratorios Bell de los Estados Unidos, como en su obra Exploratory Data Analysis (1977).

El EDA supone no sólo un conjunto de nuevas técnicas, sino sobre todo una nueva actitud de los estadísticos ante los datos a estudiar. Antes se adaptaban los datos observados al esquema de unas distribuciones de frecuencia teóricas (como la de Gauss) y con ello se obtenían una serie de medidas para su descripción y su análisis, tales como la media, la varianza, el coeficiente de correlación de Pearson, etc. El EDA partiendo de los propios datos y sin ideas preconcebidas, intenta extraer las estructuras subyacentes en ellos, sin ajustarlos a teorías previas, considerando que "cuanto más conoce un investigador sus datos, más efectivamente los puede emplear para desarrollar, probar y refinar sus teorías". En pocas palabras, se trata de dejar hablar a los datos por sí mismos.

Tal actitud general se puede concretar en varios principios básicos (HARTWING, F. y DEARING, B., 1979):

- Escepticismo ante las medidas estadísticas que intentan resumir una variable, ya que al mismo tiempo que nos muestran alguna de sus características también nos ocultan otros aspectos de ella.
- Apertura ante la posibilidad de encontrar "estructuras" subyacentes en los datos, distintas a las que podíamos presuponer.

El EDA insiste más en la "estructura" que hay en los datos, en contraposición a la insistencia de la Estadística clásica

en la idea de probabilidad. Evidentemente, el concepto de estructura es más intuitivo que el de probabilidad, lo que facilita la enseñanza del EDA frente a la Estadística clásica. Por otra parte, el EDA se aplica a poblaciones completas y no se considera la existencia de muestras, lo que está de acuerdo con una característica usual de muchos problemas geográficos: la dificultad conceptual de definir lo que es población y de lo que sería una muestra extraída de ella.

Varios temas son importantes en el enfoque del EDA:

- Resistencia: La tendencia a elaborar medidas estadísticas que sean insensibles a la existencia de valores anómalos y extremos en los datos. Se presta atención sobre todo al cuerpo principal de los casos, olvidando o minusvalorando la importancia de los casos extremos ("outliers").
- Residuos: El análisis de los datos nunca está completo sin haber examinado cuidadosamente los "residuos", los aspectos no explicados por el análisis realizado, ya que en ellos pueden aparecer "estructuras" no esperadas y útiles para elaborar nuevas teorías.
- Expresividad gráfica: El EDA otorga una importancia central al empleo de técnicas de carácter gráfico o semi-gráfico, que se consideran son más capaces de mostrarnos el comportamiento completo de los datos. En esto el EDA concuerda muy bien con la tradicional insistencia de la Geografía en los procedimientos gráficos y cartográficos.
- Reexpresión: El EDA no privilegia ninguna escala de medida (como se hace habitualmente con la aritmética). Por ello una operación esencial es la reexpresión de los datos cambiando la escala en que se expresan, desde la aritmética usual a la logarítmica u otras, de modo que se simplifique el análisis y se consiga una serie de propiedades deseables como la simetría de su distribución de frecuencias o la linealidad de la relación entre dos variables. La insistencia del EDA en el empleo de distintas es-

calas ha recibido críticas de algunos geógrafos (GOULD, P., 1970), pero debemos considerar que esto es una práctica habitual en las Ciencias experimentales (por ejemplo, la escala del pH es de carácter logarítmico) y, cada vez más, en las Ciencias sociales se encuentran ejemplos en los cuales los hombres reaccionan ante variaciones no proporcionales de los fenómenos que les afectan.

Partiendo de todas estas ideas se han ido desarrollando un gran número de técnicas analíticas, algunas de las cuales vamos a mencionar a continuación. Un balance detallado de sus características y de sus aplicaciones se pueden encontrar en los trabajos siguientes: VELLEMAN, D. y HOAGLIN, D., 1981; TUKEY, J., 1977; COX, N. y JONES, K., 1981; JONES, K., 1982 y BRADSHAW, R., 1983. Un enfoque más matemático se puede hallar en HOAGLIN, D. y otros, 1983.

**a) Descripción y análisis de una variable:**

- Gráfico "rama-con-hojas" (stem-and-leaf) y gráfico en caja (box-plot) (SIBLEY, D., 1984).
- Resúmenes numéricos resistentes, basados en el orden de las observaciones: mediana, cuartiles, etc.

**b) Relación entre variables:**

- Métodos de ajuste de rectas resistentes a la relación entre dos variables (elaborados a partir de las medianas, y por ello resistentes a la presencia de casos anómalos) que son muy fáciles de aplicar.
- Diversos procedimientos gráficos para el estudio de los residuos de una relación (JONES, K., 1983 y WRIGLEY, N., 1984).

**c) Reexpresión de datos:**

- La llamada "familia de potencias", un conjunto de transformaciones de los datos muy versátiles, capaces de facilitar tanto la simetrización de una distribución de frecuencias de una variable, como la linealización de la relación entre dos variables.



**d) Series espaciales y temporales:**

- Métodos para el "suavizado" (eliminación de los casos extremos de la serie) de valores mediante el procedimiento de las medianas móviles.

**e) Tablas de datos:**

- El procedimiento llamado de "sustracción de medianas" permite realizar con gran facilidad un análisis semejante al de Varianza pero conservando la propiedad de la resistencia (ANDERSON, E. ; COX, N., 1978).

**f) Análisis multivariado:**

- Se ha propuesto un procedimiento que permite la elaboración de una ecuación con varias variables explicativas (semejante a una ecuación de regresión múltiple), pero realizada "paso a paso", analizando de continuo los diversos residuos y reexpresando siempre que sea necesario las nuevas variables antes de ser introducidas en la ecuación final (HARTWING, P. y DEARING, B., 1979).
- El gráfico BIPLLOT para matrices multivariantes que facilita la inspección de las características de los datos (GABRIEL, K., 1981).

En resumen, tenemos con el EDA un conjunto variado y coherente de técnicas que, por un lado, pueden sustituir si es necesario a las más clásicas de la Estadística paramétrica, y por otro lado, las pueden complementar cuando sea necesario.

**4. VENTAJAS DIDACTICAS DEL EDA**

La enseñanza del EDA a los estudiantes de Técnicas cuantitativas en Geografía presenta una serie de ventajas de tipo práctico y didáctico. Evidentemente no está aquejado de alguno de los graves problemas que antes hemos señalado que afectan a la Estadística clásica (en especial su subordinación a la distribución de Gauss), pero, más aún, su aprendizaje suele ser más fácil que el de

la Estadística. Se requiere, en general, menos conocimientos previos de matemáticas, sus conceptos son más intuitivos y sus resultados y métodos más próximos a las necesidades habituales de los geógrafos.

En concreto, nuestra experiencia en la enseñanza de estos procedimientos en los últimos dos cursos, creemos que ha sido francamente positiva. Hemos combinado el estudio del EDA con la Estadística clásica descriptiva, y de este modo creemos que los alumnos han conseguido entender más adecuadamente las ventajas e inconvenientes de cada enfoque, sin convertir en un remedio absoluto ninguna medida estadística.

Para comprobar con más exactitud esta impresión personal, hemos llevado a cabo una encuesta, tanto a los alumnos del año 1983-84, como a los del 1984-85. Nuestra intención era, entre otras cosas, comprobar el grado de dificultad atribuido por los estudiantes al estudio de ciertos temas, unas veces (en 1983-84) usando la Estadística clásica, y otras veces (en 1984-85) mediante el EDA. El cuadro I muestra los resultados. Está claro que se ha producido una disminución del grado de dificultad atribuido por los estudiantes que han empleado el EDA. Lo que corrobora, aunque no de un modo definitivo, muestra opinión de la mayor facilidad de estudio del EDA.

## CUADRO I

### NIVEL DE DIFICULTAD SUBJETIVO

TEMAS	ESTUDIADO CON LA ESTADISTICA CLAS.*	ESTUDIADO CON EL EDA*	DIFERENCIA DE MEDIAS
Descripción de una variable	5.16	4.83	0.33
Relación entre dos variables**	6.90	5.96	0.94
Elaboración de un modelo multivariado	8.12	7.74	0.30

\* Media aritmética de todos los alumnos (en torno a 30), medido mediante una escala que varía entre 1 (Mínima dificultad) y 10 (Máxima dificultad subjetiva atribuida por cada alumno a cada tema).

\*\* En este caso la diferencia entre las dos medias es significativa estadísticamente para un nivel de error del 10%.

## 5. CONCLUSIONES

Parece lógico concluir insistiendo en la utilidad del EDA para el análisis de datos geográficos, y sobre todo, en el aprendizaje de los procedimientos adecuados a resolver estas tareas. En cualquier caso, sus posibles inconvenientes (señalados ya por EHRENBURG, A., 1979) serán mejor comprendidos y estudiados con una mayor difusión de estas técnicas.

## BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON, E.W. y COX, N.J. (1978): "A comparison of different instruments for measuring soil creep" Catena, 5, 181-93.
- BRADSHAW, R. (1983): "El futuro de la Geografía cuantitativa" Ponencia en el Curso-coloquio sobre Geografía cuantitativa, Oviedo.
- BOSQUE SENDRA, J., RODRIGUEZ RODRIGUEZ, V. y SANTOS, J.M. (1983): "La Geografía cuantitativa en la Universidad y la investigación española" Geocrítica, 44, 47 pp.
- BOSQUE SENDRA, J., CHUVIECO, E. y SANTOS, J.M. (1983 b): "Algunos problemas metodológicos de las técnicas cuantitativas en Geografía humana" Ponencia en el Curso-coloquio sobre Geografía cuantitativa, Oviedo.
- COX, N.J. (1978): "Exploratory data analysis for geographers". Journal of Geography in Higher Education, 2(2), 51-54.
- COX, N.J. y ANDERSON, E.W. (1978): "Teaching geographical data analysis: problems and possible solutions". Journal of Geography in Higher Education, 2(2), 29-37.
- COX, N.J. y ANDERSON, E.W. (1980): "In defence of exploratory data analysis". Journal of Geography in Higher Education, 4(1), 85-89.
- COX, N.J. y JONES, K. (1981): "Exploratory data analysis" en Wrigley, N. y Bennett, R.J. (editores): Quantitative Geography: a British view. Londres, Routledge and Kegan Paul.
- EHRENBERG, A.S.C. (1979): "A note of dissent on data analysis". Journal of Geography in Higher Education, 3(2), 113-116.
- GABRIEL, K.R. (1981): "Biplot display of Multivariate Matrices for inspection of data and diagnosis" en Barnett, V. (editor): Interpreting Multivariate Data, Chichester, J. Wiley.
- GOULD, P.R. (1970): "Is Statistix Inferens the geographical name for a wild goose?" Economic Geography, 46, 439-448.
- HAGGETT, P. y otros (1977): Locational Analysis in Human Geography 2ª Edición. Londres, Arnold.

- HARTWING, F. y DEARING, B.E. (1979): Exploratory Data analysis,. Londres, Sage. 83 pag.
- HOAGLIN, D.C., MOSTELLER, F. y TUKEY, J.W. (editores) (1983): Understanding Robust and exploratory data analysis, Nueva York, J. Wiley.
- JONES, J. (1982): "Using partials residuals to explore relationships" Comunicación al III Coloquio Europeo de Geografía Teórica y Cuantitativa, Augsburg.
- SIBLEY, D. (1984): "A robust analysis of a minority census: the distribution of travelling people in England" Environment and Planning A. 16, 1279-1288.
- TUKEY, J.W. (1977): Exploratory Data Analysis. Nueva York, Addison-Weeley.
- VELLEMAN, D.F. y HOAGLIN, D.C. (1981): Applications, Basics and Computing of Exploratory Data Analysis. Boston, Duxbury Press.
- WRIGLEY, N. (1984): "Quantitative methode: on data and diagnosti" Progress in Human Geography, 567-577.

LA INTRODUCCION DE TECNICAS CUANTITATIVAS EN LA ENSEÑANZA DE  
LA GEOGRAFIA EN SEGUNDO CURSO DE B.U.P.

Miguel Angel MIRANDA GONZALEZ y Santiago QUESADA CASAJUANA  
- I.B. Eugeni D'Ors -  
(Vilafranca del Penedés - Barcelona -)

INTRODUCCION

Uno de los rasgos que caracterizan a la Geografía del B.U.P. es la confusión sobre los temas a tratar. El cuestionario oficial resulta demasiado ecléctico; sin una línea conductora que ligue los contenidos, con unos objetivos poco claros y algunos temas reiterativos respecto de lo que se supone estudiado en E.G.B.. Es muy probable que esta visión dispersa y superficial, junto con las tres horas (escasas) semanales, haya contribuido a dar una imagen de la Geografía en el B.U.P. simplista y gregaria de la Historia. Por lo tanto, no es de extrañar que algunos centros impartan la Geografía, por razones didácticas y de forma "experimental" en Primero, con la doble finalidad de, por un lado, proporcionar a los alumnos el conocimiento espacial donde situar los acontecimientos históricos, y, por otro lado, dotar de una coherencia interna de tipo conceptual y cronológico sin interrupciones.

Se empieza a oír críticas de geógrafos interesados por temas docentes que consideran que buena parte de las dolencias de la Geografía escolar "tienen su origen en la geografía universitaria" (LUIS y URTEAGA, Geocrítica n° 38, pág. 10), y afirman que para solucionarlo es preciso una redefinición de la disciplina. Esta propuesta nos parece en todo punto necesaria de llevar a cabo y urgente en su realización.

Desde la década de los años 60 se viene hablando de crisis de la Geografía, de nuevas Geografías, de Geografía radical; esta situación ha representado una gran confusión, ya que antes de



asimilar teorías, más o menos innovadoras, aparecían voces anunciando su crisis y proponiendo criterios opuestos al anterior enfoque. El abanico de expectativas ha contribuido a crear incertidumbre en la conceptualización de nuevas ideas y un desasosiego intelectual entre los docentes de la Geografía en la Enseñanza Media.

Parece necesario un reposo de ideas y una discusión amplia y sistemática que acabe por precisar el marco teórico en el que se definan los conceptos y criterios básicos que la justifiquen como disciplina organizada y no como una amalgama de conocimientos diversos poco o nada vinculados entre sí.

Mientras esta tarea se encuentre por hacer, las expectativas de una homogeneidad en los criterios para definir contenidos y objetivos en la Geografía del B.U.P. serán prácticamente nulas y, muy posiblemente, se continuarán efectuando, hasta la desaparición de la geografía en los planes de estudio, experiencias individuales con gran esfuerzo y escaso futuro.

#### LA CUANTIFICACION EN LA GEOGRAFIA DEL B.U.P.

La difusión de métodos cuantitativos en Geografía, dentro de la enseñanza media, continúa siendo incipiente en nuestro país y debería ser objeto de atención creciente por parte de organismos y personas capaces de aglutinar (cursos y publicaciones) y distribuir información.

Pensamos que la cuantificación es un recurso indispensable para los trabajos que implican la elaboración de hipótesis y su testación, el trabajo con índices y para la utilización de modelos; todo ello presenta un interés pedagógico y geográfico indudable:

##### - En cuanto al interés pedagógico:

- a) Permite al alumno acostumbrarse a los procedimientos de ensayo y error, básicos para cualquier tratamiento científico de las cuestiones suscitadas.

- b) Los alumnos se acostumbran, por un lado, a discutir según criterios cuantitativos y no cualitativos y, por otro, a la aportación de datos que permiten un tratamiento del problema más objetivo.
- c) Pensamos que la testación de hipótesis y el planteamiento de modelos sencillos -y para los que la cuantificación sea indispensable- presenta un mayor interés para el estudiante al estar enrolado en una tarea de descubrimiento y no sólo de "aprendizaje pasivo" o "repetición".
- d) También son de interés las posibilidades que ofrece la cuantificación para realizar trabajos de carácter interdisciplinario con las asignaturas de matemáticas o informática, entre otras.

**- En cuanto al interés geográfico y científico:**

- a) La cuantificación permite trabajar a distintas escalas, lo que implica la posibilidad de comparaciones, contrastes y deducciones.
- b) Pensamos que puede tener un interés considerable, para profesores y alumnos, el planteamiento del estudio territorial como región-laboratorio sobre la que se aplican modelos, se discute el empleo de índices y se contrasta con la realidad; lo cual, a parte del conocimiento supletorio del marco regional, permite habituarse a procedimientos que serán empleados -si es necesario- a otra escala.
- c) La utilización de tales métodos en la geografía de la enseñanza media, presenta, además, la posibilidad de plantear estudios de índole local que pueden interesar a organismos públicos y privados, lo que resulta estimulante para profesores y alumnos. En este sentido, creemos que nuestros trabajos sobre el área de influencia escolar y comercial de Vilafranca, sobre percepción de la ciudad, evolución de centros de gravedad, localización industrial y la colaboración de encuestas promovidas por el Ayuntamiento, despeja una pequeña senda que, pensamos, tiene un interés continuarla.

La tarea realizada durante unos pocos años en Institutos

de Bachillerato, nos permite ya la aclaración y presentación de algunas dificultades con las que pueden encontrarse quien decida intentar la difusión de métodos cuantitativos en la enseñanza secundaria:

En primer lugar, el trabajo aislado: El tipo de experiencias realizadas -de las que son ejemplos no exhaustivos las presentadas en esta comunicación- no es frecuente en los centros de enseñanza media, por lo que a la tradicional descoordinación entre centros se agrega las dificultades para el intercambio de experiencias en este campo.

En segundo lugar, la falta de investigación seria sobre el tema. Pensamos que en España el planteamiento de la difusión de métodos cuantitativos en la enseñanza es una laguna (bastante grande) y un desafío al que los estamentos universitarios no han sabido responder por el momento.

En tercer lugar, la carencia de medios: Consideramos que se plantea un problema grave con la falta de bancos de datos disponibles fácilmente y la infraestructura informática (no necesariamente compleja) que pocos institutos disponen.

Estas dificultades, y especialmente la segunda, implican una marginación creciente de la Geografía en los estudios medios, cuyos contenidos se dedican, normalmente, a tareas descriptivas (tareas que televisión, vídeos, semanarios, películas y viajes, suplen con ventaja cualquier planteamiento de programación activa y discursiva del profesor); o bien, de subordinación a la historia, mediante el planteamiento, como ya se ha dicho anteriormente, del "marco geográfico" en el que se desenvuelven los acontecimientos históricos, lo que, de hecho, plantea el supuesto -muy discutible- del determinismo geográfico.

En las siguientes páginas se ofrece una muestra de algunos temas de la programación de nuestros cursos de geografía, y que da idea de la labor desarrollada para introducir métodos cuantitativos de una manera comprensiva para los estudiantes.

## AREA DE INFLUENCIA Y FENOMENOS DE DIFUSION EN LOS CAMPOS

Dentro de un amplio capítulo que hemos denominado "Análisis de la disposición espacial de la residencia y las actividades humanas", se encuentra este tema que presenta un gran interés para el alumno. Los fenómenos de difusión, a parte de tener un carácter eminentemente geografico, plantean cuestiones de interés para el conocimiento del mundo y del entorno: nos permite aproximarnos al por qué y al cómo, ideas, innovaciones, productos comerciales, noticias, etc., se propagan siguiendo pautas que pueden analizarse; permite plantear algunos ejercicios, tanto a escala local como mundial, que proporcionen un conocimiento de las relaciones que existen entre lugares modales o centros de actividad y su entorno.

### OBJETIVOS

Existen varios objetivos en la realización de esta práctica:

- a) Se pretende que los alumnos delimiten un área de influencia; para ello se utilizan materiales que conocen y que pueden aplicarse con alguna utilidad (el área de influencia puede interesar al mismo Instituto, al Ayuntamiento o algún organismo planificador).
- b) Los alumnos pueden plantear hipótesis y preguntas a cerca del grado de difusión de cualquier área de influencia: ¿Varía respecto a la distancia?, ¿Existe una aproximación a un modelo preestablecido?.
- c) A continuación los estudiantes deben distinguir los tipos de difusión "por contagio" y por jerarquías urbanas (el concepto de jerarquización urbana se ha explicado con anterioridad en otros ejercicios). Esta diferenciación dejará preparado al alumno para plantearse algunos problemas de difusión a nivel mundial.

## EJERCICIO PROPUESTO

I) Difusión de la enseñanza del B.U.P. en el área del término municipal de Vilafranca del Penedés y comarca.

a) El material utilizado es:

- Fichas de los alumnos del Instituto obtenidas en la Secretaría del Centro.
- Mapas de Vilafranca y del Alt Penedés (1:7000 y 1:50000)

b) El ejercicio consiste en la realización de gráficas y delimitación de áreas. En cuanto a las gráficas: distancia-nº de alumnos del municipio de Vilafranca, distancia-barrios-nº de alumnos (gráficas diferenciadas para alumnos de diurno y nocturno).

c) Un grupo de alumnos tendrá a su cargo la realización de las gráficas, mientras el grupo más numeroso realizará los mapas de atracciones y delimitación de áreas de influencia por cursos, turno (diurno/nocturno) y lugares de residencia.

## CENTROS DE GRAVEDAD Y DISPERSION EN AREAS GEOGRAFICAS

Este tema trata de estudiar las distribuciones de los núcleos de población dentro de un sistema cerrado (territorio); para ello tomamos como marco de referencia:

- a) El concepto de "centro de gravedad" de un territorio como punto medio de las localizaciones de los núcleos de población.
- b) El concepto de "dispersión" como la desviación media de las localizaciones de los núcleos de población respecto del centro de gravedad.

## OBJETIVOS

Esta unidad pretende conseguir:

- a) Habituar al estudiante, mediante sencillos procedimientos estadísticos, la utilización de términos geográficos con precisión.
- b) Analizar fenómenos territoriales estáticos a partir de un sistema cerrado de municipios.
- c) Analizar las tendencias en conjunto del sistema a partir de un punto (valor) central (que denominamos "centro de gravedad") en relación con las modificaciones en las estructuras territoriales (vías de comunicación, polígonos industriales, etc.).
- d) Contrastar dispersiones de fenómenos ligados a la localización de poblaciones. Estos fenómenos pueden ser la población del sistema, conflictos sociales, enfermedades, etc.

## EJERCICIO PROPUESTO

I) Tendencias en el desplazamiento de la población de cada comarca de Catalunya.

- a) El material necesario para este ejercicio es el siguiente:
  - Un mapa o atlas donde se detallen los municipios de Catalunya.
  - Papel vegetal (tamaño cuartilla).
  - Poblaciones de Catalunya actuales y de hace un siglo.
  - Se recomienda que este ejercicio se realice con ordenador.
- b) Se trata de localizar dos centros de gravedad para cada comarca de Catalunya. Un centro de gravedad correspondería a los municipios y poblaciones de la actualidad y otro centro de gravedad a los municipios y poblaciones de hace un siglo que se encontrasen dentro del área geográfica de la comarca actual.



c) Cada alumno se encargará de una comarca.

- Una vez conocida la comarca que se ha de trabajar, se calcan los municipios en el papel vegetal.
- Se trazan los ejes cartesianos de manera que todos los municipios queden en el cuadrante positivo. Los ejes se dividen en milímetros.
- Se confecciona una tabla donde se indiquen los valores X e Y correspondientes a los municipios, las poblaciones (P) de los municipios, el producto de cada población por el valor de X correspondiente ( $P_j \cdot X_j$ ) y el producto de cada población por el valor de Y correspondiente ( $P_j \cdot Y_j$ ).
- Se calculan las medias aritméticas de X.P e Y.P

$$\bar{X}P = \frac{\sum_{j=1}^n X_j P_j}{\sum_{j=1}^n P_j} \qquad \bar{Y}P = \frac{\sum_{j=1}^n Y_j P_j}{\sum_{j=1}^n P_j}$$

Los valores de los resultados señalan el punto correspondiente al centro de gravedad.

- Para obtener el centro de gravedad de hace cien años se opera de igual forma.

d) Una vez calculados los centros de gravedad se reflexiona sobre la tendencia de la expansión territorial: qué fenómenos o circunstancias (vías de comunicación, jerarquías, etc.) han afectado o están afectando a la expansión o regresión de la población en el territorio estudiado y cuáles son sus posibles consecuencias.

Las conclusiones particulares obtenidas por cada alumno se discuten en conjunto para observar las coincidencias y no coincidencias, con el fin de procurar unas observaciones comunes que afecten al conjunto de territorios, en este caso de Catalunya.

II) Calcular las dispersiones de los municipios de cada comarca de Catalunya.

- a) El Material necesario para realizar este ejercicio es el siguiente:
- La hoja de papel vegetal donde se habia calculado el centro de gravedad.
  - Regla graduada y compás.
  - Se recomienda que el ejercicio se efectúe con ordenador.
- b) El ejercicio consiste en calcular la dispersión de los municipios respecto del centro de gravedad de cada comarca de Catalunya.
- c) - Se calculan las distancias, en centímetros y en línea recta, desde el centro de gravedad reciente a cada uno de los municipios ( $d_{ij}$ ).
- Cada distancia se eleva al cuadrado ( $d_{ij}^2$ ).
  - Se multiplican las  $d_{ij}^2$  por sus poblaciones correspondientes ( $d_{ij}^2 \cdot P_j$ ).
  - Se suman todos los productos ( $\sum_{j=1}^n d_{ij}^2 \cdot P_j$ ).
  - Se suman las poblaciones ( $\sum_{j=1}^n P_j$ ).
  - Se divide la suma de los productos entre la suma de las poblaciones y se calcula su raíz cuadrada:

$$r = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n d_{ij}^2 P_j}{\sum_{j=1}^n P_j}}$$

- El resultado corresponde a la desviación de las localizaciones respecto del centro de gravedad.
- Este valor se asocia al radio de una circunferencia cuyo origen es el centro de gravedad.

- La circunferencia nos refleja de forma gráfica la amplitud media de la dispersión municipal de la comarca.
- Una vez calculado el radio de cada comarca de Catalunya, el resultado se pasará a una escala común. Por ejemplo, suponemos que se decide que los resultados se calculen en escala 1:100.000 y un alumno lo ha realizado en escala 1:300.000, la conversión se obtiene:

$$R = 300.000 \cdot r / 100.000 = 3r$$

- d) Una vez efectuados todos los cálculos, el estudiante reflexiona sobre las causas que inciden en el tamaño del radio y en la dispersión de la población; por ejemplo: vías de comunicación y distribución de municipios, relieve y localización, otras relaciones o causas.

Se discute entre toda la clase los resultados obtenidos: cuáles son las comarcas de mayor y menor radio, cómo se justifican los distintos resultados.

Se ha de procurar homogeneizar criterios con la finalidad de obtener conclusiones que permitan una mayor comprensión del territorio estudiado.

### TRANSFORMACIONES TERRITORIALES: COMPARACION ENTRE LA DISTRIBUCION COMARCAL REAL Y UNA DISTRIBUCION COMARCAL TEORICA

Este tema forma parte de una unidad que trata sobre modelos simples de interacción. Para el apartado de transformaciones territoriales el modelo empleado es el de Reilly.

El tema trata de fijar de forma teórica las fronteras comerciales de los territorios a partir de las atracciones (hipotéticas) entre pares de núcleos de población con características de servicios similares. Si la unidad de la división territorial que se toma es la comarca, los núcleos de población serán sus respectivas capitales, si la unidad es la municipal, se tomarán sus propios núcleos de población.

El modelo de Reilly nos relaciona distancias y la población de ambos:

$$F = \frac{d_{ij} \text{ (en Km)}}{1 + \sqrt{\frac{P_{ob A}}{P_{ob B}}}}$$

B.J.L. Berry propone sustituir el tamaño de las poblaciones por el número de tipos de empresas. Se ha escogido el criterio de Reilly porque resulta más comprensible para el alumno y más fácil de obtener datos.

### OBJETIVOS

- Introducir la idea de modelo como un instrumento que permite formular hipótesis para aproximarnos a la realidad.
- Confección de mapas alternativos en función de los resultados obtenidos.
- El alumno tome conciencia del empleo de criterios racionales para efectuar divisiones en el territorio (aunque en este caso hay que advertir las limitaciones del criterio).

### EJERCICIO PROPUESTO

I) Establecer las fronteras de mercado comarcales de Catalunya y contrastarlas con las fronteras comarcales reales.

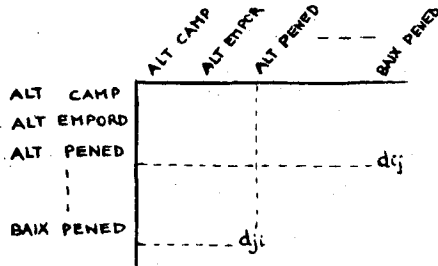
II) Realizar una proyección lineal de la población de las capitales municipales a un futuro de cincuenta años y obtener las áreas de mercado correspondientes.

- a) El material necesario para efectuar este ejercicio es el siguiente:

- Atlas de Catalunya o mapa de carreteras.
- Regla milimetrada.
- Mapa de Catalunya de tamaño folio.
- Datos de población de las capitales comarcales.

b) Para resolver el ejercicio se pueden seguir los pasos siguientes:

- Se confecciona una matriz donde se indiquen las distancias entre las capitales de comarcas subyacentes.



Como la matriz es simétrica, sólo se necesita una parte (derecha o izquierda de la diagonal principal).

- Cada alumno se encarga de un vector de la matriz.
- Las distancias ( $d_{ij}$ ) se miden en km. y se calculan por carretera, siguiendo el recorrido que habitualmente hacen los viajeros que se trasladan de uno a otro municipio.
- Se calcula el índice de Reilly para la población actual.
- Se hace una estimación de la población que existirá dentro de cincuenta años, suponiendo el ritmo de crecimiento actual.
- Se calcula el índice de Reilly para esta nueva población.
- Las distancias obtenidas se pasan a la escala del mapa tamaño folio y se presentan en él.
- Los resultados obtenidos por cada estudiante se comunican al resto de la clase para que todos puedan confeccionar el mapa de las fronteras comerciales.

c) Una vez realizados los mapas se analizan las relaciones entre áreas de mercado actuales y comarcas y se procura poner en común las conclusiones.

Siempre que sea posible, se comprobará la veracidad del modelo y se discutirá su validez.

Se analizan las hipotéticas áreas de influencia comerciales en Catalunya para un plazo de cincuenta años y sus posibles consecuencias.

## LA SELECCION DE VARIABLES EN EL ANALISIS MULTIVARIANTE

José Cortizo Alvarez

(Universidad de León)

### 1. Introducción

El objetivo principal de esta comunicación es presentar los problemas que se nos han planteado a la hora de seleccionar unas variables para tratar de establecer una comparación entre diversos países del área latinoamericana, - basada en el análisis de componentes principales y cluster a partir de dichas variables.

"Ocurre a menudo que el geógrafo se encuentra en la obligación de tratar una masa ingente de datos" (BEGUIN, H., 1979, p. 152). Es éste un hecho bastante frecuente en la investigación geográfica, complicado, además, por la distinta naturaleza de la información.

Para hacer manejable un conjunto de datos se hace necesario recurrir a - técnicas estadísticas que ayuden a sintetizar la información en un doble sen tido: reduciendo la masa de información y poniendo de manifiesto las relaciones entre las variables portadoras de la misma (BEGUIN, H., 1979).

Si tenemos en cuenta que la aplicación de métodos estadísticos está rela cionada con la variación de alguna característica, la aplicación de técnicas estadísticas, concretamente del análisis multivariante, pretende explicar la variación experimentada por una o más variables en términos de la variación conjunta con otras, de la covariación (MALLO, F., 1984), respondiendo así al doble sentido a que hacía alusión BEGUIN anteriormente.

Sin embargo, uno de los primeros y principales problemas que se le plan tean al investigador es precisamente el de la selección de las variables a medir sobre una serie de observaciones o individuos. "La elección de datos a introducir en el análisis es sin duda la etapa más importante" (CICERI, M.-F. et al., 1977, p. 20), puesto que los factores o componentes resultantes sim plemente traducen la estructura de los datos originales.

Estos datos se toman en consideración porque, a priori, se piensa que - son relevantes y que aportan información al análisis; no obstante, en muchas ocasiones, quedan relegados del mismo ciertos temas o ciertos aspectos que el investigador juzga como importantes o incluso como esenciales, simplemente



porque "pueden estar mal o nada representados en las estadísticas disponibles" (CICERI, M.F., et al., 1977, p. 21), lo cual puede originar importantes desequilibrios.

En definitiva, como señala BAILLY refiriéndose al medio urbano, "la ecología de la ciudad viene, de hecho, definida por la matriz de datos iniciales, antes que por el análisis factorial" (BAILLY, A.S., 1978, p. 154).

Para nuestro trabajo hemos utilizado un total de 50 variables referidas a 18 países del área de América Latina (Anexo 1).

Las variables de partida, los parámetros medidos sobre los individuos, - son dependientes, correlacionados, y no están sometidos a ninguna restricción; como corresponde a un análisis exploratorio, no hay ninguna hipótesis previa que considere a alguna variable más importante que las demás.

Pretendiendo abarcar un amplio espectro se han tomado variables que aportan información sobre aspectos demográficos, económicos (con datos sobre la estructura, dinámica y evolución de ambos) y socioeconómicos (educación y salud).

El límite viene dado, en principio, por la disponibilidad de los datos, ya que hemos tenido que centrarnos en aquellos que en las fuentes manejadas (1) estaban presentes en los 18 países, viéndonos obligados a prescindir de bastante información que, por lo menos a priori, se veía como importante (tal es el caso, entre otros muchos ejemplos que se podrían poner, de los datos referidos a "Gastos públicos en defensa, en % del P.I.B."). El segundo límite viene impuesto por la propia capacidad del ordenador utilizado (2).

Así es como, de 59 variables reunidas en un primer momento, seleccionamos las 50 reseñadas en el Anexo I y que han sido la base del análisis. (3)

## 2. Metodología

El análisis de componentes principales a que se ha sometido a las 50 variables se encuadra dentro del análisis multivariante, "conjunto de métodos cuyo fin esencial es poner de relieve las relaciones existentes entre individuos, entre los parámetros que los caracterizan y entre los individuos y los parámetros" (MALLO, F., 1984, p. 7).

El núcleo central del análisis de componentes principales lo constituye la consideración de la interdependencia entre las variables como un todo, a partir del cual la información suministrada es susceptible de ser sintetizada

en términos de otras nuevas variables. La diferencia esencial con el análisis factorial radica en que este modelo considera a toda variable compuesta de dos partes, una específica de cada variable y otra común con otras variables y expresable en términos de factores comunes (BATISTA, J.M., 1984).

Las nuevas variables son las componentes principales, obtenidas de tal modo que "cada componente sucesivo explique la máxima varianza (posible) restante después de la extracción de las componentes precedentes. Las componentes principales son una transformación matemática y no exigen la adaptación a un modelo" (MATHER, P.M., 1981, p. 146).

Las componentes principales son ortogonales, estadísticamente independientes, y son combinaciones lineales de las variables originales. La transformación es puramente matemática y no estadística, de manera que no es necesaria ninguna hipótesis previa, como ya hemos visto. En este sentido, "la información contenida en los datos iniciales no disminuye ni aumenta en el curso de esta transformación, sino que simplemente se presenta bajo una forma nueva - que puede revelar las relaciones importantes difíciles de descubrir entre los datos originales" (CICERI, M.-F., et al., 1977, p. 15).

Esta técnica no solamente transforma las variables originales sino que - tiene por finalidad, además, reducir su dimensión al obtener "un número más reducido de variables (...) que por su mayor relevancia conceptual pueden, en posteriores aplicaciones, sustituir a las primitivas variables" (BATISTA, J.M., 1984, p. 25-26), eliminando de esta manera la información redundante.

La última etapa de nuestro trabajo ha consistido en un análisis cluster - aplicado a las componentes principales obtenidas, en sustitución de las variables originales, tal como apunta BATISTA más arriba.

El análisis cluster tiene como "objetivo principal el agrupamiento "razonable" de los individuos objeto de estudio" (MALLO, F., 1984, p. 108) a partir de una serie de caracteres observados sobre cada individuo.

Como en el caso de las componentes principales, este análisis cluster es un método exploratorio en el que no existen hipótesis previas sobre los individuos ni sobre las clases o conglomerados, sino que "sólo se dispone de una colección de observaciones cuya pertenencia a la clase es desconocida. El objetivo operacional consiste, por tanto, en descubrir una estructura de conglomerados que se ajuste a las observaciones" (MALLO, F., 1984, p. 166).

Así pues, lo que intentaremos hacer es una agrupación objetiva de los individuos a partir de los datos originales transformados en componentes.

### 3. Desarrollo de los análisis

#### 3.1. Componentes principales

Aplicando un primer análisis de componentes principales a las 50 variables originales ya aludidas obtenemos otras tantas componentes que explican el 100 % de la varianza de las variables. Sin embargo (Tabla I), solamente las 17 primeras componentes tienen una varianza superior a 0,00, explicando el total de la varianza, es decir, sintetizando toda la información original. No obstante, solamente las primeras 11 componentes tienen autovalores iguales o superiores a 1,0, dándonos una varianza acumulada del 94,03 %, porcentaje más que suficiente de la varianza total y que nos permite prescindir de las componentes 12 a 17 (inclusives).

Tabla I

VARIANZA EXPLICADA POR CADA COMPONENTE			
VARIANZA ACUMULADA EXPLICADA POR LAS K PRIMERAS C.P. RETENIDAS			
C.P.	VARIANZA	VAR. EXPLICADA	VAR. ACUMULADA
*****	*****	*****	*****
1	13.370	26.740	26.740
2	6.724	13.449	40.189
3	6.411	12.823	53.013
4	5.519	11.038	64.051
5	3.014	6.028	70.079
6	2.773	5.546	75.624
7	2.258	4.515	80.140
8	2.108	4.216	84.356
9	2.030	4.059	88.415
10	1.600	3.200	91.615
11	1.199	2.399	94.013
12	.850	1.699	95.712
13	.717	1.433	97.146
14	.542	1.083	98.229
15	.399	.799	99.028
16	.269	.539	99.567
17	.216	.433	100.000

Hemos pasado, de esta manera, de trabajar con 50 variables, a todas luces imposibles de manejar y visualizar conjuntamente, a retener 17 componentes incorreladas y que, además, resumen la información inicial. Estamos, - pues, en camino de conseguir uno de los objetivos del análisis de componentes principales, el de reducir la dimensionalidad al considerar únicamente la información proporcionada por un conjunto de variables no observables y menor que el original (BATISTA; J.M., 1984).

Con todo, considerar de forma conjunta un total de 17 componentes tampoco es tarea fácil, por lo que es necesario reducir su número aunque se haga, eso sí, a costa de perder información. Esta pérdida no resulta tan - grave si pasamos a retener, como ya hemos apuntado, las 11 componentes con

autovalor superior a 1,0, ya que este es un punto de ruptura cómodo porque "la cantidad de varianza que explican estos componentes es superior a la contenida en una variable al menos" (CICERI, M.-F. et al., 1977, p. 27).

No obstante, esta pérdida del 6 % de la información apenas si nos aporta ventaja alguna a la hora de tratarla. Se plantea, entonces, una nueva reducción del número de componentes hasta hacerlo manejable. En este caso lo hemos fijado, en un principio, en seis, que explican dada una más del 5 % de la varianza y que en conjunto da una varianza acumulada del 75,62 %.

Es decir, perdemos casi el 25 % de la información original pero, en contrapartida, las componentes retenidas tienen unos porcentajes de dependencia relativamente altos al menos con dos variables, lo cual hace que su interpretación pueda tener algún significado (Tabla II), aunque esto también nos presentará importantes problemas, como veremos más adelante.

Tabla II  
Porcentajes de dependencia

<u>Variab</u> les	<u>C.P. 1</u>	<u>C.P. 2</u>	<u>C.P. 3</u>	<u>C.P. 4</u>	<u>C.P. 5</u>	<u>C.P. 6</u>
1	21,39			-11,75		- 6,17
2			12,58		8,20	
6	51,00			38,81		
11		-38,69		36,08		
12						2,36
16		-10,64		43,82	4,55	
21	-49,89	14,84			-10,91	
26	59,66			22,89		
31	-57,76			-27,05		
36	57,52				-11,30	
41	-39,60	-12,31				- 4,75
46	-49,61		12,54		19,80	

Lo contrario, es decir, la consideración de las 11 o de las 17 primeras componentes nos hubiera permitido trabajar con menos o incluso sin pérdida de información pero nos hubiese planteado serios problemas a la hora de definir las componentes, debido precisamente a sus débiles porcentajes de dependencia con las variables. De todos modos, como hemos adelantado, estos problemas se nos han presentado en la interpretación de los resultados aún cuando tuvimos en cuenta las saturaciones superiores a 0,30, tal como aconsejan ciertos autores (CICERI, M.-F. et al., 1977).

Ahora bien, esta misma razón que utilizamos para desechar las componentes 7 a 11 podemos aducirla también para prescindir de la 5 y de la 6, ya que con ninguna variable alcanzan porcentajes de dependencia del 20 %, -

hecho éste que también se da en la componente 3.

Como vemos en la anterior Tabla II, prescindiendo ya definitivamente de las componentes 5 y 6, hay una serie de variables que se repiten en las componentes principales: solamente las variables 2, 21 y 36 están en una componente; el resto depende de dos, manteniendo con ellas incluso el mismo sentido positivo o negativo. Además, los pares de componentes 1-2 y 2-4 tienen dos variables comunes y el par 1-4 tiene tres: ¿ puede hablarse, sobre todo en este último caso, de "redundancia", de "solapamiento" o de "complementariedad" de las componentes?.

No se acaban aquí nuestros problemas, puesto que, por otra parte, si representásemos gráficamente la localización de los individuos sobre el espacio de las componentes a partir de la Tabla III, veríamos cómo en las seis combinaciones de las 4 componentes retenidas hay 10 individuos (el 55 %) - que se sitúan en el centro del gráfico porque tienen valores de 0,00 en las coordenadas de cada par de componentes.

Tabla III

COORDENADAS DE INDIVIDUOS EN EL ESPACIO DE LAS C.P.

INDIVI	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6
1	-7.00814	-3.1126	.97515	.42136	-.63618	1.71593
2	-1.14493	-.47968	1.30868	.40394	-.61401	-.21347
3	.00161	.00037	.0009	.00076	-.00244	-.00279
4	.00028	.00065	-.0001	-.0008	-.00221	-.00059
5	.00193	-.00025	.00085	.0017	.0013	.0004
6	1.51658	-5.21283	1.32881	4.62005	2.04205	-2.82108
7	1.11275	-.55138	.32404	.24327	.36151	-.1039
8	-.0013	.00068	.0013	-.00092	-.00081	.00102
9	.0022	.00002	.00002	.00225	-.00078	-.00005
10	-.0014	-.00225	.00035	.00078	.00049	.0008
11	-3.02677	.52168	-6.74534	-.41187	2.14913	-.6267
12	-1.68137	-.19143	.19323	-1.32854	.29639	-.02225
13	-.00104	-.00132	-.00118	.00147	-.00168	.00009
14	.00004	.00215	-.00163	-.00082	.00087	.00001
15	.00224	.00036	-.001	.00111	-.00309	-.00085
16	-3.4919	-1.75801	1.35567	-3.97413	1.37882	-.64728
17	-.51474	-1.79122	-1.1485	.69732	.42773	-.11162
18	.00132	-.00066	-.00045	.00015	.00112	-.00151

Así pues, se reúnen una serie de circunstancias negativas para desarrollar la interpretación de los resultados: 1º) la varianza explicada por las componentes retenidas es baja (4); 2º) tenemos una serie de variables que se repiten en las componentes; 3º) débiles porcentajes de dependencia de las componentes con las variables, y 4º) más de la mitad de los individuos tienen coordenadas 0,00 en las componentes.

Llegamos a concluir, a la vista de todo ello, que las componentes principales obtenidas de este análisis tienen un poder discriminante muy bajo, una capacidad muy baja para separar los individuos.

Este problema nos lleva a replantearnos la cuestión de la selección de variables. Por ello, y sin entrar siquiera en la definición de las componentes, hemos hecho una segunda parte en el trabajo, consistente en eliminar aquellas variables que menos relevancia tenían para el análisis, al ser errónea una de las consideraciones iniciales, la de la "la variación del fenómeno estudiado es explicada por el conjunto de variables retenidas" (BEGUIN, H. 1979, p. 156).

El hecho es que si solamente las 17 primeras componentes tienen un autovalor superior a 0,00 ello significa que las 33 restantes no tienen ninguna importancia en la explicación de la información original. Esto nos abre una importante vía para reducir el volumen de datos a tratar sin pérdida de información puesto que podremos desechar ("to discard") aquellas variables con las que mayor porcentaje de dependencia tengan las componentes de autovalor 0,00.

La justificación del "discarding" de variables está en que si la última componente es la que menor autovalor tiene y que menos varianza explica, la variable más correlacionada con ella ser, lógicamente, la menos relevante, pudiendo prescindir de ella, y así sucesivamente hasta quedar con un número de variables que en nuestro trabajo hemos establecido en 17, inferior en uno al número de individuos. (RACINE, J.B.; REYMOND, H., 1973).

Es decir, prescindimos de las "variables que a priori se creía que iban a proporcionar información sobre el fenómeno en estudio, resultando su información nula" (MALLO, F. 1984, p. 21). De esta manera quedan fuera algunas variables (p.e. la 2,3 y 4) que mantenían altas correlaciones con otras no desechadas (la 5), es decir, eran redundantes.

Efectuado este proceso, pasamos a trabajar con las 17 variables marcadas en el Anexo I con un asterisco, de las que obtenemos las componentes de la Tabla IV. En este caso, las 16 primeras componentes explican ya el 100 % de la varianza, aunque solamente las 6 primeras tienen un autovalor superior a 1,0.

De esta manera, con igual número de componentes retenidos que en el primer análisis, tenemos menos pérdida de información. Otra ventaja es que, si bien en ningún caso son altos, los porcentajes de dependencia de las componentes se establecen con un reducido número de variables, con lo cual su identificación puede resultar más fácil que en el caso anterior.

Tabla IV

VARIANZA EXPLICADA POR CADA COMPONENTE  
 VARIANZA ACUMULADA EXPLICADA POR LAS K PRIMERAS C.P. RETENIDAS

C.P. *****	VARIANZA *****	VAR. EXPLICADA *****	VAR. ACUMULADA *****
1	5.703	33.549	33.549
2	3.121	18.357	51.906
3	1.913	11.250	63.158
4	1.582	9.307	72.465
5	1.281	7.537	80.002
6	1.068	6.281	86.284
7	.748	4.406	90.694
8	.451	2.653	93.347
9	.406	2.391	95.737
10	.308	1.813	97.541
11	.158	.931	98.472
12	.131	.773	99.244
13	.097	.568	99.812
14	.020	.120	99.932
15	.007	.043	99.975
16	.004	.025	100.000
17	.000	.000	100.000

LA VARIANZA DE UNA COMPONENTE ES EL AUTOVALOR CORRESPONDIENTE.

No obstante, seguimos ante el problema, aunque atenuado, de la repetición de variables en las distintas componentes (Tabla V).

Tabla V  
 Porcentajes de dependencia

Variables	C.P. 1	C.P. 2	C.P. 3	C.P. 4	C.P. 5	C.P. 6
1	-52,43	10,28		5,60	12,94	
3			13,70	5,78		
4					-32,09	7,52
5	11,43			-11,39		
6			-32,35			47,42
9						56,57
11			-49,15			9,22
12	13,08					
13	12,32	42,67				
15			-11,12	7,64		
16					-41,05	

Por último, y a diferencia también del primer intento, ya no nos encontramos con ningún individuo con coordenadas 0,00 para todas las componentes, sino que los factores retenidos en este segundo análisis tienen mayor poder discriminatorio entre los individuos (Tabla VI).

De todos modos, la interpretación de los resultados tampoco va a ser tarea fácil puesto que en ningún caso los porcentajes de dependencia componentes/variables son altos. Por lo tanto haremos solamente un ligero comentario, sin que ello obste para que sean tratados más en extenso en otro contexto.

Tabla VI

COORDENADAS DE INDIVIDUOS EN EL ESPACIO DE LAS C.P.

INDIVI	CP 1	CP 2	CP 3	CP 4	CP 5	CP 6
1	-4.62858	.35849	-1.89335	-.34338	1.84626	-.08877
2	-.36717	.69633	-.33614	.09893	-.08277	.04155
3	-1.95787	-1.56524	2.1782	.44953	.71867	.65831
4	-.11355	.0633	-.04433	-.00073	-1.71475	-4.44588
5	.00481	.75334	-.613	-.5662	-.83585	-.07712
6	-.00276	-1.29066	1.06207	-1.54964	.47786	-2.34089
7	-.36308	-.22577	-.10865	.00238	-1.6345	-.08261
8	.39252	.96834	.23396	.36082	.51149	.96043
9	-.4767	.0589	-.05846	.08132	.00257	-.27745
10	1.31964	.71937	-.69476	-.05576	.48962	-.85663
11	.05462	.00407	-.42476	1.46868	2.29482	-1.45576
12	1.7626	.65277	-.2169	-.37856	.21098	-.14807
13	-.8427	-1.64252	.66704	-.18394	.07415	-.32661
14	-.23225	-.26355	.26153	-.00041	-.08854	-.00999
15	1.45734	-.39175	-.07774	-.38671	-.3673	-.04997
16	-.17909	.11261	.00456	3.57171	-.53462	-.62489
17	-.41933	.14437	.24332	-.33942	.14261	-.74042
18	-3.80378	-2.2869	.83332	1.02724	-.17556	1.40205

En la primera componente confluyen cuatro variables de distinta naturaleza. La correlación más alta se da con una variable demográfica (esperanza de vida) a la que se oponen otras de tipo económico (exportaciones, P.I.B.) y socioeconómico (escolarización 6-11 años), aunque con mucho menos peso en la definición de la componente, a la que hemos llamado, con las mayores reservas extensibles al resto de las denominaciones, "Grado de madurez socioeconómica".

La segunda componente solamente tiene correlaciones significativas con dos variables, las dos en sentido positivo, pero sólo una con peso suficiente para definirla: la escolarización de 6 a 11 años (var. 13), complementada por la esperanza de vida (var. 1), por lo que la denominamos "Escolarización básica".

La componente tercera viene definida principalmente por la alta correlación negativa que tiene con las variables 11 y 6 (consumo de energía y participación porcentual de la agricultura en el P.I.B., respectivamente) y con menos peso la variable 15 (escolarización de Tercer Grado), a las que se opone ligeramente la población activa en servicios. La denominamos "Estructura económica".

La cuarta componente es la que mayores problemas plantea puesto que los porcentajes de dependencia son realmente bajos con todas las variables; solamente es relativamente significativa la correlación negativa con la variable 5 (P.I.B.), mientras que en sentido positivo pueden tomarse en consideración, aunque con muy bajo significado, las correlaciones con las variables 15 y 3 (escolarización T.G. y población activa en servicios).



Por lo que se refiere a la quinta componente, está definida por las correlaciones negativas que mantiene con las variables 4 (evolución de la mortalidad infantil) y 16 (médicos por 1000 hab.), a la vez que se da una ligera dependencia positiva con la variable 1 (esperanza de vida). A esta componente la denominamos "Carencias sanitarias".

Por último, la sexta componente presenta los porcentajes de dependencia - más altos de todas las retenidas, positivamente con las variables 9 y 6 (evolución de la participación porcentual de los servicios en el P.I.B. y participación porcentual de la agricultura en el P.I.B.), por lo que la hemos denominado "Terciarización".

### 3.2 Análisis cluster

Por último, y teniendo en cuenta que tanto la comparación como la diferenciación están en la base del conocimiento geográfico (RACINE, J.-B.; REYMOND, H., 1973), hemos intentado establecer una clasificación de los 18 países de América Latina objeto de estudio con un análisis cluster a partir de las 17 componentes principales obtenidas anteriormente.

La elección de las componentes como variables estriba en que aquéllas sintetizan la información de las variables originales, pudiendo sustituirlas (JOHNSTON; R.J., 1980).

La medida de similaridad aplicada ha sido la distancia euclídea, ya que "está ligada a conceptos de variación y de varianza a menudo evocados en materia de clasificación" (BEGUIN, H., 1979, p. 208), conceptos éstos intrínsecos a las componentes principales. Además esta medida permite trabajar con variables no correlacionadas como lo son, por propia definición, las componentes principales, llevando ventaja sobre otra de las medidas utilizadas frecuentemente, la distancia de Mahalanobis, ya que ésta tiene en cuenta las correlaciones entre las variables (BEGUIN, H., 1979; MALLO, F., 1984; MARTINEZ, E., 1984).

Los resultados concretos aparecen en la Tabla VII y en el Gráfico I y nos merecen, asimismo, un breve comentario.

Podemos apreciar la formación de tres grandes grupos cuya diferenciación entre sí es pequeña puesto que se unen a distancias muy próximas a las de la formación del propio grupo. Hay que señalar, además, que en general todos los individuos se unen a distancias altas: 12 lo hacen entre 5,90 y 6,05, mientras que sólo cuatro se unen por debajo de 5,80.

Tabla VII

Agrupación de los individuos en el cluster

Nivel	Grupo	Distancia
1	( 8,14) = 8	5.7728
2	(10,16) = 10	5.7734
3	( 5,15) = 5	5.84862
4	( 3, 8) = 3	5.91538
5	(10,17) = 10	5.92115
6	( 3, 7) = 3	5.93866
7	( 5,10) = 5	5.954
8	( 5, 6) = 5	5.96119
9	( 1,11) = 1	5.96696
10	( 3,18) = 3	5.97061
11	( 4,13) = 4	5.97544
12	( 3,12) = 3	5.98431
13	( 5, 9) = 5	5.98959
14	( 1, 4) = 1	5.99209
15	( 1, 2) = 1	5.99855
16	( 1, 3) = 1	6.00643
17	( 1, 5) = 1	6.05727

Gráfico I

Dendograma

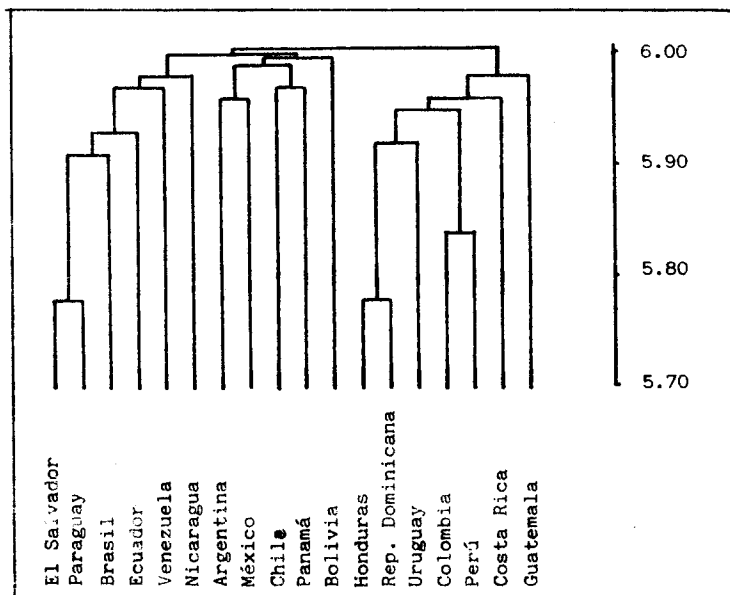
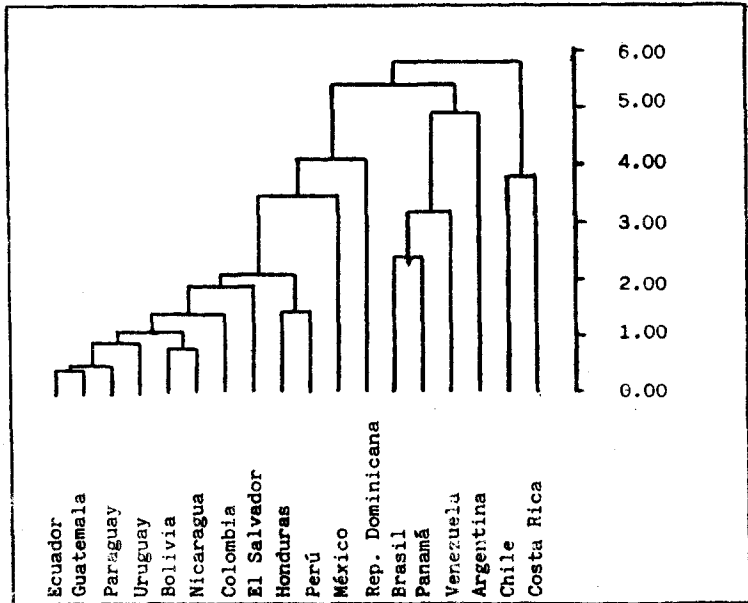


Tabla VIII  
Agrupación de los individuos en el cluster

Nivel	Grupo	Distancia
1	( 7, 9) = 7	0.408566
2	( 7,14) = 7	0.506258
3	( 2,12) = 2	0.820273
4	( 7,17) = 7	0.896679
5	( 2, 7) = 2	1.11642
6	( 2, 5) = 2	1.37349
7	(10,15) = 10	1.41725
8	( 2, 8) = 2	1.94426
9	( 2,10) = 2	2.11304
10	( 3,13) = 3	2.39969
11	( 3,18) = 3	3.19163
12	( 2,11) = 2	3.45948
13	( 4, 6) = 4	3.81424
14	( 2,16) = 2	4.12701
15	( 1, 3) = 1	4.91156
16	( 1, 2) = 1	5.36244
17	( 1, 4) = 1	5.7879

Gráfico II

Dendograma



El grupo más homogéneo es el formado por los individuos 1,11,4, 13 y 2, - que se unen todos ellos a distancias entre 5.966 y 5.998. De todas formas, a pesar de formar un grupo homogéneo, los individuos que lo componen (Argentina, México, Chile, Panamá y Bolivia) mantienen entre sí distancias relativamente considerables, ya que se unen muy cerca del límite superior del dendograma.

Los individuos 8,14,3,7,18 y 12 forman un grupo más heterogéneo, en el - que destaca la "temprana" unión de El Salvador y Paraguay a 5.77, a los que - se van uniendo los demás (por orden, Brasil, Ecuador, Venezuela y Nicaragua, ya por encima de 5.90), como si de individuos espúreos se tratase.

El último grupo lo forman los restantes individuos (10,16,17,5,6 y 9) y - en él se pueden distinguir dos subgrupos formados, a su vez, por Honduras y - la República Dominicana, a los que se incorpora Uruguay, y por Colombia y Perú. Ambos subgrupos se unen más arriba y a ellos se les incorporan, también casi como espúreos, Costa Rica y Guatemala.

Así pues, como vemos, la validez de estas 17 componentes principales para establecer grupos entre los individuos es relativamente baja, por lo que debemos tomar solamente las 6 componentes con autovalor superior a 1,0, es decir, las más representativas.

Desgraciadamente para nosotros, por problemas derivados de los trabajos de ampliación del ordenador utilizado, no ha sido posible efectuar este último - paso hasta el momento de redactar este texto; ello nos hubiera permitido contrastar los resultados y establecer una clasificación definitiva; definitiva en la medida en que lo permiten la técnica de análisis y la información utilizada.

#### Notas

(1) Superada esta dificultad se presenta otra que ha tenido que ser soslayada en muchos casos; es la falta de coincidencia de las fechas a que se refieren algunos datos, sobre todo los demográficos.

(2) Hemos trabajado con un ordenador IBM, sistema 34, instalado en la E. U. de Estudios Empresariales de la Univ. de León. Su limitada capacidad para trabajos de investigación viene dada por su uso también en la administración del propio centro y en las tareas docentes, lo que lleva a su frecuente saturación.

(3) Los programas de ordenador del análisis de componentes principales y cluster forman parte del paquete AMBE (Análisis Multivariante en Basic Extended), desarrollado por Fernando MALLO FERNANDEZ, profesor del centro citado, a quien agradecemos su desvelo y preocupación porque los investigadores de esta Universidad conozcamos estas técnicas. En la actualidad dicho paquete de programas está pendiente de publicación.

(4) Véanse, por ejemplo, los trabajos hechos con análisis factorial y de componentes principales de AZNAR; BATISTA; CABRER; FONSECA; JIMENEZ; MUÑOZ; - SANZ; SOLA (Vid. Bibliografía). Hay que hacer constar, no obstante, el recurso en estos trabajos a la rotación Varimax de los factores o componentes, que persigue, precisamente, obtener altas correlaciones con sólo unas pocas variables.

#### Fuentes

- Anuario El País. Ed. PRISA, Madrid. Años 1983, 1984 y 1985.
- Demographic Yearbook, 1982. United Nation, New York 1984.
- L'état du monde. Edition 1983. Annuaire économique et géopolitique mondial. GEZE, F.; LACOSTE, Y.; VALLADAO, A.G.A. (Dirts.). Editions La Découverte, París 1983.
- El estado del mundo. 1984. Anuario económico y geopolítico mundial. GEZE, F.; LACOSTE, Y.; VALLADAO, A.G.A.; PAQUOT, Th. (Drts.). Eds. Akal. Madrid, 1984.
- EXTEBANK. Ed. Servicios de Estudios Económicos, Banco Exterior de España, - Madrid. Varios años; diversos números monográficos sobre dichos países.

#### Bibliografía

- AZNAR, A. (1974): "Infraestructura y regionalización de las provincias españolas: una aplicación del análisis factorial". Revista Española de Economía, nº 2, p. 137-166.
- BAILLY, A.S. (1978): La organización urbana. Teoría y modelos. Inst. de Estudios de Administración Local, Madrid, 278 p.
- BATISTA, J.Mª (1984): "Componentes principales y análisis factorial (Exploratorio y confirmatorio)", en SANCHEZ CARRION, J.J. (Editor): Introducción a las técnicas de análisis multivariable aplicado a las ciencias sociales, - Centro de Investigaciones Sociológicas, Madrid, p. 23-74.
- BEGUIN, H. (1979): Méthodes d'analyse géographique quantitative, Librairies Techniques, París, 284 p.
- CABRER, B.; PIQUERAS, J. (1980): "Tipificación de la población activa de España: 1955-1975. Un ensayo de aplicación del análisis de componentes principales". Estudios Geográficos, XLI, 159, p. 171-192.
- CICERI, M.F. et al. (1977): Introduction à l'analyse de l'espace. Masson, París, 173 p.
- FONSECA, Mª.L.; ABREU, D. (1984): "Permanencia e mudança das diferenciações territoriais em Portugal no periodo 1950-1980". en III Coloquio Ibérico de Geografía. Barcelona, p. 563-575.
- FONSECA, Mª.L.; REIS, D. (1980): Crescimento e diferenciação das áreas sub-urbanas de Lisboa e do Porto. Estudos para o planeamento REgional e Urbano nº 13, Centro de Estudos Geograficos, Univ. de Lisboa, 92 p.
- JIMENEZ, B.C. (1985): "La diferenciación sociodemográfica en los distritos municipales de Madrid". Aportación española. XXV Congreso Geográfico Internacional. París 1984. Real Sociedad Geográfica, Madrid, p. 173-187.
- JOHNSTON, R.J. (1980): Multivariate statistical analysis in Geography. Longman Group Limited, London, 280 p.

- MALLO, F. (1984): Análisis estadístico de datos multivariantes. Tomo I - Generalidades. I.C.E. de la Univ. de León. Documentación del Curso "Análisis estadístico de datos multivariantes", 232 p. (policopiado).
- MARTINEZ, E. (1984): "Aspectos teóricos del Análisis de Cluster y Aplicación a la caracterización del electorado potencial de un partido", SANCHEZ CARRION J.J. (Ed.), op. cit. en BATISTA, J.M. (1984); p. 165-205.
- MATHER, P.M. (1981): "Factor analysis", en Quantitative Geography, ed. por N. WRIGLEY y R.J. BENNETT, Routledge and Kegan Paul LTD, London, Boston & Henley, p. 144-163.
- MUÑOZ, J. (1980): "Ensayo de clasificación sintética de los climas de la España peninsular y Baleares". Estudios Geográficos, XLI, 160, Madrid, p. - - 267-302.
- RACINE, J.B.; REYMOND, H. (1973): L'analyse quantitative en géographie. Presses Universitaires de France, Vendôme (France), 316 p.
- SANZ, E. (1981): "La ordenación del territorio y el sistema de ciudades. Un caso de aplicación de técnicas multivariantes a la definición del sistema urbano", Ciudad y Territorio, 1, p. 63-89.
- SOLA-MORALES, M. (1970): "Factorialización de características de un área suburbana". Revista de Geografía, nº 2, Univ. Barcelona, p. 159-186.

#### Anexo I

<u>Individuos:</u>	1.- Argentina	10.- Honduras
	2.- Bolivia	11.- México
	3.- Brasil	12.- Nicaragua
	4.- Chile	13.- Panamá
	5.- Colombia	14.- Paraguay
	6.- Costa Rica	15.- Perú
	7.- Ecuador	16.- República Dominicana
	8.- Es Salvador	17.- Uruguay
	9.- Guatemala	18.- Venezuela

<u>VARIABLES:</u>	1.- Densidad en 1982 (hab./km <sup>2</sup> ).
	2.- Natalidad (0/00) (fechas variables de 1975 a 1981)
	3.- Mortalidad (0/00) "
	4.- Mortalidad infantil (0/00) "
* (1)	5.- Esperanza de vida, en años "
	6.- Población de 0-14 años (1984) (%)
	7.- Población de 15-64 años (" ) (%)
	8.- Población activa agraria en 1980 (%)
* (2)	9.- " " industria " "
* (3)	10.- " " servicios " "
	11.- Evolución de la natalidad (1960= 100)
	12.- " mortalidad "
* (4)	13.- " mortalidad infantil "
	14.- " población potencialmente activa (15-64) "
	15.- " población activa agraria "
	16.- " " industria "
	17.- " " servicios "
	18.- P.N.B. "per cápita", 1982 (\$)
* (5)	19.- P.I.B. de 1982 (millones de \$)
	20.- Crecimiento anual del P.I.B., 1982

- 21.- Tasa de inflación, 1983
- 22.- Tasa media de inflación 1970-1981
- \* (6) 23.- Participación agricultura en el P.I.B., 1982 (%)
- \* (7) 24.- " industria " " "
- 25.- " servicios " " "
- 26.- Consumo privado (% del P.I.B.)
- 27.- " público "
- \* (8) 28.- Inversión bruta "
- 29.- Ahorro bruto
- 30.- Balanza de re cursos
- 31.- Evolución participación agricultura en P.I.B. (1960=100)
- 32.- " " industria " "
- \* (9) 33.- " " servicios " "
- \* (10) 34.- " consumo privado (1960= 100)
- 35.- " " público "
- 36.- " inversión bruta "
- 37.- " ahorro bruto
- 38.- Producción de energía 1982 (millones TEC)
- \* (11) 39.- Consumo de energía " "
- \* (12) 40.- Exportaciones 1983 (millones \$)
- 41.- Importaciones " "
- 42.- Deuda exterior " (mil millones \$)
- \* (13) 43.- Escolarización de 6-11 años (%)
- \* (14) 44.- " 12-17 "
- \* (15) 45.- " Tercer Grado
- 46.- Tasa de analfabetismo (%)
- 47.- Gastos públicos en educación (% del P.I.B.)
- 48.- Aparatos de TV por 1.000 habitantes
- \* (16) 49.- Médicos por 1.000 habitantes
- \* (17) 50.- Calorías "per cápita" (% de las necesidades diarias)

Nota: la numeración de las variables con asterisco corresponde a la utilizada en el segundo análisis de componentes principales.

TRATAMIENTO DE UN FENOMENO DE MOVILIDAD URBANA  
POR EL METODO DEL ANALISIS FACTORIAL EN COMPO-  
NENTES PRINCIPALES Y SU APLICACION A PALMA

Ramón M. Garrido García

(Universidad Politécnica de Cataluña)

Joana Maria Seguí Pons

(Universitat de les Illes Balears)

1. INTRODUCCION Y JUSTIFICACION DE VARIABLES

El presente trabajo tiene como objetivo el estudio de la correlación entre la movilidad urbana de Palma y una serie de características físicas y sociales de la ciudad que, a nuestro modo de ver, intervienen o influyen en ella.

Al sernos totalmente imposible estudiar exhaustivamente todos los movimientos de todos los habitantes de la ciudad, hemos procedido al uso de la encuesta domiciliaria Origen-Destino, elaborada por TAET en 1981, con motivo de la revisión del P.G.O.U. de Palma. Dicha encuesta diferencia, como es habitual en este tipo de trabajos, el motivo del viaje, según sea de trabajo, compra, estudio y otros y el modo de transporte utilizado, ya sea el automóvil, el bus o la marcha a pie. Tanto el modo como el motivo del viaje, constituyen variables muy importantes a la hora de determinar la atracción que ejercen algunas zonas.

Las unidades de la encuesta las componen los treinta y siete barrios del P.G.O.U., que hemos agregado, para facilitar mejor su manejo, en doce zonas.

A las 24 variables de movilidad, hemos añadido 13 variables definatorias de las distintas zonas en las que hemos dividido el municipio. La elección de las mismas ha sido más dificultosa puesto que hemos tenido que acudir a las que nos proporcionaba el P.G.O.U., ya que nos era totalmente imposible elaborarlas de nuevo. Ello puede ser uno de los condicionantes más importantes con que hemos contado y, que comentaremos al final del trabajo, una vez analizados los resultados.

Hemos partido de variables muy básicas, como la población de derecho en 1981 y la población total, calculada con la oferta de plazas turísticas y ocupación media en los meses de temporada alta turística. La población constituye una variable fundamental para cada zona, ya que es ella la que se mueve y, por tanto, quedará demostrado el hecho de que, a mayor población, se da una mayor movilidad. Hecho no demasiado novedoso para el caso de Palma, puesto que ya se ha constatado en otros estudios.



Hemos escogido igualmente variables que pudieran estudiarse a partir de ella, como es la población activa, que constituye un factor determinante para los viajes con motivo trabajo (Valero, J. 1970) o la tasa de actividad y las que tuvieran relación con ella, como los puestos de trabajo de la zona o el índice  $P.trabajo/P.derecho$ . Los datos de estas dos últimas variables excluían los subsectores construcción y transportes, por ello, hemos aplicado, a la población activa y a la tasa de actividad, un índice ponderador, para que los datos fueran homogéneos.

Hemos considerado como variable o factor importante el de las plazas escolares, ya que interviene en la movilidad con motivo estudio y, que, a parte de la oferta total, hemos desagregado en guarderías, E.G. y E.M.

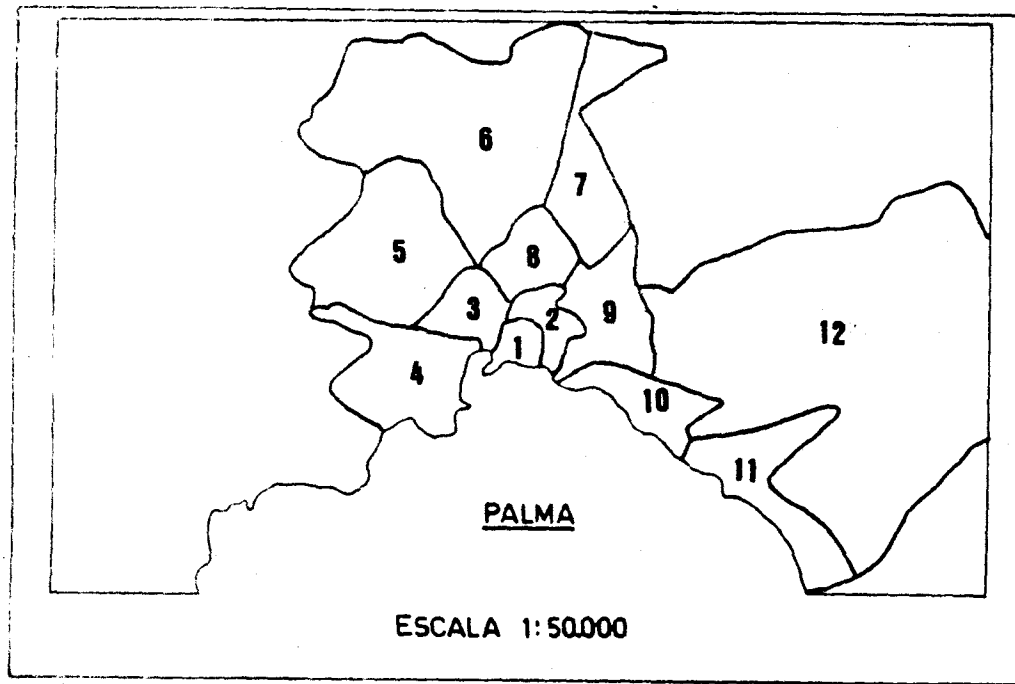
Las otras tres variables constituyen, la superficie urbanizada, o sea, el suelo edificado, con servicios dotacionales y con exclusión de usos especializados de cada una de las doce zonas, la densidad urbana y, como tercera, la distancia al CBD, o sea al centro de la ciudad, que en este caso es la zona 1.

Para obtener la variable distancia, hemos procedido a la triangulación del mapa 1:50.000 de Palma, obteniendo el punto de medio de cada una de las zonas en las que lo hemos dividido.

Somos conscientes de que en los estudios que se realizan para llevar a cabo las prognosis de tráfico o los estudios de movilidad, si bien la variable distancia al CBD, suele aparecer en casi todos ellos, también se tienen en cuenta otro tipo de variables como son, el número de automóviles, el nivel de ingresos o los usos del suelo.

En cuanto al número de automóviles, contábamos con el nivel de motorización en relación a los ingresos por familia y a la edad (TAET, 1981), pero no disponíamos de datos desagregados a nivel de zonas urbanas, por lo que no hemos podido considerar los datos.

La variable usos del suelo, al no poder ser introducida cuantitativamente, tiene su importancia porque a partir de ella pueden determinarse algunas de las características esenciales para evaluar la generación de viajes, como es, la densidad de población residencial, el número de puestos de empleo, los usos escolares, etc... Por tanto se trata de un factor imprescindible para los estudios de transporte, que es fuente de otros datos, cuantitativamente determinados, que intervienen en las fórmulas de correlación (Valero, J. 1970). Esta variable la hemos introducido en el presente estudio, a través de la densidad urbana, de la oferta escolar y de los puestos de empleo.



- 1 - CASCO ANTI
- 2 - ENSANCHE
- 3 - STA. CAT.
- 4 - PORTO PI
- 5 - VILETA
- 6 - ESTABLIMENTS
- 7 - POLIG. INDUST.
- 8 - AMANE CER
- 9 - POLIG. LEVANTE
- 10 - MOLINAR
- 11 - ARENAL
- 12 - SAN JORDI

Por todo ello, el trabajo que aquí presentamos, es un intento aproximativo de analizar la movilidad de Palma, y, forma parte de un trabajo más exhaustivo, que estamos llevando a término.

## 2. METODOLOGIA

Por todos es sabido, que la aplicación de las técnicas de análisis factorial, en cuanto a su desarrollo teórico, vienen tratándose y mejorándose por distintos autores, desde época que podemos considerar ya como lejana.

K. Pearson, en 1901, expone su método de los "ejes principales", pero realmente es C. Spearman, 1904, al que se le considera generalmente como el iniciador del método, siguiéndole principalmente para su desarrollo teórico y aplicativo: Burt, Thustone, Holzinger, Thomson, Harman, etc.

Si bien el método avanzaba en precisión matemática y fiabilidad de resultados, al igual que en su versatilidad, por el hecho de aplicarse a campos muy diversos de la investigación, se tenía la casi infranqueable dificultad de que a medida que los datos tratados exponían un hecho real, el número de variables a tratar, aún reduciéndolas a las más esenciales, hacían el proceso de cálculo prácticamente irrealizable de forma manual. Así vemos, como un problema resuelto anualmente en 1940, exigió 100 horas de trabajo de cálculo; en 1952, el mismo problema fue tratado en un ordenador ORDVAC, , tardando 40 minutos; en 1958 y con un IBM 704 se hizo en 8 minutos; en 1965, con un IBM 7094 se tardó sólo 2 minutos y en 1975, con un IBM 360, 8 segundos.

En el momento actual, con la gran profusión de los microordenadores, el tratamiento del método ha adquirido una mayor asequibilidad, pues, con la sola adaptación de los programas de los ordenadores más potentes, a los micro, tenemos la posibilidad del uso del análisis factorial. En este sentido, la obra de T. Foucart (1985) aporta listados de los programas de los métodos más fundamentales de dicho análisis, directamente transcribibles a un microordenador. Nosotros, hemos tenido acceso a una versión de los mismos.

El programa de análisis factorial en componentes principales, lo hemos modificado, para facilitar la introducción de un considerable número de variables, pues en nuestro caso la matriz de datos es de  $12 \times 37$ . (tabla 1)

Es de significar, que incluso un microordenador tipo SPECTRUM 48 K, ha sido capaz de realizar dicho tratamiento, aunque necesitó para realizar el cálculo, un tiempo aproximado de seis horas.

¿Por qué hemos recurrido al análisis factorial?

Al analizar el hecho urbano, nos damos cuenta de la complejidad de los fenómenos que lo conforman y de la necesidad de identificar relaciones espa-

343.0 1

ZONAS	POBLACION DERECHO 1981	POBLACION TOTAL	SUPERFICIE	DENSIDAD	DISTANCIA CBD Kms	POBLACION ACTIVA	TASA DE ACTIVIDAD	PUESTOS TRABAJO	P.TRABAJO P.DERECHO	OPER.ES-COLAR TOTAL	OFERTA GUARDERIAS	OFERTA E.G.B.	OFERTA E.M.
1	21.761	24.602	127,7	170,41	0	6.155	28,25	18.280	84,00	6.026	1.957	2.825	1.244
	78.046	78.046	281,6	277,15	1,15	17.847	22.86	16.823	21,56	14.179	2.950	6.780	4.449
	45.778	45.778	192,8	237,44	2,00	13.791	30,12	6.489	14,17	18.596	3.554	10.449	4.593
1	13.450	52.679	275,8	48,77	3,75	4.578	34,04	8.824	65,61	3.609	866	2.260	483
5	16.015	16.015	289,8	55,26	4,90	4.582	28,61	2.146	13,40	6.265	1.285	4.510	470
6	5.606	7.246	134,6	41,65	7,10	1.513	27,00	575	10,26	1.104	364	740	0
7	13.049	13.049	119,0	109,67	5,60	4.298	32,94	10.276	78,75	2.380	595	1.785	0
9	23.637	23.637	165,0	143,25	2,60	6.633	28,06	1.834	7,76	5.897	1.470	3.740	687
9	48.266	48.266	341,5	141,34	2,90	14.806	30,67	4.297	8,90	15.659	2.900	9.250	3.505
10	10.297	14.496	118,5	86,89	4,05	3.135	30,44	6.605	64,14	2.835	645	2.110	81
11	8.011	52.745	273,4	21,99	8,8	2.566	42,69	8.710	144,90	1.322	295	940	81
12	8.656	8.656	134,4	64,40	10,20	2.542	29,36	1.550	17,91	2.099	459	1.520	121

TABLA 1 (cont.)

A PIE FOR.	A PIE S/M	A PIE TOTAL	BUS FOR.	BUS S/M	BUS TOTAL	COCHE FOR.	COCHE S/M	COCHE TOTAL
23.307	20.965	44.272	12.819	323	13.142	22.456	1.093	23.549
14.333	35.120	49.453	4.821	539	5.360	14.349	5.380	19.729
7.295	29.058	36.353	8.467	1.587	10.054	9.583	4.100	13.683
927	3.846	4.773	2.553	334	2.887	6.882	1.731	8.613
922	10.273	11.195	3.179	447	3.626	3.058	985	4.043
64	2.532	2.596	306	52	358	1.311	367	1.678
428	6.868	7.296	1.726	175	1.901	8.528	1.562	10.090
1.558	12.403	13.961	1.432	434	1.856	6.069	829	6.898
8.559	31.631	40.190	2.898	261	3.159	6.002	2.229	8.231
182	5.885	6.067	618	4	622	1.698	155	1.853
172	3.931	4.103	1.468	938	2.406	2.229	854	3.083
49	551	5.559	829	4	833	3.700	807	4.507

TABLA 1 (final)

NO	TRABAJO	TRABAJO	ESTUDIO	ESTUDIO	ESTUDIO	COMPRA	COMPRA	COMPRA	OTROS	OTROS	OTROS	TOTALES	TOTALES	TOTALES
	S/M	TOTAL	FOR.	S/M	TOTAL	FOR.	S/M	TOTAL	FOR.	S/M	TOTAL	FOR.	S/M	TOTAL
8	5.575	24.173	10.312	4.353	14.665	11.729	6.283	18.012	17.943	6.170	24.113	58.582	22.381	80.963
2	5.724	17.236	10.151	12.306	22.457	4.202	13.678	17.880	7.638	9.331	16.969	33.503	41.039	74.542
1	3.586	8.047	12.747	14.084	26.831	2.575	9.611	12.186	5.562	7.464	13.026	25.345	34.745	60.090
4	1.318	6.772	428	1.634	2.062	0	1.349	1.349	4.480	1.610	6.090	10.362	5.911	16.273
8	1.109	3.287	2.901	5.527	8.428	308	3.076	3.384	1.772	1.993	3.765	7.159	11.705	18.864
2	663	1.105	321	935	1.256	311	633	944	607	720	1.327	1.681	2.951	4.632
7	1.393	10.020	560	3.389	3.949	198	2.388	2.586	1.297	1.435	2.732	10.682	8.605	19.287
4	2.014	3.998	2.002	4.711	6.713	1.977	4.459	6.436	3.086	2.482	5.568	9.049	13.666	22.715
2	2.880	5.422	10.198	17.546	27.744	389	8.018	8.407	4.330	5.677	10.007	17.459	34.121	51.580
8	859	2.127	119	2.955	3.074	70	1.853	1.923	1.041	377	1.418	2.498	6.044	8.542
2	2.290	5.052	258	1.369	1.627	0	1.278	1.278	849	786	1.635	3.369	5.723	9.592
2	1.702	5.284	24	2.190	2.214	25	1.510	1.535	815	919	1.734	4.578	6.321	10.899

ciales básicas, que la mayor parte de las veces se encuentran escondidas debajo de los problemas observables. Encontrarlas, es una de las aportaciones más importantes de los métodos cuantitativos. (Merlin, P. 1973)

El análisis factorial, técnica muy utilizada en otras disciplinas como la psicología o la sociología, desde hace mucho tiempo, constituye una técnica de análisis estadístico, que detecta estas relaciones espaciales básicas, ya que su propósito es determinar a partir de las interrelaciones entre un gran número de variables, el menor número posible de factores, que pueden coincidir o no con las variables originales, cuya asociación con las variables originales las haga significativas de todas las interrelaciones derivadas (Bosque, J.-Fernández, F. 1979). Si todas las correlaciones entre un gran número de variables pueden explicarse en términos de la asociación de cada una de ellas con unos pocos factores, bien pueden tomarse ellos, como variables fundamentales (Solá-Morales, M. de, 1973):

El problema de la determinación del número óptimo de factores, no está resuelto (Ciceri, M. F. et al., 1977), no se da un criterio objetivo que nos lo resuelva, si bien la ordenación por valores propios decrecientes, es el usualmente seguido.

### 3. ANALISIS E INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS

La técnica del análisis multivariado aplicado a la movilidad urbana, nos ha sintetizado las 37 variables introducidas en tres componentes principales, que, en su conjunto, nos explican el 90,389% de la varianza que existe entre ellas.

La primera y la segunda componentes nos explican el 83,952%, siendo el nivel de significación de la primera componente, del 66,397%, el de la segunda, del 17,556% y el de la tercera, del 6,436%.

Los valores propios obtenidos en el proceso de diagonalización de la matriz de datos son: 24,567; 6,496 y 2,381 para las tres primeras componentes.

Como el nivel de significación del 90,389% lo hemos considerado suficiente para nuestro análisis, los anteriores valores propios nos ofrecen la ordenación de las componentes escogidas.

Uno de los problemas más áridos, y, no por ello menos novedosos, con que nos hemos encontrado, ha sido la definición de dichas componentes. Tras el análisis de las correlaciones de las variables con las componentes, hemos definido la primera como "nivel de densidad urbana"; la segunda como "nivel de movilidad laboral" y la tercera componente la hemos definido como "nivel turístico".

Como es usual en el análisis factorial, si bien la primera componente tiene un alto nivel de significación cuantitativo, no nos ha ilustrado ningún elemento demasiado novedoso, al ser la misma muy ostensible en el hecho urbano. En cambio la segunda y la tercera componentes, son para nuestro análisis las más originales, dado que ellas han puesto de manifiesto características urbanas muy específicas de Palma, que se han ido configurando a partir de los años sesenta, con la entrada de Palma en la órbita turística y que se han ido acentuando en años posteriores.

### 3.1. Situación de las variables en las componentes

En el análisis gráfico de las componentes, hemos ideado un sistema que nos facilita mejor la distribución de las variables, descomponiendo la línea de la componente en dos, situando en el segmento A, las variables que caracterizan las zonas, y, en el B, las variables de movilidad:

#### Componente 1 "nivel de densidad urbana" (tabla 2, figura 1)

La definición de la componente principal nos viene dada por la disminución de la densidad conforme nos alejamos del CBD, o sea de la zona 1. Ello implica disminución de la población, y, como vemos, también, de la población activa. El fenómeno del descenso de la densidad del centro hacia la periferia, detectado en la mayor parte de ciudades, si bien no de manera homogénea, ha permitido formular una serie de modelos de distribución de la población llamados modelos de gradiente de densidad. Estos ponen de relieve la relación estadística entre la densidad de población y la distancia (C. Clark, 1951; Tanner-Sherratt, 1961; Newling, 1969):

En Palma, detectamos igualmente una correlación elevada entre el "nivel de densidad urbana" y la oferta escolar, sobretodo la de guarderías. Aunque con una correlación no tan alta, el número de puestos de trabajo disminuye a medida que nos alejamos del centro de la ciudad, sin embargo la tasa de actividad aumenta, debido al hecho de que en los barrios más periféricos vive población joven, mientras en el ensanche, y, sobretodo en el centro urbano, la población está más envejecida:

La variable superficie, en la componente 1, aparece incorrelacionada con el "nivel de densidad urbana", cuando, por su propia característica, debería tener un nivel de correlación más elevado. Ello nos lleva a la importante conclusión de que la ocupación del suelo en Palma no es homogénea, sino que cuenta con tipologías muy diversas. Esta cuestión ha sido observada empíricamente en nuestra ciudad por diversos autores y organismos, pero no "explicada" por un modelo matemático.



FACTORES PROPIOS	Coordenadas y correlaciones							
	Componente 1		Componente 2		Componente 3			
	Coord.	b <sup>2</sup>	Coord.	b <sup>2</sup>	Coord.	b <sup>2</sup>		
0.175	-0.161	0.007	0.858	0.74	-0.41	0.17	-0.011	0.00
0.181	-0.112	-0.401	0.6	0.36	-0.296	0.08	0.619	0.38
0.095	-0.207	0.325	0.270	0.07	-0.528	0.28	0.502	0.25
0.183	-0.054	-0.103	0.909	0.83	-0.137	0.02	-0.159	0.03
-0.162	-0.035	0.102	-0.803	0.64	-0.090	0.01	0.157	0.02
0.175	-0.183	0.022	0.865	0.75	-0.467	0.23	0.034	0.00
-0.092	0.033	0.532	-0.454	0.21	0.085	0.01	0.806	0.65
0.130	0.215	0.220	0.646	0.42	0.556	0.31	0.339	0.11
-0.041	0.223	0.483	-0.201	0.04	0.570	0.32	0.745	0.55
0.167	-0.208	-0.005	0.828	0.68	-0.51	0.28	-0.005	0.00
0.184	-0.145	-0.033	0.911	0.85	-0.370	0.14	-0.051	0.00
0.150	-0.237	-0.013	0.744	0.85	-0.605	0.37	-0.020	0.00
0.176	-0.182	0.034	0.871	0.76	-0.463	0.21	0.053	0.00
0.178	0.161	-0.044	0.880	0.77	0.410	0.17	-0.067	0.00
0.189	-0.119	-0.012	0.936	0.88	-0.304	0.09	-0.018	0.00
0.198	-0.015	-0.039	0.981	0.96	-0.038	0.00	-0.060	0.00
0.162	0.173	0.015	0.801	0.64	0.441	0.19	0.023	0.00
0.090	-0.111	0.333	0.448	0.20	-0.283	0.08	0.514	0.26
0.163	0.151	0.052	0.808	0.65	0.384	0.15	0.081	0.01
0.160	-0.145	0.116	0.792	0.63	-0.369	0.30	-0.036	0.00
0.180	0.157	0.005	0.891	0.79	0.399	0.16	0.008	0.00
0.134	0.273	0.027	0.664	0.44	0.695	0.48	0.042	0.00
0.186	0.094	0.075	0.823	0.85	0.241	0.06	0.116	0.01
0.193	-0.055	-0.016	0.759	0.58	0.608	0.37	0.063	0.00
0.153	-0.232	-0.017	0.757	0.57	-0.141	0.02	-0.025	0.00
0.179	-0.154	-0.017	0.886	0.79	-0.392	0.15	-0.026	0.00
0.142	0.259	-0.092	0.702	0.49	0.661	0.44	-0.142	0.02
0.189	-0.108	-0.018	0.936	0.88	-0.276	0.08	-0.028	0.00
0.195	0.068	-0.060	0.967	0.94	0.174	0.03	-0.093	0.01
0.156	0.228	-0.032	0.773	0.60	0.581	0.34	-0.049	0.00
0.199	-0.054	-0.003	0.984	0.97	-0.158	0.02	-0.005	0.00
0.188	0.130	-0.023	0.931	0.87	0.332	0.11	-0.035	0.00
0.175	0.189	-0.025	0.869	0.75	0.482	0.23	-0.038	0.00
0.199	-0.129	-0.003	0.938	0.88	-0.328	0.11	-0.005	0.00
0.199	0.052	-0.017	0.988	0.98	0.132	0.02	-0.026	0.00

POBLACION MERECHO

POBLACION TOTAL  
 SUPERFICIE  
 DENSIDAD  
 DIST AL CBS  
 POBLACION ACTIVA  
 TASA DE ACTIVIDAD  
 PUESTOS DE TRABAJO  
 PUESTOS TRAB/POB DER  
 OBRERA ESCOLAR TOTAL  
 QUINERIAS  
 ENSEÑAN BASICA  
 ENSEÑAN MEDIA

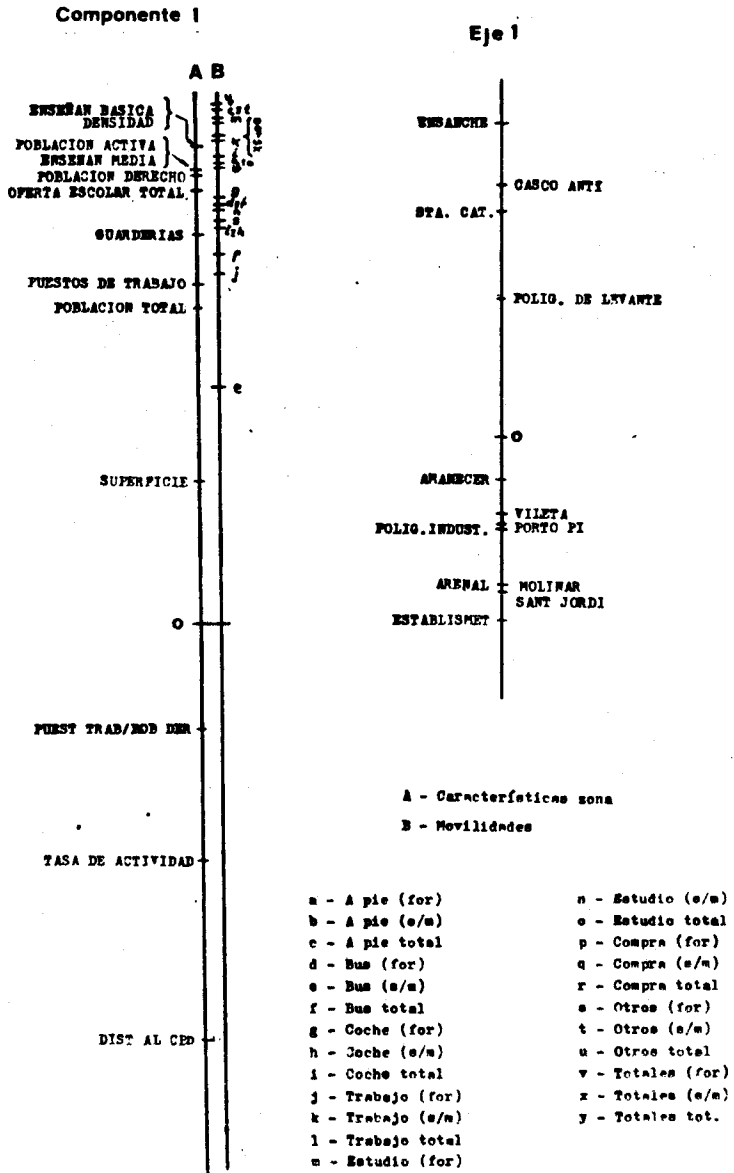
Coche (for)

A pie (a/m)  
 A pie total  
 Bus (for)  
 Bus (a/m)  
 Bus total  
 Coche (for)  
 Coche (a/m)  
 Coche total  
 Trabajo (for)  
 Trabajo (a/m)  
 Trabajo total  
 Estudio (for)  
 Estudio (a/m)  
 Estudio total  
 Compra (for)  
 Compra (a/m)  
 Compra total  
 Otros (for)  
 Otros (a/m)  
 Otros total  
 Totales (for)  
 Totales (a/m)  
 Totales tot.

SOMAS	Coordenadas y cos <sup>2</sup>					
	Eje 1		Eje 2		Eje 3	
	Coord.	cos <sup>2</sup>	Coord.	cos <sup>2</sup>	Coord.	cos <sup>2</sup>
GASCO ARTI	7.273	0.52	6.912	0.47	-0.579	0.00
ENSAMBLE	6.993	0.89	-1.202	0.02	0.170	0.00
STA. CEF.	6.326	0.72	-2.813	0.13	0.448	0.00
PORTO FI.	-2.458	0.49	0.663	0.04	1.574	0.20
VILEVA	-2.234	0.31	-1.234	0.15	-0.579	0.03
ESTABLIMENTS	-5.242	0.87	-0.119	0.00	-1.852	0.11
POLIO. INDUST.	-2.632	0.23	1.504	0.17	0.138	0.00
AMARCON	-1.266	0.36	-0.730	0.09	-1.413	0.33
POLIO. LEVANTE	3.964	0.43	-3.951	0.43	-0.026	0.00
MOLLAR	-4.239	0.86	0.135	0.00	-0.772	0.03
ARENAL	-4.234	0.49	0.608	0.01	4.182	0.48
SAN JORDI	-4.451	0.62	0.228	0.00	-1.291	0.07

Table 2

Figura 1



Una de las premisas iniciales de partida, era constatar como el nivel de movilidad aumenta, a medida que crece la población. Ello ha quedado sobradamente demostrado puesto que la correlación entre el "nivel de densidad urbana" y todas las movilidades es muy elevada. Si bien, las más elevadas, se dan con los viajes que se realizan a pie dentro de las propias zonas, en coche y en bus, procedentes de zonas foráneas. Los motivos de viaje que más alta correlación obtienen con el "nivel de densidad urbana" son: otros en sí misma, los comerciales, tanto en las propias zonas, como totales, los de trabajo en sí mismas y los de estudio procedentes de otras zonas.

Componente 2 "nivel de movilidad laboral" (tabla 2, figura 2)

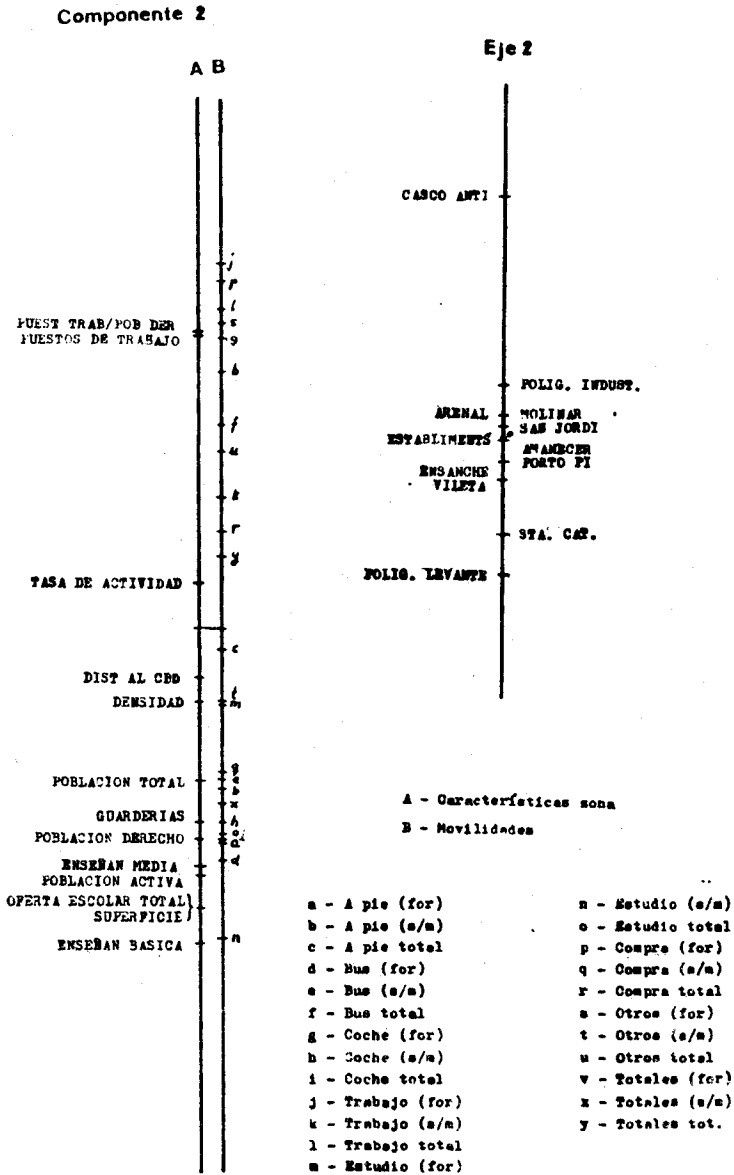
Esta segunda componente contrapone, de un lado, los P.trabajo/P.derecho y la oferta laboral, y, del otro, las variables de enseñanza, superficie y población. Ello nos indica que existe una correlación elevada entre el "nivel de movilidad laboral" y la oferta de puestos de trabajo, y, que se da una correlación inversa entre esta componente y la oferta escolar, la superficie, la población de derecho y la población activa. En este sentido, a mayor "nivel de movilidad laboral", se da una menor superficie urbanizada, y, ello es lógico, si tenemos en cuenta que se incluyen en ella dotaciones (educación) y se excluyen usos especializados, como comercios e industrias.

Esta contraposición entre trabajo y estudio, nos indica el grado de especialización funcional de la ciudad, fruto de la concepción urbanística de "zonning". La ciudad del trabajo se contrapone a la ciudad del estudio, más homogéneamente repartido y a la ciudad residencial, por ello, las necesidades de movilidad, en una ciudad con estas características, son tan elevadas.

Lo anteriormente dicho viene corroborado por las movilidades, según modos y motivos de viaje. El "nivel de movilidad laboral" se correlaciona con los viajes con motivo trabajo procedentes de zonas foráneas y totales, con los motivos compra foráneas y con otros, foráneas. Ello nos indica movilidades no generadas en las propias zonas, sino afitadas por ellas, siendo el coche el modo de transporte más utilizado, ya que los viajes en bus tienen una correlación mucho más baja.

La correlación inversa más elevada se da en esta componente con los viajes motivo estudio generados en la propia zona, hecho que nos ratifica la oposición trabajo-estudio anteriormente citada.

Figura 2



### Componente 3 "nivel turístico" (tabla 2, figura 3)

La significación de la tercera componente es solamente del 6,436%, sin embargo constituye un residuo muy interesante en nuestro estudio, puesto que define una característica propia de nuestra ciudad, como es el ser una ciudad turística.

La tercera componente se correlaciona de forma elevada con la tasa de actividad, con los P.trabajo/P.derecho, con la población total, que incluye la oferta hotelera y con la variable superficie, ya que, a mayor "nivel turístico", mayor superficie urbanizada. Mantiene una correlación inversa, aunque baja, con la densidad, lo que significa que, a mayor "nivel turístico", se da menor densidad.

Con todo ello, el modelo matemático ha sido capaz de significarnos el fuerte carácter turístico de nuestra ciudad. Las movibilidades nos corroboran la fiabilidad del modelo utilizado, puesto que el único tipo de movilidad que se correlaciona con esta componente ha resultado ser el bus en la propia zona, que es prácticamente el único medio utilizado por la población turística.

### 3.2. Situación de las zonas

La posición de las zonas la hemos graficado en dos dimensiones a fin de facilitar mejor su posible comparación con los círculos de correlación (figuras 4; 5, 6) si bien el análisis lo hemos desarrollado eje por eje:

#### Eje 1 (figuras 7,8)

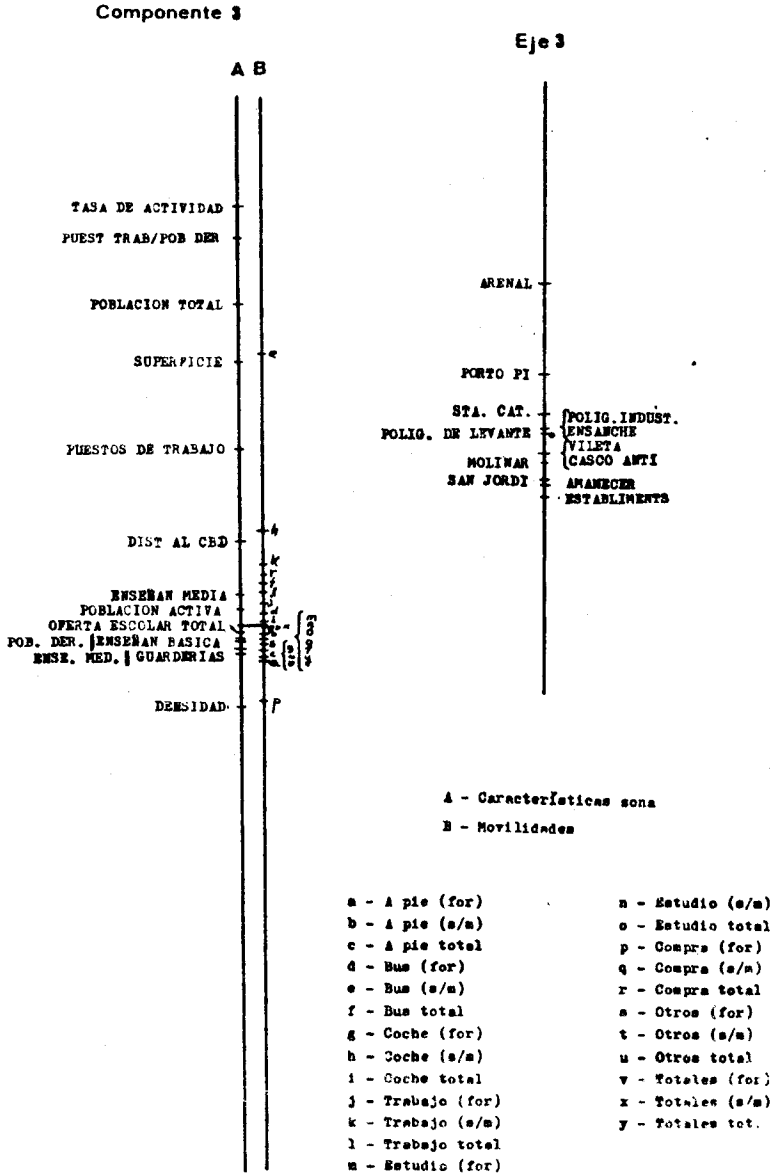
Proyectando las zonas sobre el eje 1, se pone de manifiesto una oposición entre el carácter de las zonas urbanas; el casco antiguo, el ensanche, Sta Catalina, y Pol. Levante, frente a las situadas en la periferia de la ciudad.

Contrastando los datos de las variables en la componente 1, vemos como las zonas con características urbanas son las que se encuentran más próximas al CBD, cuentan con mayor población y por tanto con mayor movilidad. La periferia urbana, que se opone en cuanto a características a las zonas anteriormente citadas, viene representada por Esbliments, Arenal, Molinar y S. Jordi.

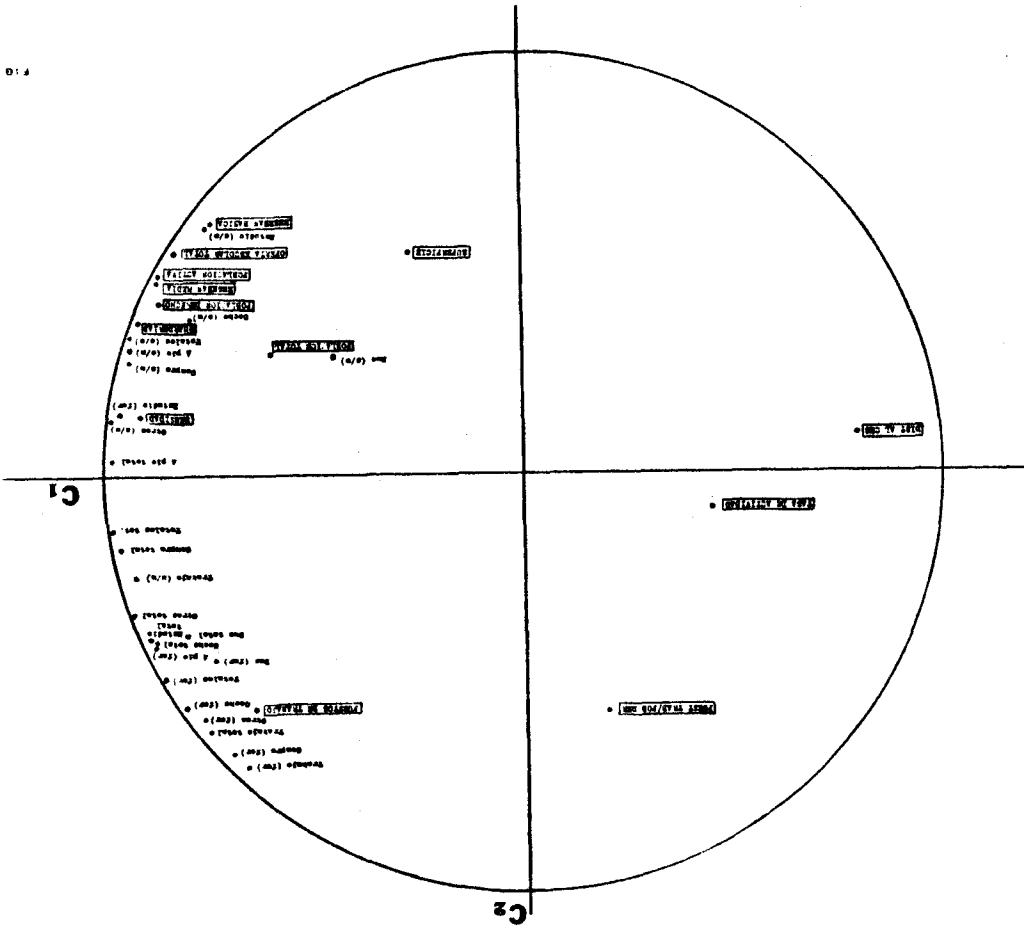
#### Eje 2 (figuras 7,9)

Si proyectamos las zonas sobre el eje 2, la contraposición viene determinada, por una parte, por la zona del casco antiguo y en menor medida por el Pol. Industrial, la ciudad del trabajo, y, de otra, la ciudad residencial y de estudio, representada por las zonas Pol. Levante, Sta Catalina, Vileta y

Figura 3



014



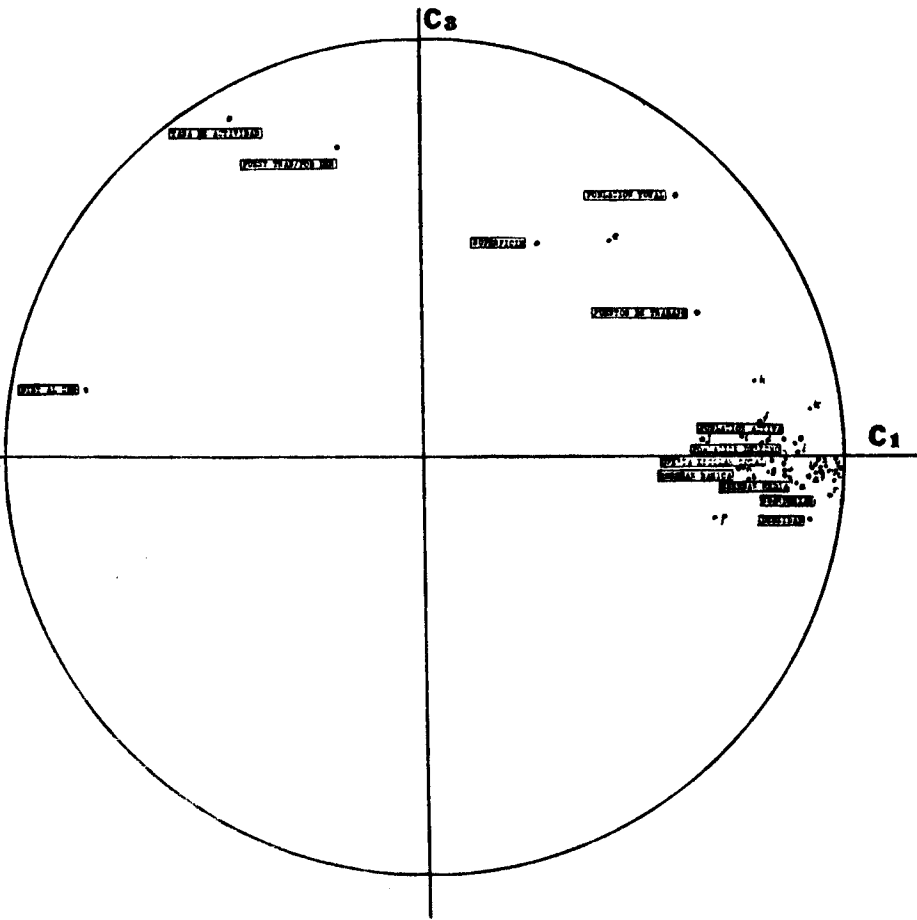


FIG 5



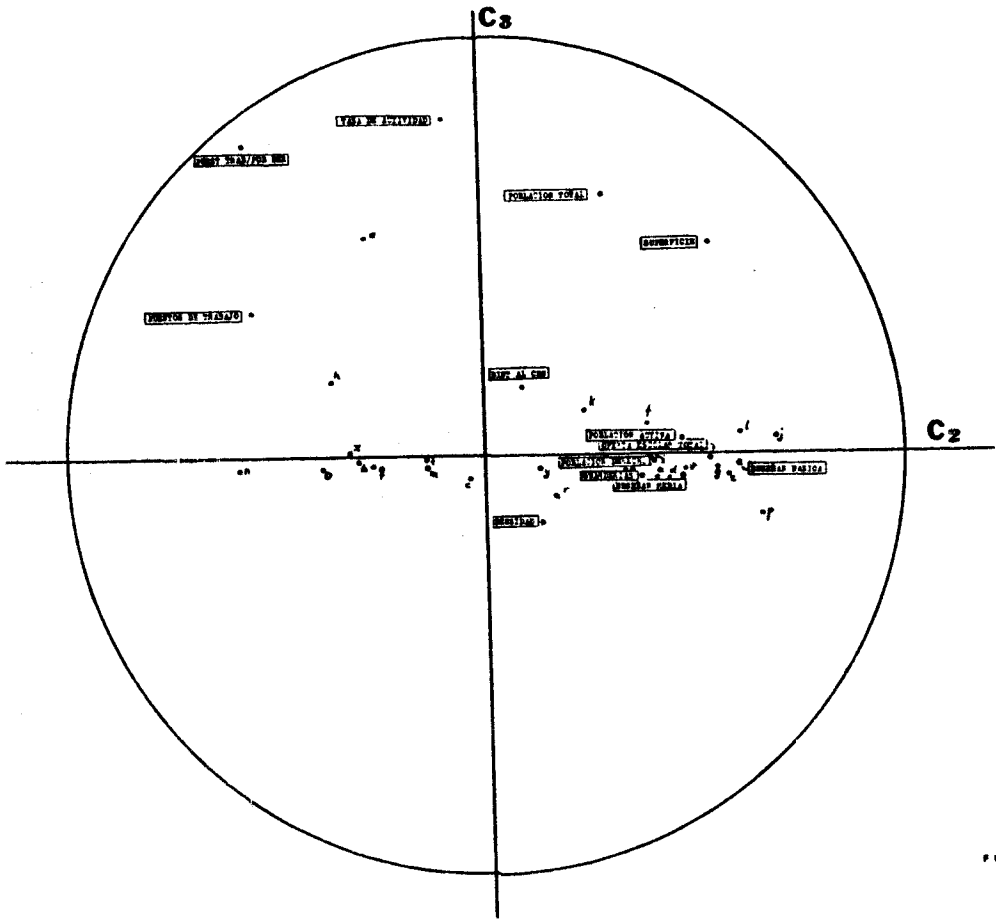
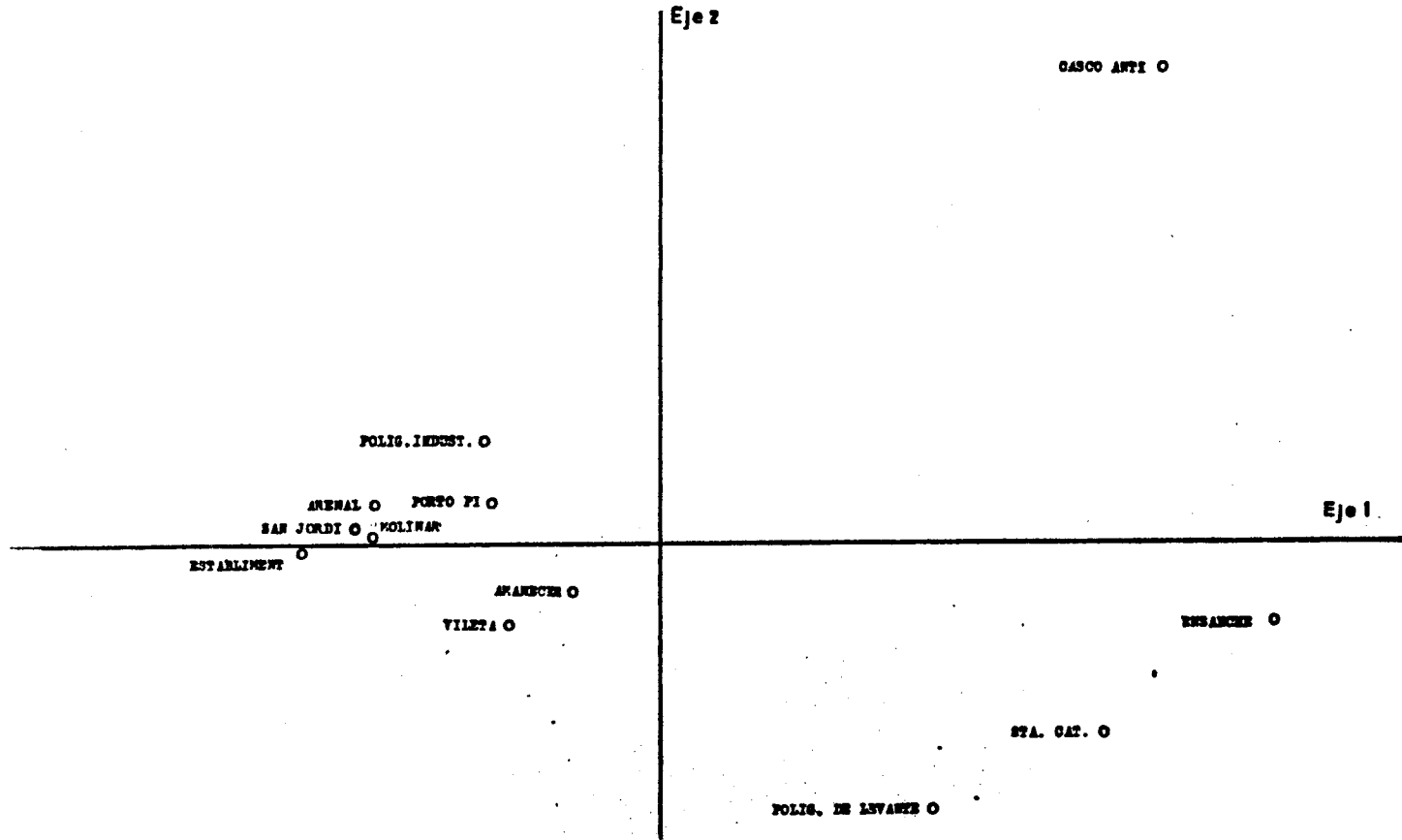


FIG. 6

-191-



ensanche:

La ciudad del trabajo, es, igualmente, la que tiene una superficie urbanizada menor, puesto que cuenta con más usos especializados, mientras en la ciudad residencial y de estudio ocurre el fenómeno inverso.

La zona del casco antiguo, es la que cuenta con una mayor oferta laboral y es por ello, la que padece una mayor afluencia de automóviles, puesto que la movilidad por motivo trabajo, se realiza mayoritariamente en coche. Es esta zona, la que cuenta con mayor afluencia de viajes con motivo compra, procedentes de otras zonas, puesto que en ella se concentra uno de los focos comerciales más importantes de la ciudad. El casco antiguo recibe igualmente los viajes en bus procedentes de las zonas periféricas, debido a la estructura radial de la red de transporte público, e, igualmente, los viajes a pie, puesto que por ella se puede pasear, al contar con ejes peatonales:

Las zonas de Porto Pi, Arenal, S. Jordi y Molinar, que constituyen la periferia urbana, no tienen un carácter demasiado definido en este eje, lo que ratifica su situación real.

#### Eje 3 (figura 8,9)

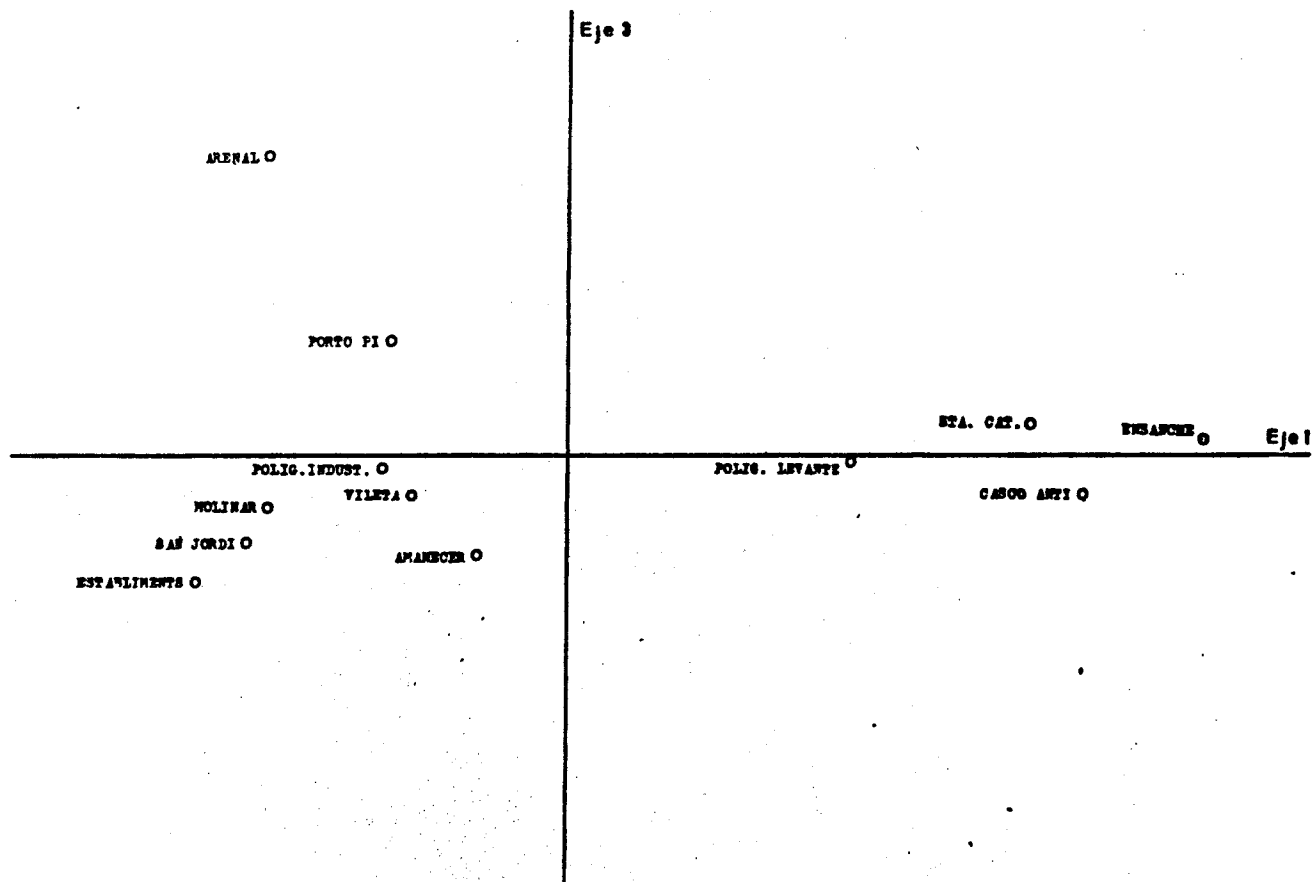
Este eje contrapone las zonas turísticas, con las que no poseen esta característica. Así vemos como las zonas de Porto Pi, en la costa de poniente y la del Arenal; en la costa de levante, se contraponen claramente a las de Establiments y S. Jordi, rurales, y, a otra zona semi-urbana, como es el Amanecer.

Al correlacionarse el movimiento en bus con el "nivel turístico", demostramos como la zona de Porto Pi i la del Arenal, son precisamente los puntos de destino turísticos de las dos líneas de transporte público más rentables de Palma.

En este eje, se ha puesto de manifiesto otro hecho importante, como es la existencia de una relación entre los viajes por motivo compra procedentes de otras zonas, hacia la zona del Amanecer, donde precisamente se ubica un hipermercado, que como en todas las ciudades, suele ubicarse, casi, en la periferia urbana.

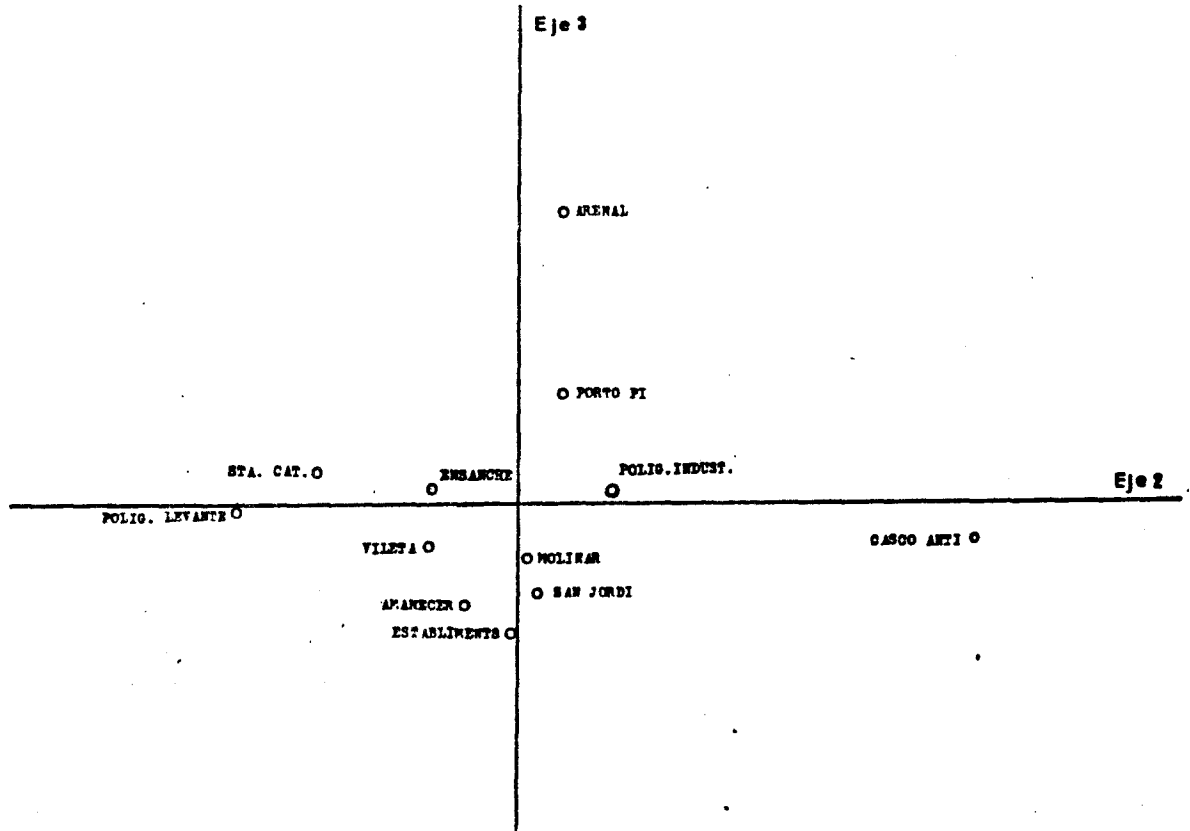
#### 4. VALORACION CRITICA DEL MODELO

Utilizar un modelo matemático, en este caso, utilizar la técnica del análisis factorial en componentes principales, es un "lenguaje", que aporta la ventaja de obtener la correlación de todos los posibles emparejamientos de los datos introducidos, utilizando los atributos espaciales o variables consideradas en una serie de componentes finales.



SITUACION DE LAS ZONAS

Figura 9



-764-

Por ello, la información transmitida en los resultados, no es diferente de la que se ha introducido, o sea, el modelo, nos pone de manifiesto las componentes, pero no las crea. Aquí estriba uno de los problemas fundamentales del estudio, el de la selección cuidadosa de las variables y de los individuos, que se realiza de modo subjetivo y que de su selección dependen los resultados. Con ello, enlazamos con otro problema fundamental, el hecho de la elección de variables está limitada por el volumen y por la calidad de los datos disponibles (Ciceri, M.F. et al., 1977) ¿Serían los resultados diferentes si introdujéramos más variables? ¿y si dividiéramos el espacio en unidades distintas? Por ello, estamos de acuerdo en cierto modo, con la afirmación que hace Ciceri, al decir, que ante el resultado del análisis factorial, nos encontramos más con la estructura de los datos, que no con la estructura del espacio real.

Para nuestro análisis, aunque la significación de las tres componentes sea lo suficientemente importante, el 10% de la varianza de los fenómenos, nos queda sin explicar y ello es un factor limitativo que hemos arrostrado durante todo el estudio.

Existen otro tipo de problemas que deben plantearse ante la aplicación de la técnica del análisis multivariado, como es el hecho de no existir relaciones lineales entre los fenómenos que cambian con el tiempo, como el crecimiento o la difusión, ya que todos los útiles de dicho análisis suponen una estructura lineal entre los datos, que en ocasiones no se da.

En el presente estudio, hemos pretendido demostrar solamente la validez, aunque con grandes restricciones, de un método matemático, el análisis factorial en componentes principales, para el estudio y sintetización de una serie de variables y de las existentes entre ellas.

## BIBLIOGRAFIA

- ABELLAN GARCIA,A;MORENO JIMENEZ,A;VINUESA ANGULO,J.(1977): "Metodología Factorial para una caracterización de las ciudades españolas de tipo medio" Boletín de la Real Sociedad Geográfica.Tomo CXIII, 1-12.Madrid
- BOSQUE SENDRA,J;FERNANDEZ GUTIERREZ,F.(1974):" El análisis factorial y su utilización en Geografía".Cuadernos Geográficos, 4.Universidad de Granada
- BOSQUE SENDRA,J;FERNANDEZ GUTIERREZ,F.(1978): "Aportaciones metodológicas en la interrelación de la Geografía Factorial y la Geografía Electoral". V Coloquio de Geografía. Medio Físico,Desarrollo Regional y Geografía Granada .
- BROCARD,M.;PUMAIN,D.;REY,V.(1977):"Analyse de données : Traitements visuels et mathématiques".L'Espace Géographique, 4. Paris
- CABRER BORRAS,B.;PIQUERAS HABA,J.(1980): "Tipificación de la población activa de España: 1955-1975. Un ensayo de aplicación del análisis de componentes principales". Estudios Geográficos , XLI, 159. Madrid
- CAMPO MADRID?A. del (1983): "Una aplicación de ecología factorial al estudio de pautas espaciales de segregación social en el municipio de Madrid". Ciudad Y Territorio, 3-4/83, 57-58. Madrid
- CICERI,M.F.;MARCHAND,B.;RIMBERT,S.(1977): Introduction à l'analyse de l'espace Paris, Masson.
- DAUPHINE,A.(1973):"L'Analyse factorielle: ses contraintes mathématiques et ses limites en géographie".L'Espace Géographique, 1, Paris
- FERNANDEZ GUTIERREZ,F.(1978): "Consideraciones metodológicas y experimentales del análisis factorial en geografía". Cuadernos Geográficos,8 .Universidad de Granada.
- FOUCART T.(1985): Analyse factorielle.Programmation sur Micro-ordinateurs. Paris, Masson.
- GROUPE DUPONT (1975):"La distance a la ville:Essais d'analyses factorielles appliquées aux cas de Grenoble et de Montpellier".L'Espace Géographique ,4.Paris
- HARMAN,H(1980): Análisis factorial moderno. Madrid, Saltés
- MERLIN,P(1973): Méthodes quantitatives et espace urbain. Paris, Masson
- SOLA-MORALES RUBIO,M.de(1973) "Factorización de características de un Área suburbana"Revista de Geografía.Universidad de Barcelona
- VALERO CALVETE,J(1970): Transportes urbanos , Madrid , Dossat.
- YEATES,M ( ): An introduction to quantitative analysis in Human Geography. London, Mcgraw-hill Book Company.

# LA APLICACION Y ALGUNOS PROBLEMAS METODOLOGICOS DE LAS TECNICAS MULTIVARIANTES EN ECOLOGIA URBANA

M<sup>a</sup> Jesús González González

(Universidad de León)

El objetivo que nos proponemos en este trabajo es dar a conocer algunas técnicas de análisis multivariante en ecología urbana (análisis de componentes principales, coordenadas principales y cluster). Este tipo de técnicas ha sido muy difundido en los países de habla anglosajona, a partir de la teoría de áreas sociales expuesta por SHEKY y BELL (1955). El aporte esencial con respecto a otras teorías es que utiliza medidas cuantitativas para hacer posible una demostración empírica.

## 1. EL ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

El análisis factorial junto con la familia asociada de las técnicas estadísticas multivariantes que han sido suficientemente probadas y usadas por varios geógrafos anglosajones (Berry, Opennshaw, Herbert, Jhonston, etc.) ha llegado a ser uno de los métodos más usados en investigación social de todas las clases y es el preferido para identificar la diferenciación social (características socio-económicas y morfológicas) en las ciudades y para describir su expresión espacial. Estos estudios conocidos como ecología factorial, han tenido una gran aplicación en los estudios geográficos del espacio urbano y formaron las bases para una generalización acerca de la estructura socio-espacial urbana (KNOX, P., 1982, pp.78-80).

Este procedimiento ha sido muy utilizado por los planificadores y profesionales anglosajones en orden a ser capaces de proponer una política capaz de mejorar las áreas con mayores privaciones. El estudio de los indicadores sociales y económicos del espacio urbano son importantes de cara a formular una política espacial con la cual mejorar o rectificar los problemas, pero de hecho muy pocas veces tenidos en cuenta en la planificación de la ciudad.

En los últimos años ha aumentado la complejidad intrínseca de los



fenómenos urbanos y con ello los esfuerzos científicos y la aparición de nuevas técnicas para su mejor comprensión y tratamiento de las múltiples variables que pueden influir en los procesos urbanos. El estudio simultáneo de varios factores inter-relacionados ha sido posible mediante la utilización de ordenadores que permitan procesar y elaborar gran cantidad de datos. Estas técnicas nos permiten resolver cuestiones como la relación que hay entre los fenómenos en varias localizaciones o situaciones y si hay espacios diferentes en las condiciones del fenómeno presentado allí, permitiéndonos describir los procesos de cambio, interrelaciones e interdependencias que existen en la ciudad.

El objetivo del análisis factorial es reducir una matriz de datos a una matriz de factores mucho menor, simplificando o resumiendo la información urbanística original, con lo que se pone de manifiesto una estructura más simple subyacente. Los factores que se obtienen explican la mayor cantidad posible de varianza existente en la matriz de datos, nos quedamos con todos los factores que explican más varianza que cualquier otro indicador simple. El análisis factorial y de componentes principales han sido muy utilizados en los estudios de clasificación de la ciudad, investigaciones sobre la vivienda, análisis del área social y en una variedad de estudios de desarrollo económico (HARSTSHORN, T. A, 1980, pp. 469-470).

Vamos a considerar a continuación las características esenciales del análisis de componentes principales como la técnica estadística multivariante que presenta las mayores ventajas en cuanto a interpretación de los resultados en el estudio de las áreas urbanas y su diferenciación en términos de características sociales y económicas.

El análisis de componentes es una de las técnicas de la familia del análisis factorial frecuentemente empleado por los geógrafos. Mientras la diferencia con el análisis factorial más general es filosóficamente y metodológicamente, la interpretación es la misma. La diferencia que existe es que en el análisis de componentes se desprecia la unicidad (que indica la parte de la varianza que es "exclusiva" de la variable) y en este caso existen  $p$  componentes para explicar el total de la varianza de las variables (1). La utilización de este análisis viene justificada por la eliminación de la información resultante contenida en las variables,

transformación del conjunto inicial en uno de componentes y simplificación del análisis.

El fin principal es analizar la interdependencia estructural de un conjunto de variables y condensar lo esencial de la información por una serie de variables interdependientes, observadas directamente sobre un conjunto de individuos, en un número más restringido de variables fundamentales independientes. Estas nuevas variables (componentes) que son combinaciones lineales de los originales poseen las siguientes características: 1ª Reducción dimensional (mediante la eliminación de variables redundantes y las que aportan información nula). 2ª Ortogonalidad, es decir que sean estadísticamente independientes, ( $\text{Cov. } f_1 f_2 = 0$ ) lo que permite la actividad de las influencias. 3ª Deben explicar la mayor proporción posible de la variabilidad total, de forma que las variables compuestas resultantes tengan en conjunto varianza máxima. Este problema se resuelve imponiendo la restricción de normalización de los coeficientes de las variables en la transformación lineal ortogonal.

El hecho de que se exija varianza máxima se debe a que en cualquier estudio exploratorio el número de variables bajo consideración es demasiado grande para manejar y dado que el interés reside en las desviaciones de las variables, una posible forma de reducir el número de variables a tratar, es desechar las combinaciones lineales con varianza pequeña y estudiar las que la tienen grande.

Establecida la matriz de datos, donde cada elemento representa las contribuciones de cada variable a las observaciones, el análisis se puede esquematizar en los siguientes pasos:

1ª. Transformación de los datos de la matriz original, con el fin de normalizar los valores de la distribución. Esto significa que se sustituye cada valor original por una nueva medida que se obtiene:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}$$

$x_{ij}$  = medida de la abundancia de la variable, para todas las  $n$  observaciones.

$s_j$  = desviación típica correspondiente a la variable  $j$  para su media  $\bar{x}_j$ .

Se consideran los valores originales estandarizados. Esta transformación tiene por objeto colocar el origen de medidas en el valor medio de cada atributo y la unidad o unidades de medida originales sustituirlos por una nueva medida, la desviación típica, no afectando en absoluto el resultado final.

2ª. Obtención de la matriz de correlación entre variables, que contiene los coeficientes de correlación de todos los posibles pares de variables presentes en la unidad de observación, y consta por lo tanto de  $m$  filas y  $m$  columnas. Como medida de la ligazón entre las variables se utiliza el coeficiente de correlación de PEARSON, que está definido a partir de la varianza del par de variables y de su covarianza.

$$r_{jk} = \frac{s_{jk}}{s_j s_k}$$

$s_{jk}$  = covarianza de la variable  $j$  y  $k$ .

$s_j$  = desviación tipo de la variable  $j$ .

$s_k$  = desviación tipo de la variable  $k$ .

La dependencia total conduce a una correlación 1. Cuando  $j$  y  $k$  son independientes  $r$  es igual a 0. Una correlación de  $-1$  indica la dependencia perfecta pero inversa de las dos variables.

Si las variables se expresan estandarizadas el coeficiente de correlación entre los valores observados de las variables sobre un número determinado de muestras está relacionado con la representación vectorial de aquellas en el hiperespacio de tantas dimensiones como observaciones.

$$\cos \varphi_{jk} = r_{jk} \quad (j, k = 1, 2, 3, \dots, m)$$

Donde  $\varphi_{jk}$  es el ángulo de separación entre los vectores que representan a las variables  $j$  y  $k$  y  $r_{jk}$  es el coeficiente de correlación entre ellas. La relación entre los ángulos formados por los vectores y el coeficiente de correlación es inversa. Cuanto más pequeño es el ángulo más grande es la correlación y viceversa. Las nubes de puntos así formadas definirán las nuevas componentes dimensionales.

3ª. Cálculo de los valores propios o autovalores de la matriz de correlación, que expresan los valores de las direcciones de máxima variabi-

lidad de la nube de dispersión de los puntos que representan las variables, de forma que el primer componente deberá estar situado en la dirección que absorba la máxima proporción de la varianza total, el segundo componente se colocará de tal forma que absorba la máxima proporción de varianza remanente, lo cual significa que debe ser perpendicular al primer eje, e iguales condiciones deben reunir los restantes ejes hasta que el total de la varianza sea absorbida.

Los autovalores son las soluciones de la ecuación que cumple la condición de igualar a 0 la matriz que se obtiene al restar un valor determinado de los elementos de la diagonal principal de la matriz de correlación.

$$|R - \lambda I| = 0$$

Donde R es la matriz de correlación e I la matriz unidad.

4°. Cálculo de los vectores propios o autovectores. Para cada autovalor habrá un vector asociado a él, conocido como autovector y que satisficere la ecuación siguiente:

$$R \cdot V = \lambda \cdot V$$

5°. Cálculo de los coeficientes o porcentajes de dependencia. Expresan la contribución de cada una de las variables en la formación de los nuevos componentes. Se obtienen según la expresión:

$$a_{ki} = x_{ki} \sqrt{\frac{\lambda_k}{x_{ki}^2}}$$

$a_{ki}$  = Porcentaje de dependencia de la variable i en la componente k.

$\lambda_k$  = Autovalor correspondiente al componente k.

$x_{ki}$  = Autovector ligado al autovalor  $\lambda_k$ .

6°. Cálculo de las coordenadas de las observaciones. Las coordenadas se obtienen a partir de los valores estandarizados de las variables y de sus porcentajes de dependencia, según la función algebraica siguiente:

$$F_k = a_{k1} z_1 + a_{k2} z_2 + \dots + a_{km} z_m$$

$$k = 1, 2 \dots m$$

$F_k$  = Representa las coordenadas de las observaciones con respecto al componente  $k$ .

$a_{km}$  = Son los porcentajes de dependencia que indican la importancia relativa de cada variable en la componente considerada.

$z_m$  = Son los valores estandarizados de las variables en la observación.

El método de componentes es una de las técnicas estadísticas que sirve de ayuda para el tratamiento de datos en ecología urbana de manera que se pueden poner de manifiesto claramente sus interrelaciones y exhibir su estructura.

## 2. ANALISIS DE COORDENADAS PRINCIPALES

Se encuadra dentro del análisis de escalogramas multidimensionales (métrico), cuyo objetivo consiste en, a partir de una matriz de diferencias o similitudes obtener una representación sintética e interpretable de las relaciones entre las variables representándolas en un espacio de pocas dimensiones de forma que las distancias en este subespacio conserven lo mejor posible, en algún sentido, las distancias o disimilitudes entre los datos originales. La calidad de representación es elevada si el porcentaje de dispersión total recogido por los componentes es alto (MALLO FERNANDEZ, F., 1985).

El proceso esquemático de la obtención de coordenadas principales es:

1º. Cálculo de la matriz A.

a) Para distancias:  $a_{ij} = -1/2 d_{ij}^2$   
 $a_{ii} = 0$

b) Para similitudes:  $A = S$

2º. Transformación de la matriz A en una matriz.

$$B = H A H \text{ (producto interno centrado)}$$

3°. Diagonalización de la matriz B (El principio de dualidad nos permite obtener las coordenadas diagonalizando tan sólo la matriz B). Se halla así los  $k$  autovalores  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_k$  positivos de B con autovectores correspondientes  $w = (w_1 \dots w_k)$ .

4°. Las coordenadas requeridas de los puntos  $x^i$  son  $(w_{i1} \dots w_{ik})$   $i = 1 \dots n$ , filas de  $w$ . Las coordenadas principales para una representación euclídea en dimensión  $h$  son las  $h$  primeras columnas de  $w$ .

Esta técnica nos permite clasificar o definir grupos de variables fuertemente correlacionadas entre sí, visualizando la clasificación a través de una representación euclídea con la propiedad de que las variables estarán tanto más próximas cuanto más correlacionadas estén. Esto puede aprovecharse para eliminar alguna variable como fase previa a un análisis factorial.

El objetivo de este análisis es muy similar al de componentes principales, pero este destaca como método de representación de datos por el hecho de admitir cualquier tipo de variable incluyendo las dicotómicas (basadas en ausencia (-) o presencia (+) de caracteres cualitativos), basta para ello calcular una matriz de similitudes apropiada (CUADRAS, 1981, pp. 295-299 y 307-309).

La misma conclusión sobre la conglomeración de variables se puede obtener mediante un análisis cluster, usando el método "media aritmética no ponderada" sobre la matriz de distancias (euclídea) obtenida por la transformación estandar de la matriz de correlación.

### 3. EL ANALISIS CLUSTER

En orden a lograr una clasificación multivariada de las subáreas del censo de población se han utilizado procedimientos de agrupación como el análisis cluster, resultando una tipología con variaciones máximas y mínimas. En líneas generales consiste en formar a partir de un conjunto de observaciones, sucesivas particiones de tal forma que los elementos de cada participación sean lo suficientemente homogéneos entre sí y distantes de los demás para justificar su inclusión en el cluster.

A partir de una matriz inicial, previamente estandarizada se calcula una nueva matriz de distancias. Se forma una matriz simétrica con las distancias calculadas entre las observaciones, así se formarán los amalgamios, en función de las variables tratadas, buscando la distancia menor (las dos áreas cuya función en el espacio multidimensional están más próximos) (2). Las distancias más utilizadas son la euclídea y la de Mahalanobis.

La distancia euclídea sobre datos brutos puede ser muy insatisfactoria puesto que es poco sensible a los cambios de escala de las variables. Es invariante frente a transformaciones ortogonales de las variables. Ni siquiera cuando todas las variables están unívocamente determinadas, excepto para cambios de escala, esta distancia puede preservar el ordenamiento de distancias. A causa de esto las variables se estandarizan frecuentemente, sin embargo se debe tener presente que ésta para las variables estandarizadas puede preservar distancias relativas.

Las propiedades de la distancia de Mahalanobis son: 1º. Es invariante por transformaciones lineales no singulares de las variables. En particular es invariante por cambios de escala. 2º. Esta distancia tiene en cuenta la interdependencia de las variables. Por tanto, considera esta medida, que es menor la distancia entre individuos que están en la dirección de la elipse formada por los autovalores y autovectores de la matriz inversa que la distancia de aquellos otros que en principio no lo estén. (MALLO FERNANDEZ, F., 1984, p.124).

Este análisis nos permite la formación de una serie de tipologías de áreas con características socio-económicas y ecológicas semejantes. Estas subáreas ecológicas de la ciudad caracterizadas por su homogeneidad interna y heterogeneidad entre ellas, es lo que nos va a permitir descubrir la segregación espacial de la ciudad. A través de las coordenadas de cada cluster en el espacio multidimensional nos permite detectar los factores que influyen más decisivamente en la formación de un espacio segregado, observando las características ecológicas de cada subárea formada y por medio de la escala de distancias se detectan aquellas áreas de segregación específica que debido a sus características se unen a las demás en distancias muy elevadas (son áreas no incluidas en el cluster).

#### 4. LAS UNIDADES DE OBSERVACION Y CONDICIONES DE LOS DATOS

En este tipo de análisis hay que tener en cuenta para su interpretación las unidades de observación, pues el criterio de delimitación de estas, así como la utilización de un número más reducido por agrupación de otras más pequeñas, pueden producir diferencias en los resultados obtenidos, por lo que debe especificarse el nivel de escala en el que se realiza el trabajo (OPENSHAW, J. and TAYLOR, P. J., 1981).

Hay que señalar que los datos de los que podemos disponer para un estudio de áreas sociales, se recogen de las unidades censales que responden a necesidades administrativas y no a las de los investigadores, además el material recogido varía a lo largo del tiempo (en cuanto a datos y a veces unidades) con lo que se hace difícil una investigación comparativa (3). Los resultados y la metodología están, por tanto, sujetos a decisiones externas respecto a la naturaleza y calidad de los datos.

Las unidades que más se suelen utilizar son las secciones censales ya que ésta es la más desagregada de la cual se obtienen datos referidos al conjunto del territorio, pues cuanto más pequeñas sean mayor homogeneidad existe debido a la proximidad. Estas unidades ofrecen a nuestro juicio, las características idóneas, por su relativa homogeneidad interna y heterogeneidad entre ellas para iniciar un análisis ecológico de áreas, aunque algunas de ellas sobreexcedan la extensión media superficial, ya que la división se ha hecho en función del número de habitantes, englobando las superficies periféricas sin construir.

Las áreas de estudio deben ser lo más homogéneas posibles no en cuanto a que sean iguales, ya que la característica dominante de alguna de ellas es la heterogeneidad, sino a la probabilidad de que un individuo elegido arbitrariamente tenga una característica determinada es similar en todas las partes del área.

Las variables que se utilizan para establecer una diferenciación espacial urbana son: demográficas, socio-económicas y de vivienda. Con lo que los resultados empíricos dependen de la matriz de datos original.



Los valores originales se deben estandarizar, conveniente para nuestro propósito, ya que no afectan en absoluto al resultado final, corrigiéndose así la presencia de valores muy heterogéneos de las variables. Esto simplifica los mecanismos de análisis, fundamentalmente cuando la contribución de cada variable depende de su escala de medida, así como de la escala de las otras variables.

El problema que presenta la autocorrelación espacial (que existe cuando el valor de una variable no es independiente del valor de observaciones adyacentes) es una situación paradójica en términos del uso de los métodos estadísticos basados sobre el modelo lineal. Algunos datos no se ajustan al requisito del modelo lineal general cuyas observaciones son independientes de todas las otras. La resolución de esta cuestión depende del problema abordado. (JHONSTON, R. J., 1980, p. 259) (CLIFF, A.D. and ORD, J. K., 1981). Conviene, por tanto, hacer un test de linealidad para ver si las variables son linealmente independientes, sobre todo cuando se utilizan índices.

En situaciones donde la intercorrelación entre variables es baja y sugiere que su distribución es más diferente que similar hay que tener presente el peligro de la sobreinterpretación, así como el que varias variables definan un sistema cerrado de un fenómeno particular (4).

El contenido empírico es necesario también que coincida con el contenido teórico ya que son bien conocidos los peligros de la falacia ecológica al atribuir a datos de carácter general conclusiones que corresponden a casos particulares y lo mismo establecer conclusiones globales a partir de datos individuales.

#### CONCLUSIONES

La aplicación de estas técnicas ha producido resultados relativamente consistentes y parece claro que la mayoría de las variaciones concretas de las características de las subcomunidades urbanas pueden ser interpretadas en términos de 3 ó 4 categorías básicas que se refieren a la diferenciación en el status socio-económico y en la composición familiar. Sin embargo, la demostración de la invarianza de los factores no se

ve completada con la explicitación de las estructuras factoriales. Una vez establecida la validez empírica de los principales ejes de diferenciación, hay que elaborar la explicación de su significado y examinar las relaciones que tienen con otras facetas del comportamiento humano y de la estructura social, ya que la estadística no debe estar desprovista de teorías y conceptos para explicar los problemas de conflicto y procesos decisivos que determinan la organización urbana.

Los resultados de estas técnicas multivariantes no sólo dependen de la naturaleza de los datos utilizados y del método empleado, sino también de las inclinaciones teóricas de los investigadores que explican e interpretan el significado de las interrelaciones entre las diversas variables.

- (1) Para un desarrollo de esta técnica y su aplicación véase JOHNSTON R. J. (1980) y para un desarrollo matemático MALLO FERNANDEZ, F. (1984).
- (2) Para una aplicación de esta técnica véase CAMPO MARTIN, A. (1983).
- (3) Para una discusión de los datos del censo en Gran Bretaña pero que se puede aplicar en general véase EVANS, S. I. (1981) y JOHNSTON R. J. (1976).
- (4) Un planteamiento crítico de la ecología factorial puede verse en GIGGS, J. A. and MATHER, P. M. (1975).

## BIBLIOGRAFIA

- CAMPO MARTIN, A. (1983): "Una aplicación de ecología factorial al estudio de pautas espaciales de segregación social en el municipio de Madrid", Ciudad y Territorio 57-58, pp. 139-148.
- CLIFF, A. D. and ORD, J. K. (1981): "Spatial and Temporal Analysis: Autocorrelation in Space and Time" in WRIGLEY, N. and BENNETT, R. J.: Quantitative Geography, London, Routledge and Kegan, pp. 104-122.
- CUADRAS AVELLANA, C. M. (1981): Análisis Multivariante, Barcelona, Euribar.
- EVANS, I. J. (1981): "Census Data Handling" in WRIGLEY, N. and BENNETT, T. J.: Quantitative Geography, London, Routledge and Kegan, pp.46-59.
- GIGGS, J. A. and MATHER, P. M. (1975): "Factorial Ecology and Factor Invariance: an investigation", Economic Geography vol. 51, pp. 336-382.
- HARTSHORN, T. A. (1980): Interpreting the City, New York, John Wiley and Sons.
- JOHNSTON, R. J. (1976): "Residential Area Characteristics: Research Methods for Identifying Urban Sub-areas-Social Area Analysis and Factorial Ecology" in HERBERT, D. T and JOHNSTON, R. J.: Spatial

- JOHNSTON, R. J. (1980): Multivariate Statistical Analysis in Geography, London, Longman.
- KNOX, P. (1982): Urban Social Geography, London, Longman.
- MALLO FERNANDEZ, F. (1984): Análisis estadístico de datos multivariantes, León, Universidad de León.
- OPENSHAW, S. and TAYLOR, P. J. (1981): "The Modifiable Areal Unit Problem" in WRIGLEY, N. and BENNETT R. J.: Quantitative Geography, London, Routledge and Kegan, pp. 60-69.
- SANCHEZ CARRION, J. J. (1984): Introducción a las técnicas de analisis multivariante aplicadas a las ciencias sociales, Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas.
- SANCHO-ROYO, F. y GONZALEZ BERNALDEZ, F. (1972): "Estructura subyacente de datos urbanísticos en Sevilla", Ciudad y Territorio 3, pp. 6-13.
- SHUKY, E. y BELL, W. (1974): "Análisis del área Social" en THEODORSON, G. A.: Estudios de ecología humana vol. 1, Barcelona, Labor, pp. 337-417.
- TIMMS, D. (1976): El mosaico urbano, Madrid, IEAL.
- TRYON, R. C. (1965): Identification Social Area by Cluster Analysis, Berkeley, University California Press.

JOSE I. GURRIA GASCON

(Univ. Extremadura)

Cuando desbordados por una inabarcable matriz de datos y un tanto deslumbrados en principio por sus resultados, nos planteamos la aplicación de un análisis factorial en el marco espacial extremeño, no éramos conscientes de sus inconvenientes y limitaciones, a veces graves.

Sus resultados, aunque aceptables, no fueron los esperados debido a problemas de aplicación.

Ahora, la comunicación que presentamos es el resultado de largas meditaciones sobre esta serie de problemas de aplicación que limitan sus posibilidades. Esperamos con ello poder contribuir en alguna medida a un más correcto manejo y conocimiento de la mencionada técnica, en aras de alcanzar mejores resultados.

El objeto, pues, de la presente comunicación es el poner de relieve los problemas de aplicación e interpretación fundamentales que a nosotros concretamente nos han surgido. Pero no por ello y en absoluto pretendemos minimizar sus grandes posibilidades y ventajas, que por otra parte ya han quedado probadas en múltiples escritos y demostradas con sus resultados.

#### 1.- CARACTERISTICAS, AMBITO DE APLICACION Y OBJETIVOS DEL ANALISIS FACTORIAL.

Conscientes de la complejidad de las interrelaciones que de

finen todo espacio geográfico, se confeccionó una matriz de datos con 111 municipios de la provincia de Cáceres y 37 variables, todas las que fue posible recopilar y cuantificar. Estas variables se pueden agrupar en tres conjuntos: variables físi-cas, variables demográficas y variables económicas, con especial incidencia en el sector agrario.

A esta matriz de datos se le aplicó un Análisis Factorial en Componentes Principales. El cálculo de los mismos se realizó por "Rutinas de Análisis de Varianza Multivariante". Y la tipificación de los distintos municipios y comarcas por el cálculo de las Distancias de Mahalanobis.

Nuestro objetivo fundamental era definir y tipificar la montaña en sí y los municipios con economía de montaña, para su posterior estudio.

Para ello, incluimos en la matriz de datos todos aquellos municipios con algún porcentaje de su superficie por encima de los 500 m. (cota a partir de la cual los relieves ya destacan sensiblemente sobre su entorno, la penillanura). Y además, otro conjunto de municipios típicamente de penillanura, con el objeto de definir la montaña con relación a su entorno y con el objeto de que sirvieran como grupo "test" al análisis factorial, es decir, para comprobar si el análisis factorial los definía como tal. Junto a ellos y con la misma finalidad, los principales núcleos urbanos de la provincia.

Era evidente que cada uno de estos tres subsistemas habría de definirse por sus propias peculiaridades y por eso se codificaron las variables típicas de montaña y también las más re-presentativas de la penillanura y de los núcleos urbanos.

Con ello, y aunque nuestro objetivo fundamental era la montaña, se podían definir y tipificar los distintos subsistemas regionales.

## 2.- LOS RESULTADOS.

La matriz de funciones discriminantes para las variables ya reducidas, aparecían constituyendo cuatro estructuras fundamentales: las dos primeras contenían nueve variables interrelacionadas entre sí cada una de ellas, y las dos segundas seis cada una. Todas estas funciones estaban jerárquicamente ordenadas, según la información que cada una aportaba a la definición del sistema, y distribuidas según una ley de composición interna. De acuerdo con esta ley, cada estructura se compone de una serie de funciones positivas, propias de las características de la penillanura, y otra serie de funciones negativas, propias de las características de la montaña. Es decir que, de acuerdo con ello, cada subsistema se definía por sus propias características, y por contraposición, por las propias de los otros, por las que no lo caracterizaban. Como indica FERNANDEZ GUTIERREZ, F (1978, pág. 93) "... cada factor puede tener dos polos que son dialécticamente opuestos... pero ambos polos integran y definen al factor... no son independientes... solos no son nada pero unidos, aunque opuestos, hacen un todo!"

En síntesis, los cuatro primeros factores, que venían definidos esencial y respectivamente por cada una de las cuatro estructuras mencionadas anteriormente, explicaban el 46'5% de la varianza.

Aparecían perfectamente individualizados los tres subsistemas, a pesar de explicar un porcentaje bastante bajo de la va-

rianza: la montaña, la penillanura y los núcleos urbanos. En la penillanura: los piedemontes, el área de riveros (de fuertes pendientes por el encajamiento del Tajo y sus afluentes), el regadío y la penillanura propiamente dicha. Y los núcleos urbanos, muy separados de los grupos anteriores, constituyendo un conjunto muy homogéneo.

Esta clasificación respondía perfectamente y con claridad a los esquemas tradicionales y a lo que era evidente.

El estudio posterior y detallado de estos conjuntos, tanto en las variables incluidas en la matriz de datos como en otras que no se pudieron cuantificar, demostraba la validez de estos resultados.

Sin embargo, un porcentaje tan bajo de la varianza invitaba y obligaba a la reflexión.

Para un mayor detalle de los planteamientos y resultados del análisis factorial que comentamos, remitimos a nuestra publicación "El paisaje de montaña en Extremadura (delimitación, economía y población) (1985).

### 3.- LOS PROBLEMAS DE APLICACION.

Los problemas de aplicación comienzan con la matriz de datos inicial, aunque las dificultades más importantes se deriven de la matriz de correlaciones.

Tendríamos que hablar en primer lugar de las deficiencias de las fuentes estadísticas, bien por defectos en su elaboración, bien por ausencia total o parcial, pero como son cuestiones de sobra conocidas y padecidas por todos nosotros, no haremos mayor hincapié. En nuestro caso, para la definición de la



montaña, se han echado en falta las variables climáticas y biogeográficas en general, por la ausencia de una auténtica red de estaciones meteorológicas, muy especialmente en altitud, y por la falta y dificultades de codificación de los suelos.

Hay que mencionar igualmente los siempre delicados trabajos de codificación de algunas variables de carácter cualitativo u ordinal. Aunque se pueden introducir matrices de ausencia-presencia o matrices de correlación de rangos (BROCARD, M PUMAIN, D et REY, V, 1977), siempre es comprometido y arriesgado, por cuanto que la correlación y el análisis factorial por lo tanto, son muy sensibles a los valores extremos. En este sentido, pues, hay que operar con todas las precauciones para no incurrir en graves anomalías.

En nuestro caso, existe una redundancia en la matriz de datos, en las cuatro variables de población activa, por cuanto que lógicamente son complementarias y han de estar por ello entre sí fuertemente correlacionadas. En este sentido, como indica el GROUPE DUPONT (1975, pág. 229), "chaque variable doit être passée travers trois cribes succesifs: a.- une variable doit mesurer un seul caractère, sans ambiguïté...; b.- si deux variables ont une signification trop voisine, elles peuvent par que fortement corrélées, déterminer à elles seules un axe secondaire, lorsqu'elles sont peu prises en compte par le premier facteur; c.- lorsque de fortes corrélations entraînent des groupes de variables à l'intérieur de la matrice, ceux-ci déterminent les axes".

Y esto es lo que ocurre con la citada redundancia, que viene a definir casi con exclusividad al segundo factor.

Uno de los problemas fundamentales es el del número total

de variables que constituyen la matriz de datos. Todas ellas, pocas o muchas, constituyen en cualquier caso el 100% de la varianza que tratan de explicar los distintos factores. Así pues, el análisis factorial considerado trata de explicar el 100% de uno o varios aspectos de una realidad mucho más compleja; el 100% de aquellos aspectos, y sólo de aquellos, que se hayan incluido en la matriz de datos.

El hecho de decir que explica mayor o menor porcentaje de la varianza, en principio no implica gran cosa. Es más, se puede manipular -y de hecho se hace de forma reconocida- para que explique un mayor porcentaje de la varianza.

Pasemos a la práctica del análisis factorial que nos ocupa. La matriz de datos, como se vió, consta de 37 variables. Las 37, que evidentemente no pueden ser todas las que configuran el 100% de ese complejo espacio montañoso, son sin embargo el 100% de "una realidad total" para el análisis factorial.

Y resulta que existen tantos factores como variables y todos explican algún porcentaje de esa varianza hasta el  $F_{35}$ . Pero desde el  $F_5$ , ninguno aporta más del 2 ó 3 por ciento de la varianza, en su mayoría menos del 2%. Tenemos, por lo tanto, treinta factores que en su conjunto aportan casi el 50% de la varianza, pero individualmente no tienen ninguna importancia.

Si se eliminan, como de hecho se hace, las variables que que están menos correlacionadas y se dejan sólo las que se encuentran más correlacionadas, aumentará el porcentaje de la varianza explicado por los primeros factores. Es decir, se acumula en ellos lo explicado por los factores eliminados, aunque no sea la expresión correcta. Pero de esta manera, tendríamos una realidad más parcial, al menos distinta, con menos varia-

bles y manipulada: ¿Qué importaría entonces decir que en vez del 46'5%, los cuatro primeros factores explican casi el 80%?. Lo que se ha hecho no es sino reducir ese espacio a las estructuras resultantes más significativas.

Y no siempre conviene olvidar todas aquellas variables poco correlacionadas, pues muchas veces pueden aportar tanta información como las de mayores índices de correlación. Pero el análisis factorial consideraz casi exclusivamente a aquellas variables -como es lógico- que aportan mayor información a la definición de cada factor, las más interrelacionadas, y teniendo poco en cuenta a aquellas que presentan unos índices bajos.

Para una mejor explicación de este aspecto -uno de los problemas más serios del análisis factorial- es necesario recurrir a la correlación y a sus problemas de aplicación, ya que el análisis factorial se basa en primera instancia en la matriz de correlaciones.

Una variable que presente valores muy similares a lo largo de toda la muestra de municipios, no podrá estar interrelacionada con ninguna otra, pues sus valores ni aumentan ni disminuyen a medida que pueda hacerlo cualquier otra variable. Veamos un ejemplo:

Municipios	Variable "X"
1	10%
2	10
3	10
4	10
5	10
6	10

La variable "X", cualquiera que sea, nunca podrá estar

correlacionada con ninguna otra. Apenas será tenida en cuenta para la tipificación de los distintos municipios, así como tampoco en la definición previa del sistema. Sin embargo, nos está expresando una uniformidad, una homogeneidad, de esa variable a lo largo de toda la muestra de municipios y, en consecuencia, debiera de ser tenida en cuenta como una característica propia de todo el conjunto.

En este otro ejemplo, real (GURRIA GASCON, J.L., 1985<sub>0</sub>), se puede constatar que las variables altitud y pendiente presentan un índice muy bajo (0'118), por cuanto que se trata de los municipios más montañosos. Es un conjunto, por lo tanto, compacto, muy homogéneo, similar en estas dos variables, y no se rían tenidas en cuenta apenas:

Municipios	Altitud	Pendiente	
1	98%	90%	
2	99	98	
3	98	95	
4	97	99	R=0'118
5	96	94	
6	98	97	
-----			
7	3	5	R=0'996

pero si incluimos un nuevo municipio con valores extremos, el índice aumenta hasta 0'996.

Hay que precisar de todo esto varios aspectos que consideramos de la máxima importancia:

- 1.- La correlación y el análisis factorial en consecuencia son muy sensibles a los valores extremos, que pueden introducir graves anomalías. Hay que operar por ello con sumo cuidado.

2.- Si estamos de acuerdo con BUCKLEY, W (1973, pág. 16), en que "la meta principal del movimiento de investigación de Sistemas Generales es, pues, perfilar esas semejanzas estructurales, y al mismo tiempo, distinguir las diferencias estructurales entre sistemas de tipos sustancialmente distintos", hemos de concluir que el análisis factorial no sirve para definir y caracterizar en sí mismos espacios y estructuras homogéneas; las variables que pudieran indicarlo apenas son tenidas en cuenta por su homogeneidad a lo largo de toda la muestra. El análisis factorial sólo diferencia espacios geográficos, no por las propias características y estructuras de cada uno de ellos, sino por contraposición a otros espacios distintos.

Si sólo se introduce un subsistema muy homogéneo, el porcentaje de la varianza explicado será muy bajo y se deberá a pequeñas peculiaridades; y, por otra parte, no aparecerá como un espacio homogéneo probablemente, si existen características muy contrastadas aunque no constituyan precisamente lo más representativo del subsistema o sistema en cuestión. Por ello, será necesario introducir en la matriz de datos subsistemas sustancialmente distintos y contrastados; en nuestro caso: la montaña, la penillanura y los núcleos urbanos. Y, aún en este caso, algunas variables (todas aquellas relacionadas con la vocación ganadera y forestal de la montaña) pueden aparecer como distintivas y diferenciadoras, como de hecho sucede, ya que la penillanura también tiene esta misma vocación aunque se deba a otras razones. En este ejemplo real, el sector forestal y la ganadería no están correlacionadas (presentan índices in-

feriores a  $\pm 0'2000$  con todas las demás variables) con ninguna otra, pues sus valores son muy homogéneos a lo largo de toda la muestra de municipios. Si no están correlacionadas, no aportarán información y no tendrán peso en la definición y tipificación del sistema y de los distintos municipios. Apenas serán tenidas en cuenta, de donde se deriva que, a pesar de que la penillanura y la montaña tienen unos aprovechamientos fundamentalmente ganaderos y forestales, estos espacios no se cacterizarán por ello, sino por variables más específicas de cada uno de ellos. Esto mismo sucede con otras variables, como las demográficas, por insertarse ambos espacios en un contexto general de emigración y despoblación a nivel regional; la mecanización; las bajas rentas per cápita, etc.

En definitiva, las variables no distintivas casi no forman parte de las funciones discriminantes que definirán a los principales factores. Por el contrario, las más específicas de cada espacio serán las que aporten mayor información y tengan mayor peso: parcelas inferiores a una hectárea, altitud, pendiente, robledal, etc., en la montaña; encinar-alcornocal, tierras de labor, cultivos herbáceos, etc., en la penillanura.

A tenor de los resultados del análisis factorial, la montaña extremeña no encajaría en el contexto general de la montaña mediterránea en cuanto a sus aspectos y predominio de los aprovechamientos forestales y ganaderos. Sin embargo, un simple recorrido por el área de estudio demuestra todo lo contrario.

Todo ello implica que las distintas variables deberán matrizarse según su contexto más próximo y que el análisis factorial presente mejores resultados en espacios con característic

cas muy diferenciadas, teniendo en cuenta que variables que pueden ser distintas en un espacio más o menos reducido, pueden no serlo en otros espacios mayores o viceversa, con lo que las correlaciones se desfigurarían y con ellas también en el análisis factorial.

Las similitudes, por lo tanto, deberán resolverse a juicio y criterio del investigador, pues unas variables poco correlacionadas, no tenidas apenas en cuenta, pueden expresar similitudes y la caracterización fundamental de uno o varios subsistemas.

En síntesis, el análisis factorial define espacios geográficos de una forma parcial, sólo a través de sus estructuras distintivas, aunque no representen las características más definitivas de esos espacios. Más que definir espacios geográficos homogéneos, diferencia espacios geográficos distintos. Es, desde este punto de vista, una técnica "excepcionalista", ya que individualiza los distintos espacios por sus características, estructuras, excepcionales. No se podrá por ello teorizar ni buscar leyes generales a partir de sus resultados. Pero no es esta una afirmación que pretenda ser aseverativa, sino más bien un planteamiento a discutir.

En consecuencia, aunque el análisis factorial en componentes principales pueda ser una herramienta de gran utilidad, presenta problemas de aplicación e interpretación que pueden acarrear una desfiguración total o parcial de la realidad. Deberá prevalecer, por lo tanto y en todo momento, el criterio objetivo del investigador y el recurso a todo el material disponible y el estudio de campo.

## BIBLIOGRAFIA

- BROCARD, M; PUMAIN, D et REY, V (1977): "L'analyse de données: traitements visuels et mathématiques" **L'Espace Géographique** VI, 4. Paris. Doin Ed.
- BUCKLEY, W (1973): **La Sociología y la Teoría Moderna de Sistemas**. Buenos Aires (2ª ed.). Amorrortu.
- ESTEBANEZ ALVAREZ, J. (1981): "Problemas de valoración e interpretación de los mapas mentales". **Anales de Geografía**, 1. Madrid. Universidad Complutense.
- FERNANDEZ GUTIERREZ, F. (1978): "Consideraciones metodológicas y experimentales del análisis factorial en Geografía". **Cuadernos Geográficos**, 8. Granada. Univ. de Granada.
- GRUPE DUPONT (1975): "La distance a la ville: essais d'analyses factorielles appliquées aux cas de Grenoble et de Montpellier". **L'Espace Géographique**, 4. Paris. Doin Editeurs.
- GURRIA GASCON, J.L. (1985): **El paisaje de montaña en Extremadura** (delimitación, economía y población). Cáceres. Servicio de Public. de la Univ. de Extremadura, Excmas. Diputaciones Provinciales y Junta de Extremadura.
- GURRIA GASCON, J.L. (1985): "La correlación lineal: precisiones prácticas y su funcionalidad en la determinación de las similitudes y diferencias de los espacios geográficos". **Norba**, V. Cáceres. Serv. Publicaciones de la Univ. de Extremadura.



LOCALIZACION DE CENTROS FUNCIONALES Y DELIMITACION  
DE AREAS DEPRIMIDAS EN LOS ESPACIOS RURALES A PAR-  
TIR DEL ANALISIS FACTORIAL: APLICACION A LA PROVIN  
CIA DE SEGOVIA

PEDRO REQUES VELASCO  
(Universidad de Cantabria)

1.- INTRODUCCION

El análisis factorial que presentamos ha sido realizado a partir de una docena de variables, de carácter económico, unas y otras referentes al nivel de desarrollo infraestructural (in fraestructura urbana, comunicaciones, accesibilidad,...) siendo en términos generales (1) el municipio la unidad de análisis considerada.

Este, aparentemente escaso, número de variables utilizadas se explica por dos hechos:

1. Porque muchas de ellas tienen un carácter sintético y han de entenderse como índices, que resumen varios valores simples (por ejemplo, nivel de desarrollo infraestructural se ha considerado si disponían o no de agua corriente, alcantarillado, luz, número de teléfonos por mil habitantes, etc...) (REQUES, 1983), y,
2. Porque el test de significación factorial de los primeros ensayos del análisis nos desaconseja la utilización de algunas otras variables, de las que disponíamos información, pero que resultaba a efectos del análisis, escasamente relevantes.

tes 1.4.1.1.1. Unidades de diversos organismos administrativos de ámbito provincial (2).

Todas estas variables están tratadas como índices o como valores relativos; pues los análisis anteriores nos habían enseñado que operar con variables no tipificadas o absolutas no tenía demasiado valor, ya que las conclusiones estaban en los datos - de partida, y el análisis factorial servía únicamente para corroborar conclusiones apriorísticas.

## 2.- EL PROCESO DE FACTORIZACION (3)

### 2.1.- La selección de variables a partir del test de significación factorial.

Los test de significación factorial de los primeros análisis nos permitieron seleccionar las variables del presente apartado, que quedaron reducidas a las doce que a continuación señalamos:

1. Patrimonio municipal per capita, esto es, la suma de los valores mobiliarios e inmobiliarios, de los municipios - dividido entre el número de personas censadas en éstos.
2. La altura media del municipio.
3. Los niveles de infraestructura urbana (agua, alcantarillado, teléfono, luz, ...).
4. Infraestructura de las comunicaciones y grados de accesibilidad y conectividad de los núcleos de población: ferrocarril, carretera nacional, comarcal, etc.
5. Renta per capita municipal (4).
6. Dispersión del poblamiento de las unidades municipales - de análisis consideradas.
7. Especialización comercial (Pts. contribuidas por tenen -

cia de comercio e industria divididas entre el número de habitantes).

8. Nivel de industrialización (o proporción de personas trabajando en la industria respecto al total de habitantes - del municipio).
9. Idem. pero considerando separadamente la construcción.
10. Idem. pero considerando la proporción de obreros en empresas de más de 10 trabajadores respecto al total de obreros industriales del municipio.
11. Idem. respecto al total de personas del municipio.
12. Índice de mecanización: caballos de vapor respecto al total de Has. labradas de cada municipio.

## 2.2.- La matriz de correlación entre variables

En la matriz de correlación entre variables el dato más destacado es los escasos valores que alcanza, tanto de signo positivo como negativo, hecho que ha de imputarse a lo heteróclito de las variables. Destacamos no obstante las siguientes correlaciones:

- Correlación positiva entre patrimonio y renta per capita, a pesar de los diferentes contenidos de estas dos variables.
- Correlación positiva entre altura y población dedicada a la construcción, hecho lógico si se considera la importancia de este sector económico y laboral en el área serrana como lugar privilegiado de segunda residencia.
- Correlación negativa de la altura con la concentración de población: los mayores problemas de dispersión del poblamiento se dan en estas áreas situadas por encima de los 1.000 metros, más que en el resto de la provincia.
- La infraestructura se correlaciona positivamente con la

renta per capita y con los mayores índices de concentración del poblamiento.

- La renta per capita se correlaciona, asimismo, positivamente con los niveles de industrialización, hecho comprensible si se tiene en cuenta que al diversificar económicamente la mano de obra de un municipio se aumenta su renta.
- La renta, nuevamente, se correlaciona positivamente con el índice de mecanización.
- La correlación es positiva entre la especialización comercial y los índices de desarrollo industrial.
- Los índices de especialización industrial, a su vez, se correlacionan positivamente con los de población ocupada en la construcción, hecho lógico si se considera el importante papel que ésta juega en el conjunto de aquélla, en la que en su primer valor aparece incluida.

Todas estas correlaciones tienen la importante misión de cuantificar una serie de relaciones entre variables, que constituirían la base de las hipótesis de partida del estudio, que habían sido consideradas a priori cualitativamente.

### 2.3.- La matriz factorial

A partir de las correlaciones entre variables (12 x 12) se halla la matriz de información espacial, que contiene en el eje de las abscisas a las variables y en el de las ordenadas a los factores. Tendríamos en este caso 12 componentes principales que sumados explicarían el 100% de la varianza. Se hace preciso en este caso seleccionar aquéllas que tengan un valor superior a 1,000, que son las más significativas; en este caso son 5, que explican el 70,9% de la varianza. Con ellas formamos la verdadera matriz factorial reducida. (Vid. Cuadro II).

C U A D R O I

<u>FACTOR</u>	<u>VARIANZA EXPLICADA</u>	<u>PROPORCION ACUMULATIVA DEL TOTAL DE LA VARIANZA</u>
1	2,854	0,238
2	2,017	0,406
3	1,338	0,517
4	1,168	0,615
5	1,127	0,709
6	0,852	0,780
7	0,789	0,845
8	0,585	0,894
9	0,487	0,935
10	0,422	0,970
11	0,311	0,996
12	0,049	1,000

C U A D R O IIPESO DE LOS FACTORES, ROTADOS LOS EJES  
PARA LOS PRINCIPALES COMPONENTES

	<u>FACTOR</u> 1	<u>FACTOR</u> 2	<u>FACTOR</u> 3	<u>FACTOR</u> 4	<u>FACTOR</u> 5
Patrimonio municipal per capita	-0,012	0,003	0,176	0,514	0,673
Altura del Municipio	0,211	-0,256	0,687	0,165	-0,318
Infraestructura urbana	0,476	0,609	-0,102	-0,061	0,170
Infraestructura comunicaciones	0,506	0,651	0,215	-0,096	-0,222
Renta per Capita	0,553	0,284	-0,226	0,305	0,381
Indice de dispersión	0,293	0,624	0,305	-0,324	0,027
Especialización comercial	0,667	-0,204	-0,345	-0,164	-0,060
Niveles de industrialización	0,790	-0,487	-0,116	-0,073	-0,001
Indice de población ocupada en la const.	0,427	-0,429	0,177	0,463	-0,180
% trab.industr.en em presas de más de 10 obreros/total trab.	0,035	-0,158	0,681	-0,289	0,405
% Trab.industr.en em presas de más de 10 trab/total población	0,719	-0,489	0,031	-0,333	0,180
Indice de mecanización	0,407	0,241	0,081	0,474	-0,330

### 3.- DESCRIPCION DE LOS FACTORES

El primer factor mantiene coeficientes de saturación significativos (por encima de 0,300) con ocho variables: infraestructura urbana, nivel de accesibilidad, renta per capita, especialización industrial y comercial, proporción de trabajadores ocupados en la industria, proporción de trabajadores ocupados en la construcción, proporción de trabajadores ocupados en industrias de más de 10 trabajadores, trabajadores en industrias de más de 10 obreros respecto al total de población del municipio e índice de mecanización.

El segundo factor mantiene coeficientes significativos con tres variables, con signo positivo, y con dos de signo negativo, se trata de un factor bipolar y muestra, como era de esperar, valores mucho más bajos.

El tercer factor lo hace positivamente con tres variables, positivamente con dos y negativamente con una.

Los factores cuarto y quinto presentan valores mucho más bajos. El cuarto positiva y significativamente con cuatro, y negativamente con dos tan sólo, y el quinto positivamente con tres y negativamente con dos solamente.

El hecho de que se vayan enrareciendo en importancia los factores, y que a partir del cuarto se hagan difícilmente definibles por la repetición de variables con las que aparecen polarizados respecto a los factores anteriores y por su escaso valor, hará que, a efectos de nuestro estudio, tan sólo se considerados los tres primeros factores, cuya significación aparece más clara.

La rotación de ejes de los factores clarifica las fases técnicas anteriores, polarizando más aún las variables, como puede observarse en el Cuadro III:

C U A D R O IIIPESOS DE LAS VARIABLES. ROTADOS LOS EJESDE LOS FACTORES

	FACTOR 1	FACTOR 2	FACTOR 3	FACTOR 4	FACTOR 5
Patrimonio municipal per capita	-0,140	-0,112	0,069	0,203	0,819
Altura del Municipio	0,027	-0,021	0,703	0,418	-0,179
Infraestructura urbana	0,144	0,725	-0,098	-0,153	0,246
Infraestructura comunicaciones	0,036	0,850	0,228	-0,041	-0,089
Renta per Capita	0,310	0,383	0,043	-0,242	0,611
Indice de dispersión	-0,054	0,781	-0,061	0,226	-0,071
Especialización comercial	0,753	0,134	0,026	-0,221	-0,038
Niveles de industria lización	0,902	-0,025	0,251	0,014	0,042
Indice de población ocupada en la constr.	0,281	-0,104	0,655	-0,046	-0,0163
% trab.industr. en em presas de más de 10 obreros/total trab.	0,038	0,052	-0,011	0,850	0,100
% Trab.industr. en em presas de más de 10 trab./total población	0,898	0,015	0,049	0,303	0,010
Indice de mecanización	0,019	0,316	0,603	-0,311	0,104
VP	2,409	2,150	1,424	1,322	1,199

#### 4.- DEFINICION DE LOS FACTORES

De los cuadros anteriormente insertados, extraemos los valores de las variables más significativas, que nos servirán para definir los factores.

##### 4.1.- Factor 1. Varianza explicada: 23,8%

Correlaciones de variables-factores (de signo positivo):

- Proporción de población ocupada en la industria ... 0,902
- Niveles de especialización industrial y comercial.. 0,753
- Proporción de población industrial en empresas de más de 10 trabajadores, respecto al total de población industrial ..... 0,898

Este primer factor aparece muy claramente definido en torno a las variables relacionadas con los volúmenes, o mejor, con las proporciones de población industrial y con el grado de especialización industrial y comercial. Todas estas variables aparecen perfectamente imbricadas y ligadas al fenómeno de la diversificación ocupacional en las áreas rurales (5).

Este factor podría queda definido como:

- Niveles de diversificación ocupacional, con lo que pondríamos de manifiesto:
  - + que existe un grado de diversificación según municipios;
  - + que se habla de importancia relativa, y no de valores absolutos;
  - + que incluimos a activos industriales y a otros sectores profesionales como el comercio.

##### 4.2.- Factor 2. Varianza explicada: 16,8%

Explicación acumulada de la varianza: 40,6%

Correlaciones de variables-factores (signo positivo):



- Infraestructura de los núcleos de población.....	0,725
- Infraestructura de las comunicaciones o niveles - de accesibilidad .....	0,850
- Poblamiento (concentración/dispersión) .....	0,781

y con valores más bajos, pero encima de 0,300,

- Renta municipal per capita .....	0,383
- Índice de mecanización agraria .....	0,316

Si se tiene en cuenta, según se comentó anteriormente, la relación positiva entre renta per capita y desarrollo in --- fraestructural (de los cascos de población y niveles de acce sibilidad), y que éstos se hallan correlacionados positiva - mente como es de esperar, con los municipios con menos pro - blemas de dispersión de población, esto es, más concentrados, osile excluimos por su encuadre, observamos como las principa les variables de este factor según su peso en él son las que tienen relación con las infraestructuras, sean éstas urbanas o de comunicaciones o grado de accesibilidad.

Por todo lo cual este factor puede ser definido como:

- Niveles de desarrollo infraestructural.

#### 4.3.- Factor 3. Varianza explicada: 11,1%

Proporción de la varianza acumulada: 51,7.

Correlación de variables-factores(signo positivo):

- Altura media de los municipios .....	0,703
- Proporción de población dedicada a la construcción	0,655
- Índices de mecanización agrícola .....	0,603

Esta tercera componente agrupa variables que aparente - mente están entre sí muy poco relacionadas, si exceptuamos -

las dos primeras, las cuales, según nos hemos referido anteriormente, si aparecen correlacionadas positivamente si se tiene en cuenta que es precisamente el área de montaña de la provincia, la más alta, donde el sector de la construcción - por el fenómeno de la segunda residencia, adquiere mayor importancia absoluta y relativa con respecto al resto del espacio provincial, menos dotada medioambientalmente y, por tanto, más netamente agrícola.

Así, pues, si se exceptúan estas dos variables, que en parte ya están incluidas en los anteriores factores, ya que la construcción aparecía también englobada en el conjunto de población industrial y en el de grados de especialización industrial y comercial, nos resta únicamente con un valor relativamente alto la del índice de mecanización, que es el resultante de dividir el número total de caballos de vapor de los municipios entre el número de Has. de labrantío. Es a partir de este índice como definiremos a esta componente, que queda identificada como:

- Niveles de mecanización agrícola.

No consideramos la posible definición de la componente como "Grados municipales de modernización de la agricultura" por considerarlo demasiado ambicioso, si se tiene en cuenta que de dicha supuesta "modernización" sólo consideramos un índice, el de mecanización.

En resumen, con estas tres componentes tenemos explicada más de la mitad de la varianza total del conjunto de municipios de la provincia. El resto de la varianza queda explicada por los demás factores que, como es normal, presentan, aunque bajas, correlaciones positivas con las variables que integran los factores ya mencionados y definidos; por lo que la información que aportan es escasa y los niveles de confusión posible notable, -

por tanto no se considerarán en el presente análisis.

Los componentes básicos, en suma, que hemos considerado en este análisis factorial que consideraba la variables infraestructurales y económicas son:

- Niveles de diversificación ocupacional.
- Niveles de desarrollo infraestructural.
- Niveles de mecanización agrícola.

que explican respectivamente el 23,8, el 16,8 y el 11,1% del total de varianza.

A partir de estas tres componentes delimitaremos espacios intraprovinciales con desarrollo económico e infraestructural semejante y localizaremos centros funcionales en el espacio provincial.

#### 5.- CLASIFICACION ESTRUCTURAL DE LOS MUNICIPIOS SEGOVIANOS EN FUNCION DE SU INDICE DE DESAROLLO ECONOMICO E INFRAESTRUCTURAL.

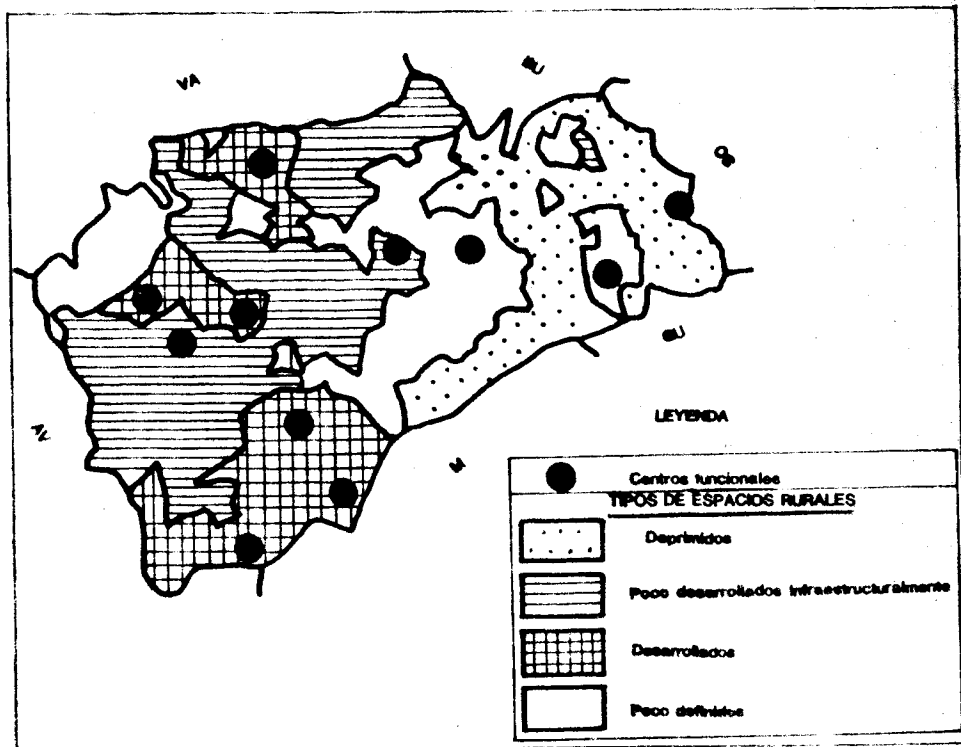
El proceso técnico descrito anteriormente y aplicado a los municipios que conforman nuestro espacio de análisis nos permitirá alcanzar los objetivos perseguidos con el presente análisis factorial: localizar centros funcionales y delimitar espacios rurales de desarrollo económico e infraestructural homogéneo, y esencialmente áreas deprimidas, en la provincia.

Los centros funcionales rurales y los municipios de mayor desarrollo se caracterizarán por presentar pesos positivos en los factores I y II : niveles de diversificación ocupacional y niveles de desarrollo infraestructural, que explican conjuntamente más del 40% del total de la varianza, por el contrario las áreas más deprimidas quedarán configuradas a partir de aquellos municipios que muestran con respecto a estos factores valores más bajos y correlaciones negativas.

A partir de este criterio se ha realizado el mapa adjunto - que puede considerarse como síntesis y que creemos resume la cartografía factorial elaborada a partir del análisis, que nos ha servido de base.

Del mapa de síntesis se derivan las siguientes conclusiones:

1. Aparecen doce centros funcionales en el ámbito provincial, cuya jerarquización no ha podido hacerse a partir de este análisis. Tales centros son: Sacramenia, Ayllón, Sepúlveda, Riaza, Nava de la Asunción, Carbonero el Mayor, El Espinar, La Granja, Cantalejo, Cuéllar y Segovia.
2. En la provincia que analizamos, "grosso modo" aparecen delimitados, atendiendo al peso factorial de los diferentes municipios, cuatro tipos de espacios rurales: (Vid. - Fig. 1).



a) Espacios rurales desarrollados económica e infraestructuralmente, caracterizados por presentar en términos generales, correlaciones positivas con los factores I y II. Básicamente corresponden al área de la Sierra más desarrollada, como consecuencia del fenómeno de la segunda residencia y de sus niveles de industrialización (Torrecaballeros, La Granja, Palazuelos de Eresma, El Espinar, Villacastín, Otero de Herreros,...) y una gran parte de los municipios de Tierra de Pinares, que presentan asimismo ciertos niveles de industrialización, ligada a sus importantes recursos forestales -centros resineros e industrias ligadas a la madera-: Navas de Oro, Nava de la Asunción, Aguilafuente, Cuéllar, Valledado, Carbonero el Mayor,...) y, fuera de la Tierra de Pinares, pero geográficamente próximo, Cantimpalos, ligado a las industrias cárnicas.

b) Espacios rurales con escaso desarrollo infraestructural y poco diversificados económicamente (correlaciones negativas o poco significativas con los factores I y II). Se trata de un espacio intraprovincial constituido por agro-municipios, pero que presentan altos niveles de mecanización (correlación positiva con el factor III). Ocupan una gruesa franja en la mitad occidental de la provincia que abarca la campiña (parte segoviana de la Tierra de Arévalo, Comarca de Santa María, de Turegano, continuándose por la tierra de los páramos (comarca de Sacramento).

c) Espacios rurales deprimidos (escasa o nula diversificación ocupacional, bajo desarrollo económico e infraestructural, escasa mecanización). Estos municipios se caracterizan por presentar valores de correlación negativos con respecto a los tres factores definidos. Básicamente se circunscriben a la zona de montaña media (La Serrezuela), en la parte nororiental de la provincia, y a la comarca serrana menos desarrollada (sierra de Ayllón, Somosierra y mitad oriental de la Sierra de Guadarrama),

Áreas conectadas geográficamente a través de la tierra de Sepúlveda, acabando por configurar la más extensa de las áreas rurales definidas a través del análisis factorial en la provincia.

d) Espacios rurales poco definidos. Están configurados por el resto de los municipios y áreas no señaladas (parte de la Tierra de Pinares y de la comarca de Santa María y extremo nororiental (tierra de Madreuelo y zona agrícola de la Tierra de Ayllón). Se caracterizan por presentar valores poco significativos con respecto a los diferentes factores resultantes.

## 6.- CONCLUSION

En análisis factorial, en suma, puede considerarse como una técnica extraordinariamente útil para delimitar tipos de espacios homogéneos en el ámbito rural y localizar centros funcionales rurales, objetivos estos perseguidos en el presente trabajo, cuyos resultados han de considerarse provisionales, ya que necesitan contrastarse con los que resulten de aplicar la misma técnica a unidades agrupadas de municipios, que presenten características comunes, para evitar el problema de los "enclaves" -espacios muy pequeños, correspondientes a uno, dos o tres municipios que aparecen dentro de áreas relativamente homogéneas-, que es junto con el de los espacios rurales poco definidos factorialmente- y que en nuestro estudio ocupan una extensión considerable y afectan a casi el 20% de los municipios- las dos principales limitaciones que se han derivado de la aplicación de esta técnica multivariada.

## NOTAS

- (1) Como consecuencia de que, por regla general, coincidían entidades de población con municipios. Las agrupaciones de municipios realizadas a partir de 1969 que supusieron pasar en esta fecha de 234 a 204 en la actualidad, rompieron esa norma histórica. En nuestro estudio, sin embargo, en los casos de anexiones municipales hemos operado con dos unidades de análisis: el municipio anexionador, por una parte, y el, o los, municipios anexionados por otra, porque pensamos que --responden a dos unidades geográficas distintas, al ser los municipios anexionados fuertemente regresivos y de escasa entidad demográfica y económica y los anexionadores justamente lo contrario: dinámicos, cabeceras comarcales y muy diversificados económicamente.
- (2) Delegación Provincial de los Ministerios de Obras Públicas y Urbanismo y de Industria y Energía, Cámara de Comercio e Industria de Segovia, Diputación Provincial, Delegación Provincial del Ministerio de Agricultura, Delegación Provincial del Instituto Nacional de Estadística, entre otros.
- (3) El esquema que presentamos es el mismo que el utilizado por Joaquín Bosque Sendra en su artículo "La ocupación del territorio en la provincia de Granada": Un ejemplo de Análisis Factorial". Boletín de la Real Sociedad Geográfica. 1973, (pp. 27-53). Agradecemos desde aquí al autor su colaboración en el proceso técnico del presente trabajo.
- (4) Incluidos por el Banco Español de Crédito en 1975 en su Anuario del Mercado Español.
- (5) Hemos de tener en cuenta que estos datos en sí nos ponen de relieve cómo estas variables, en este factor, explican en gran medida la varianza entre los valores tipificados de todos los municipios de la provincia en relación al total de variables consideradas en el presente análisis. Ya que este valor intrínseco en sí es relativo nos pondrá de manifiesto en la matriz de información espacial los municipios que alcanzan mayores pesos respecto a este factor y, sin embargo, este dato es preciso sea tomado con cautela: no se trata de deducir, a partir de este factor, la dinámica progresiva de diversificación ocupacional en dichos municipios sino su situación en un momento dado: 1978 (año al que corresponden los datos industriales). Naturalmente que entre 1980 y 1978 estos municipios se han decantado como más industrializados en relación con los otros, y, sin embargo, esta industrialización es relativa, y más ha sido consecuencia del proceso emigratorio y de la pérdida absoluta y relativa de población,

que ha hecho aumentar la proporción de activos industriales en estos municipios rurales, que de un desarrollo industrial en sí, que no se ha dado salvo puntualmente, en núcleos concretos, ligado a la puesta en explotación de minas u otros recursos naturales (explotación maderera,...). En otras palabras, el aumento de la importancia relativa de activos industriales se debe más al descenso en el número de ocupados en la agricultura que a un incremento real de mano de obra industrial.

#### BIBLIOGRAFIA

AZNAR, A (1974). Infraestructura y regionalización de las - provincias españolas. Revista de Economía. Año 1974. pp.160-182.

BOSQUE SENDRA, J. (1974). La ocupación del territorio en la provincia de Granada. Un ejemplo de análisis factorial. Boletín de la Real Sociedad Geográfica. 1974. pp. 25-57.

RACINE, J.B. & REYMOND, H. (1973). L'analyse quantitative en Géographie. París. P.U.F.

REQUES VELASCO, P. (1983). Atlas Socio-Económico de la Provincia de Segovia. Segovia. Excma. Diputación Provincial.



# MÉTODOS DE CUANTIFICACION APLICADOS A LA PLANIFICACION TERRITORIAL Y URBANA

P. Alegre y A.F. Tulla

(Departamento de Geografía de la Universidad Autónoma de Barcelona)

## 1. Planteamiento del problema: especializarse o generalizar

La geografía, en la Península Ibérica, normalmente se asocia con la enseñanza no universitaria. A un nivel más técnico se valora su aportación al conocimiento del espacio a través de la cartografía y la fotografía aérea, pero siempre en un ámbito de difusión muy restringido y especializado. Así mismo, debe remarcarse los esfuerzos que se han llevado a cabo, en los últimos diez años, en los medios académicos universitarios con el fin de lograr avances en la teoría y metodología geográficas. Un gran número de estos trabajos pueden encuadrarse en la denominada geografía cuantitativa, aunque ésto sea así, más por el uso común de técnicas estadísticas y matemáticas, que por un enfoque teórico basado en la cuantificación de los hechos geográficos. Sin embargo, sí que debemos aceptar que existe una influencia reciente muy importante de la experiencia, de los países de cultura anglosajona, en relación con la aplicación de los conocimientos geográficos a la planificación territorial y urbana. Por estas razones, podemos afirmar que la geografía intenta consolidar, en los países ibéricos, una posición profesional entre las disciplinas que aportan soluciones a los problemas de organización espacial.

En una primera aproximación, el geógrafo, aporta su visión sintética del espacio que permite conocer la realidad en su conjunto. Las otras disciplinas que convergen en la planificación territorial (economistas, arquitectos urbanistas, ingenieros, geógrafos, sociólogos, juristas,...) muestran un mayor interés en determinados elementos de la realidad, precisando una gran coordinación entre sí para lograr un planteamiento correcto de la ordenación del territorio. Aunque sea un tópico, se acepta que el geógrafo participe en equipos de planificación territorial y urbana, por

su capacidad globalizadora mientras que los otros especialistas aportan unos conocimientos y unos métodos muy concretos. En cualquier caso, es evidente que la planificación territorial y urbana no es patrimonio de una sola disciplina sino que debe realizarse en colaboración entre profesionales de varias disciplinas. Entonces, la cuestión más importante que nos debemos plantear los geógrafos será si debemos definir nuestra aportación concreta a la planificación o, si creemos más adecuado perfeccionar nuestra capacidad sintética y organizativa en base a una mejor comprensión de los elementos y fenómenos espaciales. Esta doble posibilidad se ha experimentado en los países con una fuerte tradición de la geografía aplicada, pero también podemos afirmar que en nuestro país se plantean ambas alternativas (BOSQUE SENDRA, J. et al., 1982).

En esta ponencia, y sin ningún ánimo exhaustivo sino como punto de partida de una discusión sobre el tema, pretendemos aportar nuestro granito de arena para conocer mejor las posibilidades de la geografía aplicada en la Península Ibérica. Partimos de la experiencia realizada por el Departamento de Geografía de la Universidad Autónoma de Barcelona (U.A.B.), en Bellaterra y Girona, que presenta seis características, que en nuestra opinión, son importantes en el proceso de potenciación de la geografía aplicada a la planificación territorial y urbana.

## **2. Las condiciones para el desarrollo de la geografía teórica**

La primera característica es la concepción pluridisciplinaria de los estudios que debe cursar un geógrafo a través de los tres ciclos de estudios universitarios. La segunda es la existencia de contactos personales y académicos, más o menos intensos, con la geografía anglosajona en más de una corriente geográfica (cultural, teórico-cuantitativa, radical y humanista). La tercera responde a la utilización de técnicas cuantitativas aplicadas a problemas espaciales desde principios de la década de 1970-1979. La cuarta se refiere a la programación de cursillos, asignaturas y otras actividades dirigidas al desarrollo de la geografía aplicada en los planes de estudio de geografía en la U.A.B. desde el curso 1971-72. La quinta son las colaboraciones, más o menos regulares, en trabajos profesionales como geógrafos, tanto por parte de los profesores co-

mo de los licenciados del departamento. Finalmente, la sexta corresponde al propósito de teorizar los avances de la geografía aplicada a la planificación territorial.

En una primera parte de esta ponencia trataremos, principalmente, de las cinco primeras características, mientras que en la segunda parte intentaremos plantear las dos últimas. La participación como geógrafos en trabajos profesionales es la característica que permite enlazar la experiencia formativa de un colectivo con la reflexión teórica que todo colectivo se plantea realizar sobre dicha experiencia.

### 3. Los elementos personales de un proceso

La Facultad de Letras de la Universidad Autónoma de Barcelona inició sus estudios en el curso 1968-69. Las cuatro asignaturas de geografía que contenía su plan de estudios se debían impartir en los cursos segundo, tercero, cuarto y quinto. La responsabilidad de estas enseñanzas fue asumida por el profesor Enric Lluçh i Martín en agosto de 1969, incorporando como ayudantes a la profesora M<sup>a</sup> Dolores García Ramón en San Cugat del Vallés y a la colaboradora Monserrat Moli en el Colegio Universitario de Girona. La geografía, inicialmente, formaba parte de las materias impartidas por el Departamento de Ciencias Sociales que se planteaba una formación interdisciplinaria (historia de los fenómenos sociales, geografía, economía y sociología) de los alumnos. En el curso 1970-71 se incorporan las profesoras Helena Estalella y Laura Zumin, y los profesores Jordi Borja y Antoni F. Tulla. Este último como profesor ayudante de clases prácticas de estadística, responsabilizándose de trabajos de campo que precisaban técnicas cuantitativas como una encuesta de movilidad urbana en el barrio del Turó de la Peira o una encuesta sobre el funcionamiento de una explotación agraria en el pueblo pirenaico de Adrell.

En el curso 1972-73 se crea un Departamento de Geografía con una influencia cada vez mayor de los conocimientos y técnicas cuantitativas. El interés por la geografía teórica y las técnicas cuantitativas que ésta utiliza, así como la intención de compaginar

la geografía como enseñanza y como disciplina aplicada a la planificación y ordenación del territorio, no puede decirse que sea el fruto de una estrategia premeditada pero sí que puede afirmarse que estas coincidencias permitieron un rápido desarrollo de las nuevas tendencias en un departamento de geografía aún poco estructurado y muy sensibilizado por la evolución de la geografía, no sólo en los países de cultura latina, sino muy especialmente por los de cultura anglosajona.

A título indicativo, realizaremos la descripción de algunas de estas coincidencias personales. El profesor Enric Lluch, fundador del departamento, después de licenciarse en historia residió durante el curso 1957-58 en Inglaterra como Lecturer en el Department of Hispanic Studies de la Universidad de Liverpool lo que le permitió conocer de cerca la importancia de la geografía aplicada en las Islas Británicas. Así mismo, aunque durante los años de licenciatura (1951-56), había consultado asiduamente la revista Economic Geography, que ya publicaba regularmente artículos cuantitativos, o el libro de E.M. Hoover (1948), no será hasta su incorporación a la Universidad de Barcelona como profesor que se interesará por la geografía teórica. En el curso 1959-60, un profesor de la Facultad de Ciencias Económicas, Fabián Estapé, a través de su alumno Ernest Lluch, le hace llegar el artículo de Edward Ackerman (1958) en que se plantea claramente un enfoque teórico de la geografía. En el verano de 1964 el geógrafo británico, Collin Patman visita el Departamento de Geografía de la Universidad de Barcelona y le comenta, mostrándole una copia de imprenta, el libro de Peter Haggett (1965) que desde la primavera de 1965 puede considerarse como el primer intento sistemático de geografía teórica utilizando técnicas cuantitativas pero también la región nodal como marco espacial de referencia. Desde aquel momento, el profesor Enric Lluch, promueve la traducción de este libro al castellano, en 1966 y 1967 a través de una colección multidisciplinaria de la Editorial Labor, dirigida por el urbanista Manuel Ribas Piera. Por diversas razones no se lleva a cabo este plan editorial y Manuel Solá Morales, otro urbanista que, junto con Enric Lluch, eran asesores de dicha colección, consigue que la Editorial Gustavo Gili lo publique. En un anecdótico propio de una novela de intriga, se encarga la traducción a Raimon Obiols el año 1969, por estar detenido en

la cárcel con la perspectiva de una larga estancia, sin embargo y como pequeña historia de la transición política, el actual secretario general del P.S.C., es liberado antes de terminarla y con grandes dificultades sale publicado a principios del año 1976. Aparte de las publicaciones traducidas, desde el curso 1969-70, el profesor Enric Lluch impartió varias lecciones dedicadas a la geografía teórica y cuantitativa, primero simultáneamente en las dos universidades de Barcelona, y después, solamente en la U.A.B. En el curso 1969-70, su alumno Carles Carreras, le realizó un trabajo sobre la obra de Brian J.L. Berry (1967) por su importancia teorizadora de los centros terciarios, traduciendo dicha obra que se publica en la Editorial Vicens Vives en 1971. La importancia de las traducciones geográficas promovidas por el profesor Enric Lluch es evidente y sólo queremos recordar que desde el libro de Michael D.I. Chisholm (1968), compañero de P. Haggett (1965), P. Hall (1969) y G. Manners (1959) en los seminarios impartidos por A.A.L. Caesar (1964) en Cambridge sobre geografía económica y teórica a principios de la década de 1950-59, hasta geógrafos como P. Claval (1971) que bajo la perspectiva de la geografía francesa incluyó un décimo capítulo en la edición castellana sobre la "nueva geografía" a requerimiento suyo, dando lugar más tarde a una nueva publicación del mismo P. Claval (1976).

La profesora M<sup>a</sup> Dolores García Ramón cursó un Master in Arts (M.A.) en la Universidad de California (Berkeley) durante los cursos 1967-68 y 1968-69. En dicha universidad coexistían, en aquel momento, la nueva corriente geográfica teórica-cuantitativa con la culturalista de mayor arraigo en el Departamento de Geografía de Berkeley. Esto permitió a M<sup>a</sup> Dolores García Ramón asistir a dos cursos de geografía teórica-cuantitativa, uno con Greer-Wooten y el otro con Nysthuen, aunque la investigación realizada para el Master no se situara dentro de este enfoque. Las enseñanzas recibidas en Berkeley, junto con la influencia de la geografía cuantitativa que crecía en importancia en el Departamento de Geografía de la U.A.B., la impulsaron a desarrollar sus tesis de doctorado "Los cambios en la agricultura del Baix Camp de Tarragona" bajo esta nueva corriente geográfica. Esta tesis, presentada en 1975, incluye la aplicación del Modelo de Von Thünen (M. D. García Ramón,

1976a) a escala comarcal que se realizaba por primera vez en España, así como al muestreo territorial (M. D. García Ramón 1975) y el análisis factorial y canónico (M.D.García Ramón, 1976b). En el año 1975, como Affiliate Professor del Departamento de Geografía de la Universidad de Clark en Massachusetts (EE.UU.), tuvo la posibilidad de conocer con mayor intensidad las nuevas aportaciones de la geografía teórica-cuantitativa así como las críticas que surgían a algunos de sus modelos desde la geografía radical, especialmente a través de la revista Antipode.

La profesora Gerda K. Priestley, cursó su licenciatura en geografía en la Universidad de Belfast (1963-67), asistiendo a un curso que impartió en ella Brian J.L. Berry en 1966; cuando se incorporó al departamento, en 1969, en la U.A.B. dió a conocer la colección de artículos editados por R.J. Chorley y P. Haggett (1965) sobre dos cursos impartidos en 1963 y 1964 a maestros en relación a la geografía preuniversitaria. Las profesoras Pilar Riera y Laura Zumín asistieron durante el año académico 1969-70 a un curso de geografía humana en la London School of Economics aportando sus conocimientos en el análisis de grafos y la teoría de los lugares centrales. Su estancia en Londres les permitió trabajar algunas de las publicaciones más relevantes en aquel momento de la geografía cuantitativa como los libros de Chorley, R.J. y Haggett, P. (1967 y 1969) o los aparecidos en la colección Concepts in geography de Everson, J.A. y Fitzgerald, B.P. (1968 y 1972) y la valiosa colección de artículos y comentarios de Peter Ambrose (1969).

Más tarde, el profesor Antoni F. Tulla, por iniciativa del Departamento de Geografía de la U.A.B. en plena efervescencia cuantitativa, fue becado durante los años académicos 1972-73 y 1973-74 como Visiting Academic en el Departamento de Geografía de la Universidad de Bristol. Aparte de asistir regularmente a los cursos impartidos por los profesores M.D.T. Chisholm y P. Haggett, tuvo la oportunidad de asistir a conferencias de T. Hägerstrand, D. Harvey, J. Goddard, N. Thrift entre otros, beneficiándose del trabajo en seminario del importante libro de D. Harvey (1969). En la tesis de doctorado presentada en 1981 en la U.A.B. sobre "El procés de transformació agrària en àrees rurals de muntanya", se utilizaron varios modelos matemáticos como el ajuste logístico y el de difusión.

#### 4. Las enseñanzas académicas y la geografía teórica

En junio de 1972 se impartió a los profesores del departamento de Geografía de la U.A.B. un cursillo de informática para geógrafos y otro de técnicas de fotointerpretación. Así mismo se organizó un seminario de discusión sobre los nuevos enfoques geográficos y su posible incidencia en los planes de estudio universitarios. En el mes de septiembre de 1973 se organizó en Bellaterra un curso de geografía teórica y cuantitativa impartido por Tarik Okyay, Ph.D. por la Universidad de Bristol y con la colaboración de A.F. Tulla.

Esta predisposición a incorporar conocimientos más teóricos e instrumentos cuantitativos en la geografía comportó el cuestionamiento de los planes de estudio entonces vigentes. El hecho de que la U.A.B. fuera de reciente creación favorecía una adaptación más rápida a los nuevos enfoques de la geografía, y ya desde 1971 a 1974 se realizaron algunas reformas parciales al denominado "Plan Udina" (Decano de la Facultad de Letras) incorporándose la enseñanza del Análisis Matemático para geógrafos y los Fundamentos de Economía en los estudios de primer ciclo. Durante este período y el que abarcó el "Plan Suarez" (1974-77) solamente se consiguió introducir disciplinas instrumentales, materias que facilitaban un enfoque interdisciplinario y algunos bloques temáticos de geografía aplicada. Puede considerarse, pues, que éste es un período en que la geografía cuantitativa está más presente en la formación y publicaciones del profesorado que no en la configuración de los planes de estudio. Sin embargo, de una forma poco sistemática todos los alumnos recibían, en clase, pinceladas o parcelas de estos nuevos conocimientos. La influencia en el campo docente, quizás fue más explícita a través de algunos de los cursos impartidos por profesores del departamento en las "Escoles d'Estiu per a Mestres Rosa Sensat" y en las del Colegio de Licenciados de Barcelona que en las clases de la propia U.A.B. Los conocimientos de la nueva geografía que configuran el libro de segunda enseñanza de Pilar Benezam (1976) son un resultado de esta orientación.

El Plan de Estudios aprobado en 1977 ya contempla, de una

forma sistemática, un grupo de asignaturas orientadas hacia la geografía cuantitativa, la teórica y la aplicada. Se considera obligatorio para obtener la licenciatura en geografía realizar las Matemáticas de las Ciencias Humanas, la Economía y la Cartografía y la Fotointerpretación en el primer ciclo; y, en el segundo ciclo, la Informática de las Ciencias Sociales, los Modelos en Geografía, el Pensamiento Geográfico y el Análisis y Planificación del Territorio son prácticamente cursadas por todos los estudiantes. Aparte de las asignaturas introductorias y temáticas, son muy recomendadas las geografías físicas necesarias para una planificación integrada del territorio, así como el Análisis territorial, en el primer ciclo de estudios. En el segundo ciclo, se organiza en cuarto curso un trabajo de planificación que se realiza de forma combinada a través de tres asignaturas. Por ejemplo, en base al Análisis y Planificación del Territorio, y conjuntamente con Geografía Rural II como temática y Ecogeografía para la comprensión del medio físico, se propone como objetivo la planificación de un área supramunicipal de unos 300 km<sup>2</sup> utilizando entre otros modelos el Map Analysis Package (P. Alegre, 1983).

Esta breve referencia de la importancia de la geografía cuantitativa en el plan de estudios del departamento de geografía de la U.A.B. nos obliga a razonar el tipo de influencia que se da sobre las enseñanzas impartidas en cada período. El planteamiento inicial, hasta 1975, se propone conseguir un conocimiento teórico de la geografía, en la simple acepción de demostrar las regularidades de los fenómenos geográficos. Sin embargo, se pone el acento en los instrumentos cuantitativos y en una visión parcial de los fenómenos geográficos que da como resultado una formación autárquica ya que, por un lado, se aprenden técnicas (por ejemplo, la correlación) y, por otro lado, se estudian temas aislados (por ejemplo, la ley del rango-tamaño) que presuponen una teoría.

##### 5. La geografía teórica, la geografía radical y el sentido común

En el curso 1975-76 se llega a una cierta "crisis ideológica" y a la necesidad de un cambio del tipo de universidad. En el ámbito geográfico significa una actitud, a la vez crítica y cienti-



fista, que se plantea los problemas de la articulación territorial como la estructuración campo-ciudad o el concepto de espacio como un producto social. Esta actitud cuestiona el papel de la geografía cuantitativa deslizada del marco socioeconómico en que se insertan los problemas geográficos y, por lo tanto, plantea la necesidad de una explicación de la totalidad de un problema (por ejemplo, la estructura urbana). Los esfuerzos se concentran en los procesos que configuran su territorio regional, a diversas escalas, y en sus relaciones internas o externas (Teoría del desarrollo desigual). Se acentúa la influencia de los libros de M. Castells (1973) y D. Harvey (1973) que ya eran evidentes a través de los artículos aparecidos en las publicaciones del departamento, Documents d'Anàlisi Urbana números 1, 2 y 3, editados por Jordi Borja y Laura Zumín y de influencia de Lipietz y Castells, y els Documents d'Anàlisi Metodològica número 1 sobre la geografía radical anglosajona editado por M<sup>a</sup> Dolores García Ramón. Las teorías y modelos que se consideran en la geografía teórica, definen sus limitaciones en base al análisis económico neoclásico y crean una fuerte confusión entre profesores y alumnos, al no corresponderse la filosofía de los modelos utilizados con el marco de referencia que se ha definido.

En el curso 1977-78, con el nuevo plan de estudio, se intenta solventar esta contradicción poniendo hincapié en el marco de referencia normativo que precisa la planificación para solucionar los problemas de la geografía aplicada. Se define más claramente el papel instrumental, pero necesario, de las matemáticas, la estadística y la informática, entrando de lleno en el punto clave: el estudio de un fenómeno geográfico aislado inserto en una realidad global. Por ejemplo, si se pretende ordenar un servicio como el de los veterinarios, se deberá conocer el funcionamiento de la agricultura en la región que se pretende planificar, sin desligarlo de las otras variables económicas y territoriales. Académicamente, esto significa la estructuración de tres asignaturas centradas, cada una de ellas, en la planificación, el contenido temático, y los modelos geográficos. Este planteamiento ha desarrollado los "estudios troncales" en nuestro plan de estudios, que permiten buscar una explicación global a los problemas geográficos parciales que se

plantean. Así mismo se consigue una mayor relación entre los instrumentos cuantitativos y los planteamientos teóricos. La evolución de esta metodología se va estructurando alrededor del Map Analysis Package, que se tratará en la segunda parte de esta ponencia.

Las publicaciones más características de la influencia teórica-cuantitativas en nuestro departamento son el resultado de aplicar los conocimientos adquiridos fuera o dentro de nuestro país en el período de 1970 a 1975. En el número 1 de la publicación Documents d'Anàlisi Territorial de nuestro departamento aparecen cuatro artículos fruto de tesis de licenciatura en tres casos (Ascón, 1975; Riera, 1975; Villanueva, 1975) y de doctorado en uno (García Ramón, 1975) que ilustran la orientación investigadora del momento. Los artículos de A.F. Tulla (1976) y M<sup>a</sup> D. García Ramón (1976) en el número 2 del D.A.T., abundan en la misma dirección. En cambio, las publicaciones de A.F. Tulla (1983) y P. Alegre (1983) recogen trabajos de carácter cuantitativo más relacionados con la planificación y, por lo tanto, enlazan con el enfoque globalizador. La publicación de H. Estalella (1984), sin ser de planificación, se plantea el análisis de la estructura territorial de la propiedad de la tierra utilizando modelos matemáticos de agrupación jerárquica como A. F. Tulla (1982). De los trabajos más recientes se deduce que no existe una parcelación de la geografía según la utilización o no de modelos y técnicas cuantitativas ya que puede demostrarse la existencia de determinados procesos y regularidades con un objetivo claro de explicación global de una realidad. En los modelos de planificación, y no únicamente en ellos, se puede lograr una relación entre marco de referencia socioeconómico, comprensión de la globalidad y utilización de modelos y técnicas cuantitativas.

## **6. La investigación colectiva y la interdisciplinariedad**

Además de las investigaciones individuales antes citadas cabe hacer referencia al trabajo colectivo, en nuestro departamento, sobre "Alternativas de ordenación territorial: Estudio de delimitación de áreas funcionales en Cataluña" del que ha sido publicado una parte (Alegre, P. et al., 1981). El objetivo perseguido era doble, por un lado validar diversas teorías de los lugares cen-

trales, y por otro lado, delimitar una estructuración territorial jerárquica en Catalunya. En el curso de la investigación se ha utilizado diversos modelos matemáticos y técnicas estadísticas, elaboradas o adaptadas por P. Alegre, H. Estalella y A. F. Tulla. La complejidad de esta investigación, con más de 1.700 encuestas de 350 preguntas a todos los municipios (más de una, según la población o distribución de entidades de población) en el cuadrante noreste delimitado por el meridiano de Jaca y el paralelo de Castelló, ha generado pequeñas investigaciones sobre la naturaleza de la información o la validación de diversas técnicas cuantitativas. El trabajo se inicia el año 1971, como Grup d'Estudis Territorials (Enric Lluch, Pilar Riera, Eugeni Giral y Solé Ribé), con un primer plan de investigación, la confección y cumplimentación de las encuestas así como el análisis de datos parciales. Los años 1977-79 como Institut Universitari d'Estudis Territorials, se termina la informatización de los resultados para la región piloto de Girona.

A partir de la democratización del país, la administración local solicita más estudios, especialmente de planes urbanos. Algún profesor y varios alumnos participan en tres planes (Rubí, Granollers i Mataró) de ciudades medias. Así mismo se colabora en diversos trabajos importantes como el estudio de la área direccional del Plan General Metropolitano y una caracterización del medio físico y humano de la Corporación Metropolitana de Barcelona. En este mismo período, de 1977 a 1982, algunos licenciados encuentran trabajo en la administración y se hace cada vez más evidente la necesidad de una formación interdisciplinaria del geógrafo así como una formación más sólida en técnicas cuantitativas y modelos de planificación. Profesores y alumnos participan en estudios de ámbito comarcal con aplicación de modelos, algunos de ellos en colaboración con la Generalitat de Catalunya. Se realiza, en la U.A.B. en Bellaterra, dos cursillos sobre la aplicación del Map Analysis Package en colaboración con el Departament de Política Territorial de la Generalitat y el Departamento de Geografía de la Universidad de Barcelona.

A partir de 1983 se promueve la creación del Centro de Estudios Demográficos, consorcio entre la Generalitat de Catalunya

y la U.A.B., así como el Instituto de Estudios Metropolitanos de Barcelona, consorcio entre la Corporación Metropolitana de Barcelona, la Cámara Oficial de Comercio y la U.A.B. El departamento de geografía de la U.A.B. forma parte de ambos proyectos con la coincidencia de que dos de sus profesores son nombrados directores de los mismos. Estos dos institutos juntamente con un acuerdo marco con la Diputación de Barcelona abre el camino a una participación regular y estructurada en la investigación territorial y la planificación catalanas. La reciente ley de Reforma Universitaria y los decretos posteriores dan un marco de referencia legal a la capacidad de contratación profesional a los departamentos y los institutos universitarios así como al trabajo investigador de los profesores universitarios, repercutiendo todo ello en una mayor participación del Departamento de Geografía de la U.A.B. en trabajos de planificación como los Estudios de Impacto del Túnel de Vallvidrera, la vertebración del territorio metropolitano y la red futura de transporte, Análisis de los usos del suelo en el Baix Llobregat, entre otros trabajos en curso o proyecto. En todos ellos se hace evidente disponer de una metodología de modelos de planificación.

La descripción de las actividades del departamento de Geografía de la U.A.B., a nuestro parecer, muestran el proceso de consolidación de un enfoque de geografía aplicada. Desde unas influencias, poco estructuradas, de la geografía cuantitativa y teórica se ha pasado a una sistematización de la enseñanza y la investigación. Los modelos de planificación, así como otros trabajos que contemplan la totalidad para comprender la realidad, representan una forma de relacionar la teoría, el territorio, las técnicas cuantitativas y las ideologías en una visión global. Es nuestra convicción, que una de las razones básicas ha sido la interdisciplinariedad. Esto es evidente en la diversa titulación del profesorado en economía, historia, geografía, ingeniería y sociología; en las materias que se cursan y la bibliografía recomendada; en las colaboraciones profesionales; y en la concepción global de la sociedad que está en los fundamentos de los modelos operacionales que explicaremos más adelante. Los conocimientos cuantitativos y buena parte de los modelos analíticos forman parte de un bagaje que se utiliza poco instrumentalmente o con validez acotada.

## 7. Los modelos de planificación territorial en la enseñanza geográfica

La segunda parte de este papel revisa las experiencias realizadas en nuestro departamento en relación con la docencia de modelos de planificación urbana y territorial. Ante todo, destacaremos brevemente los elementos metodológicos que han guiado el uso de esos modelos. Finalmente, trazamos un esquema de cada uno de los dos tipos de modelos desarrollados con los estudiantes de cuarto curso, y del contexto de aplicación.

Por encima de los aspectos metodológicos y de los procedimientos concretos, planea sin duda el espectro de las referencias ideológicas que pueden y deben atribuirse a los usos de modelos de planificación. No entraremos aquí en la profundización de este aspecto, ya que queda fuera del contexto de discusión de las jornadas. Sin embargo, como el lector observará en el texto, serán inevitables las alusiones tangenciales. En el desarrollo del curso "Análisis i planificación territorial" en el que se imparte el conocimiento y uso de unos modelos, el tema también es tratado tangencialmente. En otras asignaturas del departamento los estudiantes reciben los conocimientos sistemáticos necesarios para la crítica de los modelos.

Hemos dirigido el interés pedagógico de los modelos de planificación urbanas y territoriales hacia la discusión en grupo de los datos y las combinaciones que aquellos artefactos formalizan cartográfica o matemáticamente. Algo similar sucede en los gabinetes profesionales de planificación o en los servicios de estudios de la Administración. Tanto en el ámbito académico como en el de aplicación, no se trata ya de buscar el "mejor" plan mediante el recurso modelístico. Por el contrario, en el "mejor" de los casos y relativo a las posibilidades operativas del equipo, se procurará obtener un abanico lo suficientemente amplio de alternativas para proceder posteriormente a su evaluación respecto los objetivos del Plan. En la práctica eso solamente es posible mediante el uso del aparato informático.

## 8. Generalidades

Un modelo constituye una abstracción selectiva de fenómenos del mundo real. Con los modelos de planificación se intenta descubrir, explicar o predecir los procesos de los sistemas de interés urbanos y territoriales. En particular, se pretende con ello simular la estructura espacial de aquellos ámbitos de manera que imiten o representen las conductas relacionadas con la localización o interacción de personas y actividades que precisan un uso de suelo significativo. Los modelos de planificación son un apartado entre los diversos en que pueden clasificarse los modelos de análisis territorial en general.

Por las características de las teorías que los informan, los modelos de análisis territorial pueden dividirse en: analíticos y operacionales. Entre los primeros destacan los derivados de la corriente clásica y neoclásica del pensamiento económico. Son conocidas la formalización del modelo de Von Thünen, la llamada teoría de la localidad central, los modelos de localización del establecimiento industrial. Las variables inobservables que encierran esos modelos (por ejemplo, las utilidades) les confería la normatividad que les caracteriza. Las versiones epigonales como por ejemplo la llamada "teoría de actividades terciarias" respecto la de localidades centrales son más bien aproximaciones empiricistas al modelo que validaciones empíricas por imposibles.

Los modelos operacionales desarrollados desde finales de la década de los cincuenta en Estados Unidos se solapan de algún modo con los analíticos. Sin embargo, la racionalidad neoclásica basada en la existencia de un mercado en el cual la distribución de recursos es óptima ha sido progresivamente difuminada. La base empírica de los modelos se apoya en una unión estructural de la sociedad. La operacionalidad de los modelos de análisis territorial de los años sesenta y setenta responden más adecuadamente a la lógica de la economía capitalista: asegurar las condiciones de producción que no pueden hacerlo la miríada de agentes privados y posibilitar así la prolongación del sistema social existente. Lo mismo es válido para la economía de planificación central.

A su vez, los modelos operacionales de análisis territorial se han desarrollado en dos ámbitos de aplicación. Esos dos ámbitos ilustran simplemente los dos polos extremos entre los cuales existirían un sinnúmero de mistificaciones. Nos referimos a los ámbitos de la planificación física por un lado, y al de reflexión académica por otro. Los modelos operacionales de planificación urbana y regional tienen como misión la producción de proyecciones de los usos del suelo, fundamentalmente y entre otras, para la redacción de las propuestas del plan. También deberían ayudar en la elaboración de programas tendentes a su desarrollo y en la evaluación de impactos de los proyectos.

En el otro extremo, los modelos operacionales se han orientado hacia finalidades académicas de análisis territorial. En ellos se prescinde de la aplicación normativa o indicativa por parte del cliente (por ejemplo, la Administración). En este sentido, los modelos pretenden integrar diversos conocimientos teóricos generales con los de base empírica para un ámbito geográfico concreto.

La distinción entre los dos ámbitos de aplicación no implica la superioridad de uno sobre el otro. Sencillamente, cumplen objetivos también diferentes. Otra cosa muy diferente es el valor que el planificador o el investigador, en la ficción de una supuesta separabilidad entre ambos, otorga a los niveles de explicación / predicción de los modelos. La confusión de los grados de aplicación con el nivel científico ha ocasionado no pocas reticencias para el uso de los modelos de planificación en docencia y la investigación sobre ellos mismos. La confusión reside en el valor recíproco entre explicación y predicción.

En efecto, uno de los puntales de las ciencias positivas, elevado casi a la categoría de axioma, ha radicado en la consideración que la habilidad de una teoría para explicar debe juzgarse por su habilidad en predecir: se obtendrán buenas explicaciones si se puede predecir. Recogemos aquí los argumentos de WEBBER (1984) en el sentido que la predicción no implica la explicación así como la explicación no debe implicar la predicción: en resumen, ambos

conceptos no son simétricos. Predicción y explicación deben contemplarse como tareas separadas ya que la predicción en ciencias positivas depende de la asunción que los sistemas están completamente determinados. Sin embargo, ¿es posible creer que la sociedad es determinada? ¿tenemos, colectivamente, la libertad de alterar nuestro futuro?.

## 9. Aspectos metodológicos

Sobre esas definiciones de base, sin duda mejorables, deben realizarse algunas diferenciaciones metodológicas, ya que son indispensables para permitir el desarrollo de los procedimientos prácticos. Nos referiremos en primer lugar a los niveles escalares de planificación, los cuales determinan aplicaciones modelísticas distintas en cada caso; en segundo lugar, la necesidad del control del modelo desde una versión muy simple hasta la máxima desagregación y nivel de detalle. En tercer lugar, nos referimos al valor descriptivo de los resultados de los modelos, la diferenciación entre valores explicativos y predictivos, y a la tarea de interpretación de los parámetros que es preciso utilizar.

Se debe distinguir entre modelos de planificación direccional o estratégica y de planificación zonal-urbanística. La planificación estratégica surgió para dar respuesta al problema planteado por los costes sociales derivados de las decisiones privadas de localización en los ámbitos metropolitanos. Este enfoque trata todas las partes del sistema metropolitano interrelacionadamente. El planeamiento urbanístico, del cual los Planes Generales de Ordenación Urbana Municipal son el mejor ejemplo, se ha dirigido a la normativización de los usos del suelo. La práctica de la zonificación intenta conseguir la socialización del riesgo de las decisiones de los propietarios del suelo al disponer de su parcela en el mercado.

La diferenciación entre los dos niveles de planeamiento no reside en las dimensiones del ámbito geográfico de tratamiento, sino en el objetivo de cumplimiento indicativo y normativo, respectivamente. Es frecuente también la mixtificación entre ambos. Los



mismos Planes Generales de Ordenación Urbana poseen evidentes elementos estratégicos; por ejemplo, las proyecciones de población del municipio. Por tanto sobre un mismo ámbito puede registrar ambos tipos de planeamiento. Su diferenciación reside más en la función que en la dimensión del ámbito a planificar.

Como es sabido, la realización de un plan de usos del suelo normativo constituye una batalla entre propietarios y administración municipal o regional. Los técnicos que sin figurar en el equipo encargado de redactarlo, actúan, conforman un plan con los abogados. La ordenación viaria de los ingenieros o los estudios financieros de los economistas son aspectos que quedan ensombrecidos por la polémica de las cesiones, los índices de edificación, etc.

A los arquitectos se les ha conferido la facultad profesional de arbitrar el conflicto. La metodología de un modelo en estas circunstancias no puede ser otra que la simulación de las actitudes de los protagonistas.

Otra cosa sucede en planificación estratégica indicativa. En el contexto metodológico, las diferencias entre modelos operativos de planificación y académicas antes citadas son más claras. En general la simplicidad es una virtud que se pretende en los modelos de aplicación mientras que los académicos tienden a complicarlos con frecuencia. El planificador necesita un modelo que pueda ser usado inmediatamente, fácilmente calibrado sobre los datos existentes, barato de funcionamiento, e inteligible para el cliente. El investigador en cambio primará el embellecimiento de desagregación y el valor explicativo. Estará mucho menos preocupado por el coste (moneda, en tiempo). La tensión entre ambos extremos conlleva la valoración de los modelos respecto una escala que recorrería el camino desde la máxima simplicidad y agregación hasta la máxima complejidad y desagregación. Posiblemente, el recorrido metodológico más frecuentemente utilizado en la construcción de modelos haya sido recorrer esta escala a partir de las formulaciones más sencillas con complicaciones sucesivas. Este recorrido nos parece también el más adecuado en el contexto docente.

Relacionado con lo anterior podría también ordenarse la construcción de modelos según una medida de la verosimilitud de predicción. Esta escala no está correlacionada con el nivel de detalle adoptado de antemano. La desagregación no comporta necesariamente un mayor poder de predicción del modelo. Puede suceder que un modelo describa adecuadamente pero que falle por su capacidad de predicción. El poder descriptivo de un modelo consiste únicamente en su habilidad para reproducir los datos con los cuales ha sido calibrado. Es medido por la bondad de ajuste. En realidad, un buen modelo predictivo requiere la existencia e identificación de parámetros relativamente constantes así como datos exógenos que sean fácilmente proyectados. Esos atributos no son en absoluto necesarios para obtener un modelo que describa la realidad adecuadamente.

Los modelos de planificación están mediatizados por los dos tipos de datos necesarios para su funcionamiento. Los parámetros suelen medirse muy imprecisamente. El relativo valor de las muestras de donde se extraen son la causa principal de esa imprecisión. Por otro lado, la misma versatilidad de especificación de estos parámetros en el modelo no ayuda aquella tarea. El uso de variables intercorrelacionadas en la proyección de los datos exógenos enfatizan la incertidumbre en que siempre han estado sumidos.

#### 10. Dos ejemplos didácticos

En relación con esos apuntes metodológicos durante los últimos cinco años hemos desarrollado la enseñanza de modelos de planificación en el cuarto curso de carrera. El objetivo no ha sido tanto la explicación normativa de los modelos como el trabajo en seminario para extraer el máximo rendimiento posible que comporta la discusión sobre el procedimiento de información, técnicas de análisis y valoración de resultados. Así también se ha primado el trabajo de taller sobre el trabajo de estudio de diversos modelos.

Los modelos desarrollados se reducen a tan sólo dos: el modelo de capacidad / impacto para la simulación de planificación zonal y el modelo de Lowry para introducir al estudiante en la planificación estratégica. Es necesario insistir en la predominancia

de la discusión metodológica como enfoque básico del problema. De otro modo, los cursos habrían degenerado en un mero conocimiento de los instrumentos que permiten la manipulación rápida y efectiva de los datos acumulados en la fase de información. Esos instrumentos son el Map Analysis Package (MAP) y la programación con vectores y matrices. Hemos usado el primero para desarrollar el modelo de capacidad / impacto y el segundo para el modelo Lowry.

### 11. Planificación zonal: el modelo de capacidad / impacto

El modelo de capacidad / impacto tiene sus orígenes en trabajos de ordenación y conservación de recursos paisajísticos. Ecólogos, botánicos, ingenieros de montes lo desarrollaron en este sentido. El estudio pormenorizado de los elementos del paisaje permiten ordenar las potencialidades de ocupación para cada una de las unidades territoriales de base (cuadrados, polígonos, ...) en que se divide el ámbito de estudio. Por otro lado, los mismos elementos pueden combinarse en grados diferentes según los dominios de impacto que puedan ejercer en el paisaje. El núcleo del proceso de ordenación reside en el balance entre las potencialidades (o capacidades) y los impactos para cada dominio de impacto (o vulnerabilidad) para cada unidad territorial de base. El método puede compararse al de beneficio-coste practicado por los economistas en los trabajos de análisis de rentabilidad de inversiones.

La traslación de ese modelo al ámbito urbano y regional es sumamente atractivo por su sencillez y posibilidades de adaptación. Los datos de base pueden tratarse a un nivel cuantitativo ordinal, lo que simplifica tanto el proceso de recogida de datos como su tratamiento. Estos datos, referidos a una malla regular o a una poligonización, pueden combinarse para cada uno de los usos del suelo propuestos. Para hallar las capacidades para cada uno, deberá seleccionarse las variables o factores que previamente se ha analizado y decidido su intervención. En segundo lugar, esas variables son objeto de ordenación de mayor a menor importancia por su influencia en la potencialidad de cada zona. Finalmente, se ordenan también de mayor a menor importancia los intervalos en que se presentan los datos de cada variable. El interés pedagógico reside

precisamente en la discusión de estas valoraciones sucesivas. Además para cada caso de capacidad, las valoraciones deberán realizarse desde una perspectiva de máximo beneficio para el agente interesado. Si lo que se pretende es, por ejemplo, valorar la potencialidad del territorio para la urbanización de segunda residencia, la valoración deberá realizarse desde la óptica del promotor. Esta faceta de simulación de actitudes confiere un marcado carácter de juego y subjetividad en la discusión. Pero, ¿no es esta la característica fundamental que guía la confección de un plan de zonificación normativa?

El contrapunto a la capacidad lo constituye el impacto que puede ejercerse en cada zona. La valoración de impactos sigue un proceso similar aunque independiente de capacidades. Naturalmente, ahí debe aplicarse una perspectiva de conservación. Puede suponerse la riqueza de la discusión que desata el enfrentamiento entre valoraciones permisivas y valoraciones de intransigencia conservacionistas. En esta parte del juego, sin embargo, es preciso introducir muchos elementos técnico-objetivos. Si también, por ejemplo, se pretende valorar el grado de erosión del suelo de cada zona, deberá informarse de la relación litología - pendiente - cobertura vegetal - precipitaciones. En general, son de gran interés los conocimientos de geografía física de estudiantes y profesores.

La revolución de las valoraciones en un índice de capacidad y un índice de vulnerabilidad para los usos del suelo propuestos y de los dominios de impacto, respectivamente, lo hemos resuelto a base de una ecuación muy sencilla. El valor de las variables seleccionadas para cada zona se multiplica por el peso de la variable. Los valores de cada variable se suman para hallar un valor final. El uso del programa MAP, obviamente, ha servido solamente para facilitar este proceso de cálculo.

## 12. Planificación estratégica: el modelo de Lowry

No hemos podido desarrollar aún un trabajo completo por lo que atañe a un planeamiento estratégico. Hasta ahora nuestro interés se ha centrado en implementar de manera sencilla el modelo más conocido en ese campo. Nos referimos al modelo de Lowry.

El objetivo del modelo de Lowry es la predicción de la distribución espacial de las actividades en el conjunto de zonas en que puede dividirse una región de estudio. Aunque la versión original del modelo se refería a la planificación de una área metropolitana (Pittsburg, Penn, USA) también ha sido aplicado a pequeñas ciudades, así como a regiones urbanas. La flexibilidad con que es posible definir aquellas actividades ha influido en la variedad de ámbitos de aplicación del modelo. Las actividades consideradas en el modelo de Lowry se desprenden a su vez del modelo de base económica (urbana): la ocupación básica será determinada por la demanda exterior, así, pues, es un input exógeno tanto en volumen como en distribución en las zonas. Mediante el modelo se calcula la ocupación en el sector no básico o de servicios y el total de población por zonas, derivadas ambas de la localización de la ocupación básica.

A partir de este dato básico el proceso de cálculo se desarrolla iterativamente. Debe buscarse en primer lugar el número total regional de familias necesarias para atender la ocupación básica y se determina la accesibilidad de cada zona respecto las zonas de la región que contienen ocupación básica. El uso operativo de la accesibilidad también es básico en el modelo.

En segundo lugar, el total regional de familias se distribuye entre las zonas proporcionalmente a la accesibilidad. Sin embargo, el número de familias por unidad de superficie no deberá superar una densidad estándar prefijada. Este tope resultaría de la planificación táctica previa.

Seguidamente se calcula el total de ocupaciones en servicios necesarias para atender a las familias. Estas ocupaciones también se distribuyen entre las zonas proporcionalmente a la accesibilidad de la población. En este caso, la ocupación de servicios por zona deberá superar un número umbral que permita la viabilidad económica de las actividades.

La ocupación así distribuida precisará localizarse en unas residencias adicionales a las que ya habían sido halladas re-

sultantes de la ocupación básica. En este paso deberán recalcularse las accesibilidades desde cada zona hasta las zonas con ocupación básica más la de servicios. Esta nueva distribución residencial precisará a su vez un incremento de ocupación de servicios. Y así sucesivamente, se incrementaría población / servicios iterativamente hasta que se consiguiera una minimización lo suficientemente pequeña de los incrementos.

La discusión pedagógica de la implementación del modelo de Lowry se centraría en los datos exógenos que deben considerarse. El contexto, pues, se situaría en aspectos macroeconómicos de la política urbana o regional del ámbito de interés. En particular, el conocimiento de las tablas input-output son esenciales. Es sabido que la formalización de la base económica es un caso especial de aquellas tablas. Los conocimientos de los estudiantes en economía adquiridos en la asignatura que con esa denominación cursan obligatoriamente en el primer curso de la carrera son cruciales para la discusión dentro de cauces definidos.

En cambio, la determinación de los parámetros de efecto de distancia necesarios para operacionalizar la accesibilidad no tienen tanto interés para la discusión. En este campo, se aplican las técnicas usuales de calibración sobre datos conocidos o bien se suponen los parámetros por comparación con otros ámbitos. Finalmente, los datos de usos del suelo y los estándares normativos de densidades se recogen de la planificación táctica existente en el ámbito de estudio. Eso constituye una excelente práctica del análisis de Planes Generales de Ordenación Urbana, así como de registro de los datos sobre una malla regular de referenciación.

### **13. Conclusiones y discusión bibliográfica**

El giro experimentado en la enseñanza de la geografía cuantitativa en el departamento durante los últimos años se ha impuesto por necesidad de adaptación a una demanda creciente de participación del profesional de la geografía en trabajos de planificación. Esta demanda ha provenido, sobre todo, de la administración pública: ayuntamientos, diputaciones y Generalitat. Desde 1979 se

observa una mayor receptividad de esas instituciones respecto las ofertas de colaboración desde los departamentos de geografía. Su democratización ha permitido tanto el cambio de impresiones cordiales y fructíferas con concejales y alcaldes, antes tan majestáticos, como con los técnicos de servicios urbanísticos, sobre problemas urbanos y técnicas de planeamiento respectivamente. Este diálogo, a veces concretado en encargos, ha ayudado al mantenimiento del actual enfoque de investigación cuantitativa en geografía.

Por lo que respecta a los estudiantes, es importante decir que sólo una pequeña fracción de cada promoción termina interesándose en el desarrollo de la iniciación a la planificación que ha recibido. Es más corriente la inclinación del licenciado hacia la profesionalización en la enseñanza. Tal vez, y debido también a la creciente saturación de este sector laboral, la alternativa de profesionalización en el sector de planificación y estudios similares ha crecido notablemente. En este campo deberá prepararse concienzudamente el terreno mediante la realización de trabajos puntuales, participación en encuentros profesionales, colaboración en publicismo. La base teórico-práctica recibida en el departamento se ha demostrado de utilidad para el seguimiento de esa línea. Las diversas experiencias personales de que tenemos conocimiento así lo atestiguan.

En esta conclusión, pues, hemos querido dejar claro que la evolución hacia la enseñanza de modelos de planificación en el departamento no ha sido una veleidad científica sino la respuesta a un reto que nos ha dirigido el entorno socio-profesional en que se halla inmerso el geógrafo en Catalunya.

En la segunda parte, no hemos hecho alusión a ningún texto de manera deliberada. Las definiciones y las metodologías son tan generales que precisan mejor la referenciación de los manuales donde pueden hallarse versiones similares que citas concretas. Estos textos generales serían los de Wilson (1974), Batty (1976) y Webber (1984). A nuestro entender, estos autores y sus escuelas (Leeds, Reading, Hamilton, respectivamente) son los más interesantes actualmente desde el punto de vista del geógrafo universitario

de formación cuantitativa interesado en **planificación territorial**. Fundamentalmente, el nivel analizado es el de **planificación estratégica**. Del libro de M. Webber citado hemos recogido las notas básicas sobre el modelo de Lowry (1964).

De todas formas sería suicida intentar introducir al estudiante a la planificación con aquellos textos. A pesar de haber recibido un curso de "Matemáticas para las ciencias humanas" y una introducción de "Análisis Territorial", el estudiante es de letras y no muestra excesivo interés hacia unos textos llenos de formulaciones. Si a esto unimos que los textos en lengua inglesa son considerados "difíciles" el panorama no es muy halagüeño. Un manual de introducción a aspectos conexos a la planificación como es el del mismo Alan Wilson (1981) no es operativo a nivel del estudiante de nuestro departamento. Lo mismo sucede con el también interesante texto introductorio de David Foot (1981) de la escuela de Michael Batty.

Como textos generales de lectura para los estudiantes hemos utilizado, al nivel de planificación estratégica, la obra ya desfasada de McLoughlin (1969) y ahora con más interés la de Reif (1978) ambos traducidos. También algunos de los artículos contenidos en los "readers" de Briton Harris (1965) y Peter Hall (1969), traducidos también.

En la vertiente de planificación táctico-zonal las fuentes generales de información proceden de los manuales de ordenación paisajística. La línea abierta por McHarg (1969) ha sido seguida con profusión. El "reader" de Lovejoy (1979) incluye trabajos de profesionales de diversas disciplinas. En España han sido los ingenieros de montes los que han desarrollado esa línea. En nuestro caso, la introducción del modelo capacidad/impacto nos llegó por vía de colaboradores de escuela y del conocido libro de Ramón Fernández (1979). No debe olvidarse los trabajos de Gómez Orea, por ejemplo el sistemático y extenso de 1978. Aunque disponen de esa información bibliográfica, los estudiantes pueden eludir y, en general, eluden su consulta ya que la práctica del modelo no lo requiere.



## Referencias bibliográficas

- ALEGRE, P., ESTALELLA, H., TULLA, A.F., et al. (1981): "Àrees funcionals a la vegueria de Girona. Una primera aproximació". Revista del Col·legi Universitari de Girona, nº 1, Girona 1981.
- ALEGRE, P. (1983): Una aplicació del programa M.A.P. a Catalunya. Departament de Geografia U.A.B. y Servei de Planificació Territorial de la Generalitat de Catalunya. Bellaterra 1983.
- AKERMAN, E. (1958): "Geography as a fundamental research discipline". The University of Chicago Press Research Paper n.º 53. Departament of Geography, Chicago 1958.
- AMBROSE, P. ed. (1969): Analytical human geography, Longman, Londres 1969.
- ASCON, R. (1975): "La diferenciació territorial de les àrees postals a Catalunya 1960-70". Documents d'Anàlisi territorial nº 1. Departament de Geografia U.A.B., Bellaterra 1975.
- BATTY, M. (1976): Urban modelling: algorithms, calibrations, predictions. Cambridge University Press, Cambridge 1976.
- BENEJAM, P. et al, (1976): Intercambio. Geografía humana y económica del mundo actual. Vicens Vives, Barcelona 1976.
- BERRY, B.J.L. (1967): Geografía de los centros de mercado y distribución al por menor. Vicens Vives, Barcelona, 1971.
- BOSQUE SENDRA, J., RODRIGUEZ RODRIGUEZ, V. y SANTOS PRECIADO, J.M. (1982): "La geografía cuantitativa en la universidad y la investigación española". Geocrítica nº 44. Universidad de Barcelona, 1983.
- CAESAR, A.A.L. (1964): "Planning and the geography of Great Britain". Advancement of Science, 1964.

- CASTELLS, M. (1973): La cuestión urbana. Siglo XXI, Madrid 1974.
- CLAVAL, P. (1971,1976): Evolución de la geografía humana. Oikos-tau, Vilassar de Mar 1977.
- CLAVAL, P. (1976): La nueva geografía. Oikos-tau, Vilassar de Mar 1979.
- CHISHOLM, M.D.I. (1968): Geografía y Economía. Oikos-tau, Vilassar de Mar 1969.
- CHORLEY, R.J. y HAGGETT, P. ed. (1965): Frontiers in Geographical Teaching. Methuen and Co. Ltd., Londres 1965.
- CHORLEY, R.J. y HAGGETT, P. ed. (1967): La geografía y los modelos socioeconómicos. I.E.A.L., Madrid 1971.
- CHORLEY, R.J. y HAGGETT, P. (1969): Network Analysis in Geography. Edward Arnold, Londres 1969.
- ESTALELLA, H. (1984): La propietat de la terra a les comarques gironines. Col.legi Universitari de Girona, Girona 1984.
- EVERSON, J.A. y FITZGERALD, B.P. (1968): Settlement Patterns. Longman, Londres 1968.
- EVERSON, J.A. y FITZGERALD, B.P. (1972): Inside the city. Logman, Londres 1972.
- FOOT, D. (1981): Operational Urban Models: an introduction. Methuen, Londres 1981.
- GARCIA RAMON, M.D. (1975): "El muestreo territorial aplicado a la actividad agrícola: el Baix Camp de Tarragona". Documents d'Anàlisi territorial nº 1. Departament de Geografia U.A.B., Bellaterra 1975.
- GARCIA RAMON, M.D. (1976a): "Valor actual del modelo de Von Thünen y dos comprobaciones empíricas". Revista de Geografia. Vol. X, nos. 1-2, Universidad de Barcelona 1976.

- GARCIA RAMON. M.D. (1976b): "El análisis factorial y canónico como técnicas de diferenciación de un espacio agrícola" Estudios Geográficos XXXVII, nº 143, Madrid 1976.
- GOMEZ OREA, D. (1978): "El medio físico y la planificación". Cuadernos del Cifca 10-11. Centro Internacional de Formación en Ciencias Ambientales, Madrid 1978.
- HALL, P. ed. (1969): Modelos de análisis territorial, Oikos-tau, Vilassar de Mar 1975.
- HARRIS, B. ed. (1965): Modelos de desarrollo urbano. Oikos-tau, Vilassar de Mar 1975.
- HARVEY, D. (1969): Teorías, leyes y modelos en geografía. Alianza Universidad, Madrid 1983.
- HARVEY, D. (1973): Urbanismo y Desarrollo desigual. Siglo XXI, Madrid 1977.
- HOOVER, E.M. (1948): Localización de la actividad económica. F.C.E., México 1954.
- LOVEJOY, D., ed. (1979): Land Use and Landscape planning. Leonard Hill, Aylesbury, Bucks. 1979.
- LOWRY, I.S. (1964): A model of metropolis. RAND corporation (RM-4035-RC). Santa Mónica, California 1964.
- MANNERS, G. (1959): "Recent changes in the British gas industry". Transactions and Papers. Institute of British Geographers. Londres 1959.
- McLOUGHLIN, J.B. (1969): Planificación urbana y regional: un enfoque de sistemas. I.E.A.L., Madrid 1971.
- MCHARG, I.L. (1969): Design with Nature. Natural History Press. New York 1969.

- RAMOS FERNANDEZ, A., ed. (1979): Planificación física y ecología, modelos y métodos. E.M.E.S.A., Madrid 1979.
- REIF, B. (1973): Modelos en la planificación de ciudades y regiones. I.E.A.L., Madrid 1978.
- RIERA, P. (1975): "Un mètode per establir llinars mínims d'aparició d'una variable aplicat a les àrees d'ensenyament de la regió de Girona" Documents d'Anàlisi territorial nº 1 Departament de Geografia de la U.A.B., Bellaterra 1975.
- TULLA, A.F. (1976): "Aportació metodològica al Model de Potencial de Població. El mètode del cercle doble versus el mètode del cercle únic". Documents d'Anàlisi territorial nº 2. Departament de Geografia de la U.A.B., Bellaterra 1976.
- TULLA, A.F. (1982) "Una tipologia de transformació agrària en àrees de muntanya". Documents d'Anàlisi Geogràfica nº 1. Departament de Geografia de la U.A.B., Bellaterra 1982.
- TULLA, A.F. (1983): "El modelo de difusión de T. Hägerstrand. Una aplicació a la ganaderia del Pirineo Catalán". Documents d'Anàlisi Geogràfica nº 2. Departament de Geografia de la U.A.B., Bellaterra 1983.
- VILLANUEVA, M. (1975): "Estudi de l'adequació d'un model gravitatori probabilístic del comerç al detall de quatre mercats municipals de Barcelona". Documents d'Anàlisi territorial nº 1. Departament de Geografia de la U.A.B., Bellaterra 1975.
- WEBBER, M.J. (1984): Explanation, prediction and planning: the Lowry model. Pion, Londres 1984.
- WILSON, A.G. (1974): Geografía y planeamiento urbano y regional. Oikos-tau, Vilassar de Mar, 1980.
- WILSON, A.G. (1981): Geography and the Environment. Wiley, Chichester 1981.

**DETECCION DE LOS PROCESOS MORFOGENETICOS ACTUALES (MAPA DE RIESGOS)  
EN LA ZONA DEL EMBALSE DE URKULLU (Aretxabaleta.Guipúzcoa).**

BARTUREN, Charo

(Dpto. de Ecología. Universidad Complutense - Madrid).

UGARTE, Félix M.

(San Sebastián. S.C. Aranzadi).

**1. INTRODUCCION**

Siguiendo las pautas de investigaciones y documentos que se refieren a este tipo de problemas (LIPPMAN, M. & JORDA, M., 1982; GUEREMY, P., 1984; GONZALEZ LASTRA, J.R. y J. DIAZ DE TERAN 1983) y tratando de adaptar estas metodologías a nuestro caso (escala de tamaño, intensidad de muestreo, tipo de procesos) hemos realizado una cartografía de procesos morfodinámicos actuales que afectan a las F.d.s. (Formaciones detríticas superficiales) y que por tanto se convierten en un factor de distorsión del equilibrio actual de estas formaciones y del paisaje en general.

Además de representar cartográficamente estos procesos se ha tratado de poner a punto una metodología que nos permita identificar las relaciones entre la aparición de estos procesos y determinadas variables geográficas, fácilmente detectables, que nos permitan caracterizar las zonas más aptas para que estos procesos se produzcan.

Para el análisis de las relaciones entre variables, hemos utilizado el método de los perfiles ecológicos e información mutua (GODRON, 1968; LEGENDRE, 1979), que ha sido empleado para análisis del comportamiento ecológico de especies vegetales en relación con distintas variables del hábitat (MARTIN y Col., 1980; GOMEZ SAL. 1982).

## 1.1 Material y métodos

Sobre el documento cartográfico indicado se han señalado especialmente, utilizando signos específicos, cada uno de los fenómenos detectados. Esta detección se ha llevado a efecto de varias maneras: a) investigación directa de campo y b) por encuestas entre los afectados (baserritarras). No se han tenido en cuenta los datos relativos a la frecuencia e intensidad de los procesos según criterios ya conocidos (GUEREMY, 1984; JORDA, 1982), ya que un trabajo realizado en tan breve espacio de tiempo, como es el presente, impide la obtención de este tipo de datos, aunque es bien evidente que los procesos citados aquí tienen vigencia actual, con mayor o menor intensidad y frecuencia.

### Muestreo

Para la obtención de la información se ha recurrido a un muestreo de tipo regular, superponiendo al área de estudio una rejilla de cuadrículas, cada una de las cuales contaba con 250 m. de lado. Para cada cuadrícula se ha anotado la presencia o ausencia de cada tipo de proceso estudiado, así como la presencia del tipo más abundante de cada una de las variables consideradas:

#### Litofacies

- L1. Areniscas de grano grueso.
- L21. Calizas arrecifales (facies urgoniana).
- L22. Calizas margosas (idem. anterior).
- L23. Margas y calizas margosas.
- L3. Calizas, argilitas y areniscas (facies Purbek-Weald).
- L4. Areniscas y argilitas.

#### Pendientes

- P1. > 60%
- P2. 40-60%
- P3. 30-40%
- P4. 20-30%
- P5. < 20%

### Formación detrítica superficial (F. d. s.)

- F1. Coluvión + suelo sobre formación areniscosa.
- F2. Relleno de fisuras de lapiaz.
- F3. Coluvión areniscoso sobre formación caliza.
- F4. Coluvión alteración "in situ" sobre calizas margosas.
- F5. Alteración "in situ", en el contacto entre calizas arrecifales y margosas.
- F6. Coluviones sobre calizas margosas, vertiente derecha de Arbe.
- F7. Coluvión + alteración "in situ" sobre calizas margosas.
- F8. Derrubios de vertiente procedentes de taludes calizos.
- F9. Coluvión sobre sustrato argilítico-arenisco.
- F10. Formación detrítica sobre facies Purbeck-Weald.

### Vegetación y usos del suelo








- V1. Landa atlántica y pastos.
- V2. Hayedo.
- V3. Pastos en depresión kárstica.
- V4. Pastos y vegetación rupícola.
- V5. Prados en zona caliza.
- V41. Monte, hayedo residual y pastos sobre calizas.
- V6. Plantaciones de coníferas (*P. insignis* y *Larix* sp.).
- V9. Praderas artificiales y labrantíos.

Los datos obtenidos se hallan en la Tabla nº I.

### 1.2 Procesos actuales identificados (Ver mapa nº 1)

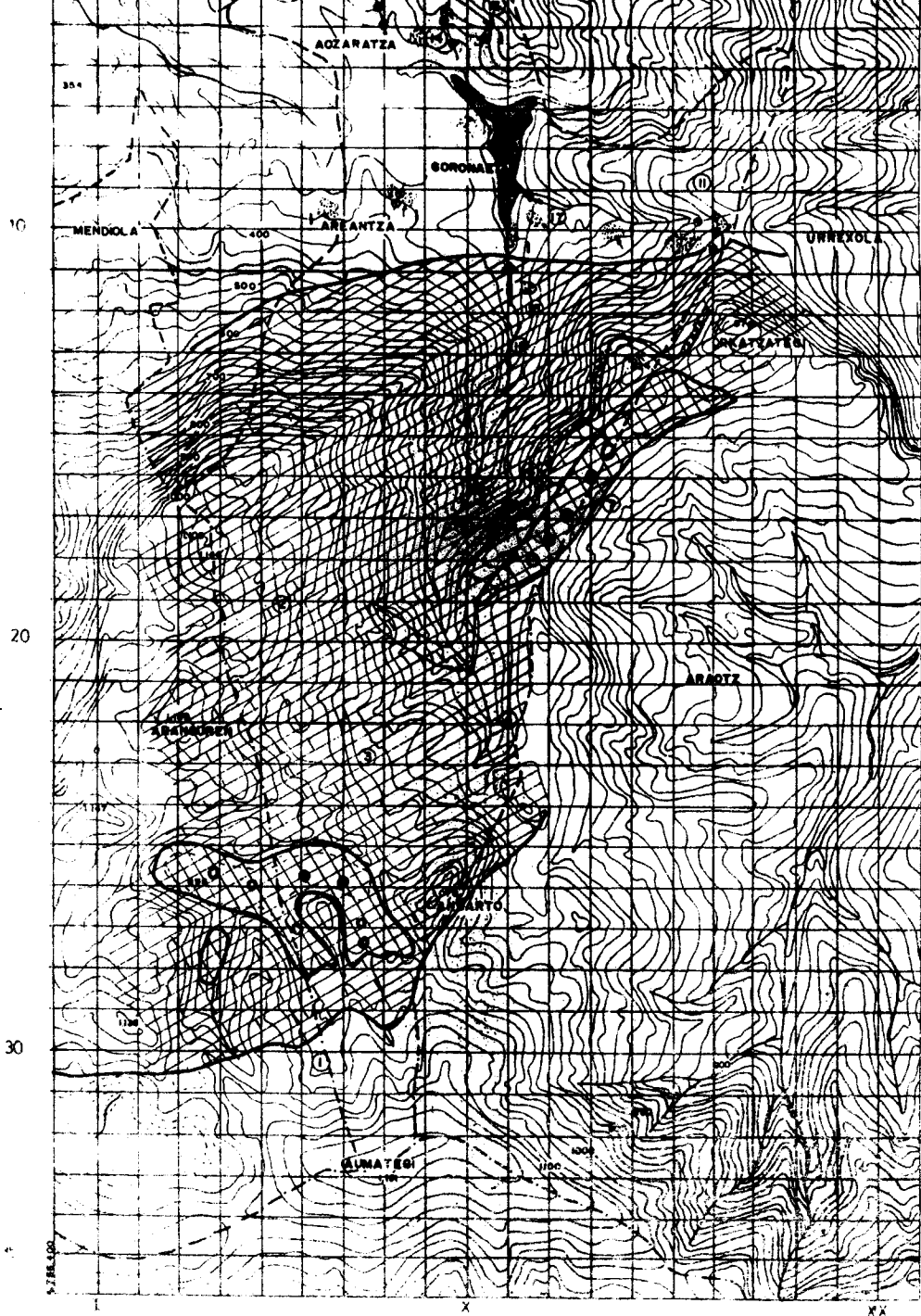
Karstificación de la masa caliza en la franja subsuperficial y epi-kárstica. Se da con diversa intensidad en función de la facies aflorante y de ciertas características (fisuración, etc.).

## TEMA

- 1  Zona de karstificación
- 2  Idem fuerte disolución de sup Roca aflorante - Lapiaz
- 3  Idem Zona de disolución preferente dinámica de formación de dolinas, "soutiraje", pérdida de materiales finos del suelo
- Transporte de materiales sólidos en suspensión durante las crecidas
- 4  Proceso de fragmentación y ericlostia en taludes calizo muy atenuado
- 5  Movimientos en masa en las vertientes  
| Actualmente en marcha  
| Fecha del proceso
- 6  Proceso de suflucción "piping"  
| Zona de muestreo
- 7  Soliflujión (golpes de cuchara) sobre colubión calizo

Mapa no 1





**TABLA I. MATRIZ DE DATOS OBTENIDOS EN EL MUESTREO**

- P1. Karstificación en zonas de caliza margosa.
- P2. Karstificación sobre afloramientos de caliza arrecifal.
- P3. Intensa karstificación superficial.
- P4. Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resaltes y taludes.
- P5. Procesos de movimiento en masa en las vertientes.
- P6. Procesos de sufusión.
- P7. Procesos de movimiento en masa en las vertientes, de gran rapidez.
- PØ. Ausencia de los procesos anteriores.

Litofacies (\*)

	L 1	L 21	L 22	L 23	L 3	L 4	
P1		9	78	6	1		94
P2	4	31	11	2	3		51
P3		13	2	3			18
P4							
P5					12	2	14
P6					5	2	7
P7			1				1
PØ	24	1	2	22	45	35	129
	28	54	94	33	66	39	314

Pendiente (\*)

	P1	P2	P3	P4	P5	
P1	24	15	28	26	1	94
P2	7	12	6	18	8	51
P3	1			2	15	18
P4						
P5		2	11	1		14
P6			2	5		7
P7				1		1
PØ	1	45	28	30	24	129
	33	74	75	83	48	314

(Continuación Tabla I)

F.d.S. (\*)

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	
P1	1	1		3		12	70	7			94
P2	7	26	5	4	1	1	7				51
P3		7	7		4						18
P4											
P5						2			3	9	14
P6									4	3	7
P7						1					1
P0	18	8	1	19		1	1	3	35	43	129
	26	42	13	26	5	17	78	10	43	54	314

Vegetación y usos del suelo (\*)

	V1	V2	V3	V4	V41	V5	V6	V9	
P1		24		10	31	2	27		94
P2		22	4	13	6	3	3		51
P3			8	4	2	4			18
P4									
P5							5	9	14
P6							4	3	7
P7							1		1
P0	15	8	1	3	2	4	58	38	129
	15	54	13	30	41	13	98	50	314

(\*) Ver apartado 1.1

1) Karstificación en zonas recubiertas por una F.d.s. (sobre todo zonas de calizas margosas).

2) Karstificación sobre afloramientos de caliza arrecifal.

3) Zonas de intensa karstificación superficial (Deguría, Ugastegui).

Esta dinámica provoca, cuando se da en superficie, la pérdida de material detrítico acumulado en las F.d.s. y suelos, por "soutirage" a través de las fisuras y de otras zonas de infiltración (dolinas). Tal es el caso de los prados de Ugastegui y de los pastos de Deguría, en ambos casos el problema es visible.

4) Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resalte y taludes.

Este proceso no se ha tenido en cuenta en el análisis.

Es un proceso de escasa dinámica actual por la débil intensidad y frecuencia de los fenómenos crio-clásicos.

5) Procesos de movimiento en masa en las vertientes.

Se ha detectado en zonas que corresponden al afloramiento de la facies Weald-Purbeck. Su dinámica e intensidad varían en cada caso, así como su génesis.

Hace 15 años se observaron numerosos fenómenos de este tipo en la zona de Larrino (C<sup>º</sup> Zuazu-bizkar), actualmente se siguen produciendo en el sector de Urrexola-garai, posiblemente ligados a la imbibición en agua producida por las pequeñas fuentes que afloran en el contacto con las calizas de Orkatzategui y que no son debidamente drenadas (abandono de la actividad agraria), llegando a afectar hasta la obra civil del caserío. Por último se observan otros fenómenos de movimiento en masa en las inmediaciones del C<sup>º</sup> sobre el talud de la carretera del embalse, provocados sin duda por el desequilibrio creado a la apertura de la misma.

6) Procesos de sufusión ("piping") afectando a las F.d.s. y suelos.

Se observan numerosos fenómenos de este tipo en los sectores de litología similar al anterior, afectando a las F.d.s. que cubren estas litologías, en las zonas de Larrino, Aozarasa, Goronaeta y Urrexola-garai.

Se trata de zonas dedicadas a la actividad agraria (prados y labrantíos), afectados por hundimientos superficiales (en forma de dolinas, máximo 3 x 2 m.) e intensos vaciados en los horizontes inferiores, situados generalmente en las zonas inmediatas a las vaguadas (mayor ingrediente hidráulico). Pueden llegar, de hecho en algunos casos ya lo han hecho, a inutilizar para el uso parte de los prados.

Estos procesos tienen lugar sobre F.d.s. (alteraciones "in situ" + coluvión + suelo), que poseen un alto contenido de limos + arcillas ( $< 0.08$  mm.) en sutextura (80-90 %), con bajo contenido de arenas y gravas. Entre sus características físicas se hallan un contenido moderado de M.O. (3-0.50 %), alta porosidad y un índice de plasticidad bastante elevado (13-16), según el sistema de Atterberg.

7) Procesos de movimiento en masa en las vertientes. Procesos de gran rapidez.

Se observa una incisión tipo "golpe de cuchara" en la vertiente inferior de la cuesta caliza de Iruaitz, en el contacto con la facies Weald-Purbeck. El proceso se da sobre un coluvión de origen calizo (clastos + matriz fina limo-arcillosa abundante).

Fenómeno aislado pero muy conocido en la zona, provocado generalmente por precipitaciones intensas y concentradas; procesos difíciles de prevenir, salvo en sectores donde las condiciones estructurales favorables están bien definidas.

Las características de estas F.d.s., son las siguientes:

- Textura, 93% de limos + arcillas.
- Alto índice de plasticidad (17 Atterberg).
- Porosidad media.

## 2. TRATAMIENTO DE DATOS

La información obtenida ha sido sometida, en primer lugar a un análisis de información mutua. La finalidad consiste en obtener una expresión de la relación entre los procesos morfogénéticos y cada una de las variables consideradas de forma que permita poner de manifiesto su capacidad de indicación frente a estas variables. La información mutua se ha obtenido a partir de las siguientes expresiones:

Entropía del proceso, con respecto a la variable:

$$H(P) = - \left( \frac{p}{N} \lg_2 \frac{p}{N} + \frac{N-p}{N} \lg_2 \frac{N-p}{N} \right)$$

donde  $p$  es el número de presencias del proceso y  $N$  es el número total de las muestras.

Entropía de la variable:

$$H(V) = - \sum_{j=1}^n v_j \lg_2 v_j$$

donde  $v_j$  es la frecuencia con que se presenta cada uno de los estados de la variable y  $n$  es el número de estos estados o clases consideradas.

Entropía total (procesos-variables):

$$H(P,V) = - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n x_{ij} \lg_2 x_{ij}$$

donde  $x_{ij}$  es la frecuencia con que se presentan conjuntamente cada uno de los estados de la variable y la presencia o ausencia del proceso, y  $n$  es el número de los estados de la variable.

La expresión final de la información mutua es la siguiente:

$$I = H(P) + H(V) - H(P,V)$$

A continuación se ha realizado un análisis de frecuencias corregidas, con objeto de precisar la afinidad entre los procesos morfogénéticos y cada uno de los estados en que se presentan las variables estudiadas. La frecuencia corregida ( $F_j$ ) es una expresión de la frecuencia, con la que coincide la presencia de cada proceso con cada estado de la variable, en el total de ocasiones en que aparece el estado de la variable, dividida por la frecuencia con que aparece el proceso en el total de las muestras:

$$F_j = \frac{x_{ij} / v_j}{p_i / N}$$

Siendo  $x_{ij}$  el número de coincidencias entre cada proceso y cada estado de la variable,  $v_j$  el número de presencias de cada estado de la variable,  $p_i$  el número de presencias de cada proceso,  $N$  el número total de muestras,  $i$  el número de procesos y  $j$  el número de estados de la variable.

Por último, y con objeto de establecer la significación estadística de las afinidades detectadas, se ha realizado una prueba de  $\chi^2$  para aquellos casos en los que se manifestaba una asociación positiva o negativa entre los procesos morfogénéticos y cualquiera de los estados de la variable.

## 2.1 Análisis de la información mutua.

Este análisis, así como los que se comentan a continuación, se han realizado a partir de 314 observaciones y cuatro variables que presentan un total de 29 estados diferentes. La Tabla II recoge los valores de entropía e información mutua obtenidos para cada caso. Se ha calculado también el cociente entre la información mutua y la entropía de proceso con respecto a la variable. Este cociente varía entre 0 y 1, de forma que la proximidad a 1 indica una alta relación entre el proceso y la variable. En la fig. 1 se ha representado posición de cada proceso en un sistema de coordenadas en el que las abcisas corresponden a la entropía del proceso y las coordenadas a la información mutua.

**TABLA II . VALORES DE ENTROPIA E INFORMACION MUTUA OBTENIDOS PARA CADA PROCESO**

- P1. Karstificación en zonas de caliza margosa.
- P2. Karstificación sobre afloramiento de caliza arrecifal.
- P3. Intensa Karstificación superficial.
- P4. Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resalte y taludes.
- P5. Procesos de movimiento en masa en las vertientes.
- P6. Procesos de sufusión.
- P7. Procesos de movimiento en masa en las vertientes, de gran rapidez.
- PØ. Ausencia de los procesos anteriores.

Litofacies

	Entropía del proceso H(P)	Entropía de la variable H(L)	Entropía total (P,L)	Informac. mutua I	Inform:mutua/ Entropía proceso I/H(P)
P1	0.9280	2.5046	2.8620	0.5706	0.6149
P2	0.6399	2.5046	2.9221	0.2224	0.3476
P3.	0.3165	2.5046	2.6831	0.1380	<b>0.4360</b>
P5	0.2624	2.5046	2.6840	0.0830	0.3163
P6	0.1536	2.5046	2.6212	0.0370	0.2409
PØ	0.9769	2.5046	2.9186	0.5629	0.5762

Pendiente

	H(P)	H(L)	(P,L)	I	I/H(P)
P1	0.9280	2.2477	2.9933	0.1824	0.1966
P2	0.6399	2.2477	2.8699	0.0177	0.0277
P3	0.3165	2.2477	2.4481	0.1161	0.3668
P5	0.2624	2.2477	<b>2.4578</b>	0.0523	0.1993
P6.	0.1536	2.2477	2.3765	0.0248	0.1615
PØ	0.9769	2.2477	3.1229	0.1017	0.1041



(Continuación Tabla II.)

F.d.s.

	H(P)	H(L)	(P,L)	I	I/H(P)
P1	0.9280	2.9822	3.0178	0.8924	0.9616
P2	6.339	2.9822	3.4068	0.2153	0.3365
P3	0.3165	2.9822	3.1209	0.1778	0.5618
P5	0.2624	2.9822	3.1718	0.0728	0.2771
P6	0.1536	2.9822	3.0960	0.0398	0.2591
P∅	0.9769	2.9822	3.5239	0.4352	0.4455

Vegetación y usos del suelo

	H(P)	H(L)	(P,L)	I	I/H(P)
P1	0.9280	2.6798	3.3020	0.2776	0.2991
P2	0.6399	2.6798	3.1497	0.1700	0.2657
P3	0.3165	2.6798	2.8463	0.1501	0.4742
P5	0.2624	2.6798	2.8786	0.0636	0.2424
P6	0.1536	2.6798	2.8452	0.0118	0.0768
P∅	0.9769	2.6798	3.3497	0.3074	0.3147

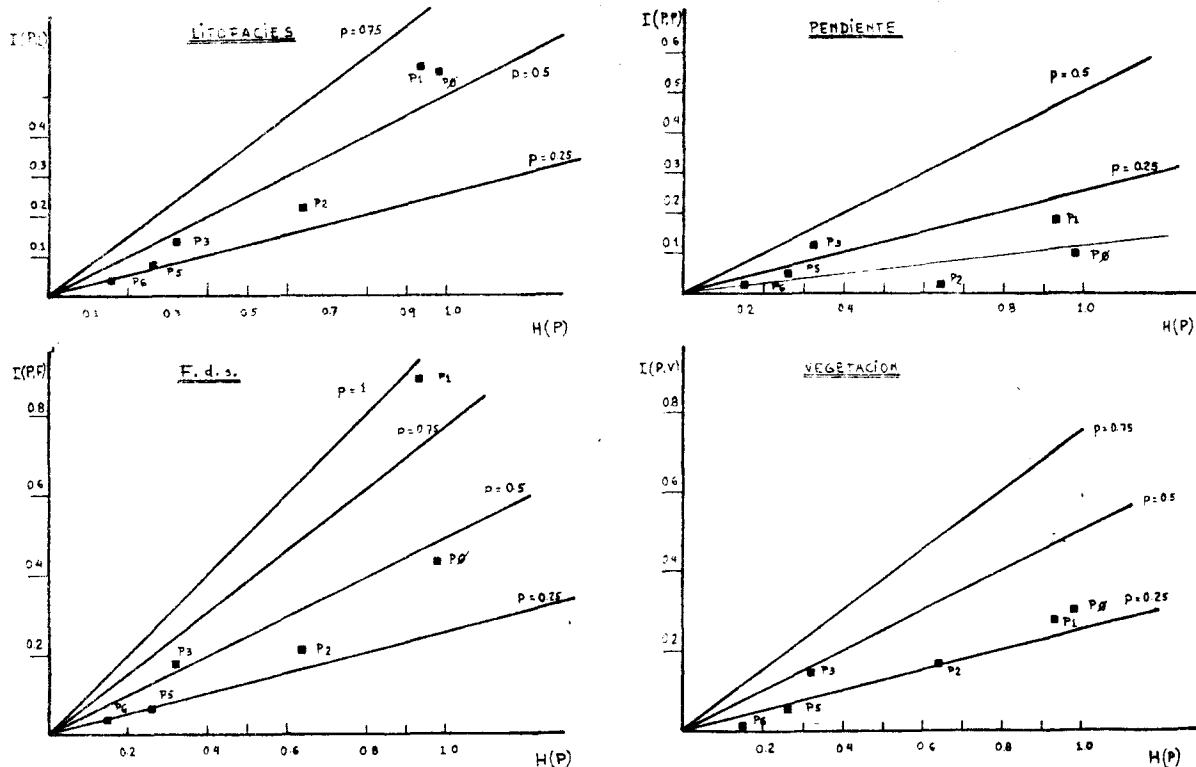


FIGURA 1. Relación entre la entropía del proceso,  $H(P)$ , y la información mutua,  $I(P,V)$ , para cada una de las cuatro variables consideradas. El valor  $I/H(P)$  es la pendiente,  $p$ , que varía entre 0 y 1. Se han representado varias pendientes (0.25, 0.5, 0.75 y 1) como referencia. P1: Karstificación en zona margosa. P2: Karstificación sobre afloramientos de caliza arrecifal. P3: Intensa karstificación superficial. P4: Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resalte y taludes. P5: Procesos de movimiento en masa en las vertientes. P6: Procesos de sufusión. P7: Procesos de movimiento en masa en las vertientes, de gran rapidez. PØ: Ausencia de los procesos anteriores.

La pendiente comparte poca información con cualquier tipo de proceso, incluso con la ausencia de procesos, con excepción de la karstificación en zonas favorables (Deguría).

El proceso de karstificación en afloramientos calizos arrecifales es el que comparte menos información con esta variable.

De los procesos considerados, sólomente la karstificación detectada en la zona de Deguría y Ugastegui puede considerarse con indicador de esta variable, con un cociente  $I/H(P)$  de 0.37. Ninguno de los procesos restantes alcanza el valor de 0.20 (ver fig.1 ).

La vegetación es una variable que comparte un valor relativamente elevado de información con los procesos de karstificación en zonas favorables y afloramientos recubiertos de una F.d.s. (calizas margosas) (P1, P3), así como la ausencia de procesos. Los valores del cociente  $I/H(P)$  para estos procesos varían entre 0.30 y 0.47, correspondiendo este último a la karstificación en la zona de Deguría y Ugastegui. Los procesos de karstificación en calizas arrecifales (superficie) y el movimiento en masa en laderas se encuentran próximos al valor de 0.25, mientras que el proceso de su fusión no se halla relacionado con esta variable, al menos con la información recogida (ver fig. 1).

Tanto el tipo de litofacies como las F.d.s. tienen buenos indicadores entre los procesos estudiados. El proceso de karstificación en calizas arrecifales, en particular presenta valores elevados del cociente  $I/H(P)$ : 0.96 en el caso de la F.d.s. y el 0.61 en el caso de la litofacies.

El proceso de karstificación en zonas favorables y la ausencia de procesos (P) son también buenos indicadores de ambas variables, estando el primero más relacionado con el tipo de formación superficial y el segundo con el tipo de litofacies.

El resto de los procesos resultan, aunque en menor grado, indicadores de estas dos variables, superando todos ellos el valor de 0.24 para el cociente  $I/H(P)$  (ver fig. 1).

## 2.2 Análisis de frecuencias corregidas

La Tabla III presenta los resultados obtenidos de este análisis. Los valores superiores a 1.5 se consideran indicadores de asociación positiva entre el proceso y el estado de la variable, mientras que las inferiores a 0.8 se toman como indicadores de rechazo. La figura 2 recoge los valores de la frecuencia corregida para cada uno de los procesos considerados, y su significación estadística. A continuación se comentan los resultados obtenidos para cada uno de los procesos estudiados.

### - Proceso de karstificación en zonas de afloramiento calizo-margoso con F.d.s. de recubrimiento (zona superficial).

Este proceso se encuentra asociado positivamente con las formaciones calizo-margosas en pendientes superiores al 60% con F.d.s. de escasa potencia, producto de la alteración "in situ" de este tipo de litología y, en parte, de material coluvionar de ladera, permitiendo la disolución cripto-kárstica en la franja sub-superficial. La vegetación asociada a estos procesos es del tipo hayedo y monte bajo, hayedo residual y pastos.

Este proceso no se da en las formaciones calizas arrecifales, ni en las pendientes menores del 20%.

### - Procesos de disolución kárstica superficial en afloramientos de caliza arrecifal.

Este proceso se encuentra asociado a las formaciones antes citadas, cualquiera que sea su pendiente, recubiertas parcialmente (fisuras, depresiones) con material residual a la disolución (textura limo-arcillosa); en algunos casos este tipo de F.d.s. recubre el afloramiento calizo con una potencia irregular, en todo caso inferior a 1 m. La vegetación asociada a estas zonas es la de hayedo, pastos y vegetación rupícola.

**TABLA III. VALORES DE FRECUENCIAS CORREGIDAS OBTENIDOS PARA CADA UNO DE LOS PROCESOS Y VARIABLES CONSIDERADAS.**

- P1. Karstificación en zonas de caliza margosa.  
 P2. Karstificación sobre afloramientos de caliza arrecifal.  
 P3. Intensa karstificación superficial.  
 P4. Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resaltes y taludes.  
 P5. Procesos de movimiento en masa en las vertientes.  
 P6. Procesos de sufusión.  
 P7. Procesos de movimiento en masa en las vertientes, de gran rapidez.  
 P8. Ausencia de los procesos anteriores.

	P1	P2	P3	P5	P6	P8
L1	-	-	-	-	-	2.09
L21	0.57	3.51	4.19	-	-	0.05
L22	2.77	0.74	0.35	-	-	0.05
L23	0.60	0.37	1.57	-	-	1.63
L3	0.70	0.31	-	4.04	3.59	1.66
L4	-	-	-	1.12	2.24	2.19
P1	2.43	1.29	0.52	-	-	0.07
P2	0.67	0.99	-	0.67	-	1.48
P3	1.23	0.49	-	3.36	1.35	0.90
P4	1.03	1.35	0.35	0.22	2.69	0.88
P5	0.07	1.05	5.41	-	-	1.22
F1	0.13	1.66	-	-	-	1.68
F2	0.07	3.82	2.97	-	-	0.46
F3	-	2.34	2.42	-	-	0.19
F4	<b>0.40</b>	<b>0.92</b>	-	-	-	1.78
F5	-	1.23	<b>13.96</b>	-	-	0.15
F6	2.37	0.37	-	2.69	-	0.15
F7	3.00	0.55	-	-	-	0.02
F8	2.33	-	-	-	-	0.73
F9	-	-	-	1.57	4.04	1.97
F10	-	-	-	3.81	2.69	1.95
V1	-	-	-	-	-	2.43
V2	1.47	2.52	-	-	-	0.91
V3	-	1.91	10.82	-	-	0.19
V4	1.10	2.65	2.27	-	-	0.24
V41	2.53	0.86	0.87	-	-	0.12
V5	0.50	1.42	5.41	-	-	0.75
V6	0.94	1.05	-	-	1.83	1.44
V9	-	-	-	4.04	2.69	1.85

Ver apartado 1.1 para las denominaciones de las variables.

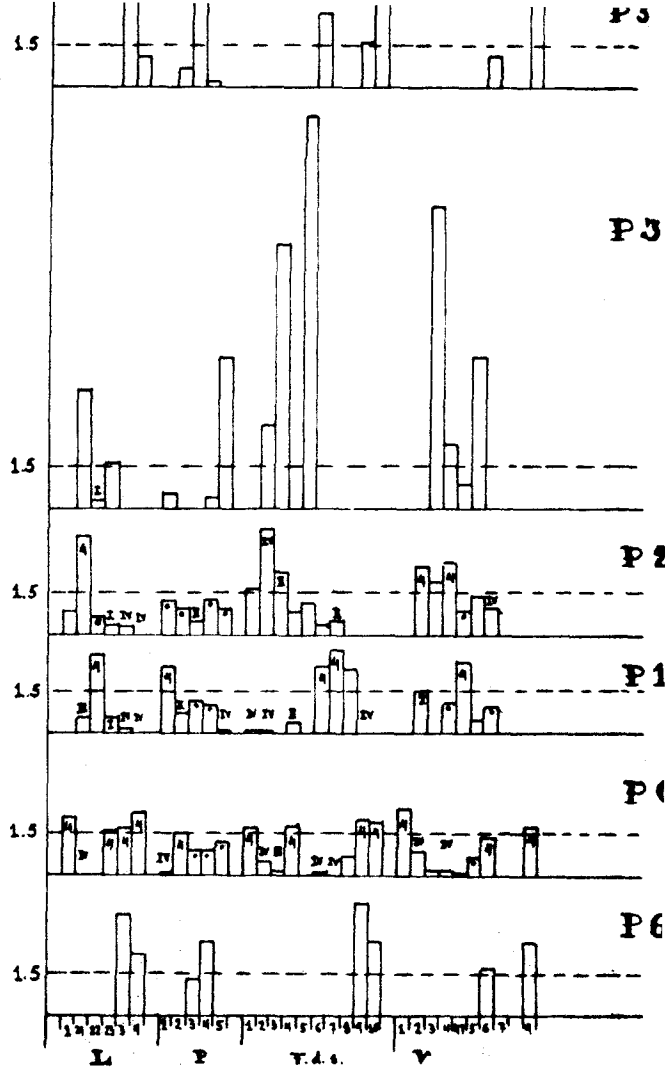
FIGURA 2. Histograma de los valores de frecuencias corregidas para cada proceso considerado.

- P1. Karstificación en zonas de caliza margosa.
- P2. Karstificación sobre afloramientos de caliza arrecial.
- P3. Intensa karstificación superficial.
- P4. Fragmentación de la roca caliza en las zonas altas donde existen relieves en resaltes y taludes.
- P5. Procesos de movimiento en masa en las vertientes.
- P6. Procesos de sufusión.
- P7. Procesos de movimiento en masa en las vertientes, de gran rapidez.
- P8. Ausencia de los procesos anteriores.

Ver apartado 1.1 para las definiciones de las variables.

La significación estadística de los valores de frecuencias corregidas se representan de la manera siguiente:

1	$\chi^2$ significativo asociación positiva	$P > 0.90$
2	idem.	$P > 0.95$
3	idem.	$P > 0.99$
4	idem.	$P > 0.995$
*	$\chi^2$ no significativo	
I	$\chi^2$ signif. asociación negativa	$P \geq 0.90$
II	idem.	$P \geq 0.95$
III	idem.	$P \geq 0.95$
IV	idem.	$P \geq 0.995$



Este proceso se encuentra negativamente asociado con la presencia de derrubios de frente de cresta, puesto que este tipo de depósitos cubre el afloramiento calizo, impidiendo la karstificación en superficie; asimismo la vegetación de coníferas presenta una asociación negativa.

- Proceso de karstificación epi-kárstica (superficial/sub-superficial) en zonas favorables (Deguría, Ugastegui).

La escasez de observaciones de la presencia de este proceso no ha permitido la aplicación del test de ji cuadrado con objeto de obtener la significación estadística de los resultados. A falta de un experimento posterior que los corrobore, podemos realizar los siguientes comentarios:

Este proceso se encuentra asociado positivamente a las formaciones de caliza arrecifales (afectados por fenómenos de intensa fracturación, etc.) y negativamente a formaciones del tipo de caliza margosa. Se trata de sectores que presentan una topografía en depresión, con pendientes inferiores al 20%. Las F.d.s. son del tipo F2, F3, F5: mantos de coluvión procedentes de las areniscas de Aumategui (Deguría), disolución de las calizas "in situ" con textura limo-arcillosa (caso de Ugastegui). La vegetación de esta zona está representada fundamentalmente por pastizales y praderas.

- Proceso de movimiento en masa en las vertientes.

Como en el caso anterior, el comentario a estos resultados se hace sin posibilidad de obtener significación estadística.

Este proceso se produce fundamentalmente en las formaciones argilítico-areniscosas de niveles muy finos (incluidos algunos calizos) de la facies Purbeck-Weald, con una F.d.s. de potencia irregular (0.20-2.00 m. en función de la topografía), con alguna textura limo-arcillosa y fuerte porosidad. El tipo de uso del suelo es de praderas artificiales y labrantíos, en algunos casos plantaciones de coníferas.

- Proceso de sufusión ("piping").

Este proceso presenta un perfil similar al del proceso anterior, desarrollándose exclusivamente sobre la formación Purbeck-Weald. En general se presenta en pendientes inferiores al anterior (20-30 %).

Aunque el perfil es similar al anterior, no existen datos suficientes para afirmar esto significativamente por lo que debería procederse a un muestreo para comprobarlo.

- Ausencia de procesos morfogenéticos definidos.

La ausencia de procesos definidos está relacionada con afloramientos de tipo arenoso (Albense) en la zona de Aumategui y con las formaciones de argilitas y areniscas (Albense sup. - Cenomanense). Se encuentra asimismo relacionada, aunque en menor medida, con las formaciones margosas y de facies Purbeck-Weald. El rango de pendientes relacionado con la ausencia de procesos es el compendio entre 40 y 60 %. En cuanto a las F.d.s., las de tipo 1, 4, 9 y 10. En estos sectores predomina la vegetación de tipo landa atlántica, plantaciones de coníferas, praderas artificiales y labrantíos.

### 3. CONSIDERACIONES FINALES

El método, puesto ya a punto en otras ocasiones para la detección de problemas similares en el medio natural, se ha mostrado válido en el caso que nos ocupa relacionado con problemas geomorfológicos y de paisaje.

En nuestro trabajo concretamente hemos notado una deficiencia no imputable al método, sino a su aplicación en nuestro caso. Se trata de la elección de la escala de unidad de información que en el caso que nos ocupa se ha fijado en una cuadrícula de 250 m.. insuficiente en cualquier caso para detectar ciertos problemas:



piping, karstificación sub-superficial, etc. Para una investigación más eficaz deberíamos haber aplicado, en este caso, una red de cuadrículas mucho más detallada (50m.).

Otro hecho a destacar es que las variables que pueden ser tenidas en cuenta en estudios de este tipo deben ser seleccionadas con gran cuidado por el experto del tema en cuestión dado de que de su elección depende en buena medida los resultados. Si estas variables son numerosas y el área investigada, superficialmente hablando, es amplia ( $> 50 \text{ Km}^2$ ), pensamos que en este supuesto es necesario la puesta a punto de programas que apliquen esta metodología por ordenador, con el objeto de hacer viable, lo que utilizando el cálculo manual podría ser disfuncional.

## BIBLIOGRAFIA

- GODRON, M. (1968). "Quelques applications de la notion de fréquence en écologie végétale". Oecol. Plant., 3 (1), pp. 185-212.
- GOMEZ SAL, A. (1982). "Estructura ecológica de los pastos de monte turolenses". Tesis doctoral. Universidad Complutense. Madrid. pág. 377.
- GONZALEZ LASTRA, J.R. y J. y DIAZ DE TERAN, J.R. (1983). "Ensayo de un método de predicación y cartografía de riesgos geológicos. Aplicación a los deslizamientos superficiales". Santander.
- GUEREMY, P. (1984). "Cartographie des risques de mouvements de terrain et cartographie intégrée des risques naturels". Colloque de Caen. Documents BRGM, n° 83.
- LEGENDRE, L et P. (1979). "Ecologie numérique. 1. Le traitement multiplié des données écologiques". Masson. París.
- LIPPMANN, M. y JORDA, M. (1982). "Milieu naturel et développement d'une station de ski dans les Alpes du Sud". Méditerranée, 3-4. Aix-en-Provence.
- MARTIN, A., PASTOR, J. y OLIVER, S. (1979). "Contribución a la ecología de Trifolium glomeratum L. en la región central". XX reunión de la SEEP, Elvás, Badajoz.

# MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES

JUAN A. CEBRIAN y DAVID M. MARK (&)

1. INTRODUCCION
2. PRINCIPALES AREAS DE APLICACION
3. ALGUNOS ASPECTOS DE PARTICULAR INTERES
4. LA PRODUCCION DE MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES
  - 4.1. Recogida de la información
    - 4.1.1. La medida del mapa topográfico
    - 4.1.2. Los métodos fotogramétricos
    - 4.1.3. Estandarización
  - 4.2. Detección y corrección de errores
    - 4.2.1. Controles de calidad
    - 4.2.2. Procedimientos de corrección de errores
5. EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACION. ALGUNOS EJEMPLOS.
  - 5.1. Cálculo de pendientes y aspectos del terreno
  - 5.2. Determinación de sombras
  - 5.3. Identificación de cauces y cuencas fluviales

NOTAS

BIBLIOGRAFIA

FIGURAS

(&) En este trabajo hemos contado con el soporte académico y financiero de la Comisión FULBRIGHT - MEC y de la "U.S. NATIONAL SCIENCE FOUNDATION".

## 1. INTRODUCCION.

Entendemos por Modelo Topográfico Digital (MTD) cualquier representación sobre soporte informático (digital, por tanto) de una superficie topográfica. Según esta definición, el término MTD no se refiere únicamente a la representaciones de la topografía de un área mediante altitudes registradas en los nodos de una malla ortogonal. Por el contrario, es aplicable a las más diversas estructuras de datos.

Hasta mediados de los años 70 el término en uso en los países anglosajones era Digital Terrain Models, que pasó a nuestra literatura como Modelos Digitales del Terreno, siendo éste el término usual en las publicaciones en castellano. Más recientemente, en cambio, en el ámbito anglosajón un nuevo término ha venido a substituir al anterior: Digital Elevation Models. La razón fundamental de este cambio radica en el hecho de que muy frecuentemente se ha utilizado el término Digital Terrain Models para referirse a los Sistemas de Información Geográfica en los que, junto a la información topográfica, está contenida una gama mucho más amplia de documentación territorial (tipos de suelo, vegetación, transitabilidad, etc.). En este artículo pretendemos reflejar este cambio de terminología, adoptando las palabras que, en nuestra opinión, expresan más acertadamente en castellano el nuevo término: Modelos Topográficos Digitales.

En las páginas que continúan presentamos una descripción de los principales resultados en este campo en los últimos años, subrayando las principales áreas de aplicación, algunos aspectos de particular interés -bien por existir sobre ellos un importante debate, o por no estar resueltos adecuadamente todavía-, los diversos métodos de producción de MTDs y una selección de algoritmos de tratamiento de la información contenida en ellos. Finalmente, una extensa bibliografía, que desborda claramente el marco de las referencias que se hacen a lo largo del texto, ha sido confeccionada, con vistas a poner al alcance de las personas interesadas una guía actualizada de lecturas sobre el tema.

A lo largo del texto, aparecen frecuentes referencias a los productos y actividades del United States Geological Survey (USGS). Esta insistencia está justificada por el hecho de ser esta institución claramente pionera a escala mundial en este tipo de tareas, siendo la única que, por el momento, ofrece públicamente sus productos digitales por procedimientos similares a los que comercializa sus, más tradicionales, mapas topográficos impresos en papel. Sólo en otros dos países, Canadá y Australia, la producción de estos Modelos es algo más que una idea feliz que debe ser llevada a la práctica. No obstante, hasta ahora, ninguna de las instituciones responsables de esta tarea en esos países ofrece al mercado libre estos productos, cuya demanda por todo tipo de entidades públicas y privadas es cada día mayor.

## 2. PRINCIPALES AREAS DE APLICACION.

Las Areas de aplicaci3n de Modelos Topogr3ficos Digitales son cada d3a m3s numerosas. La relaci3n que presentamos a continuaci3n, sin ser exahustiva, reúne las aplicaciones m3s comunes.

a) Producci3n de mapas topogr3ficos. Un n3mero cada vez mayor de sistemas de adquisici3n autom3tica o semiautom3tica de datos topogr3ficos requiere el uso del ordenador y la creaci3n de un MTD transitorio. El Modelo es corregido antes de su utilizaci3n en el trazado de la serie de curvas de nivel que representan gr3ficamente la topograf3a de la zona en cuesti3n. Desafortunadamente, la mayor3a de estos Modelos son archivados, resultando inaccesibles a una gama amplia de posibles usuarios, o, peor a3n, son deshechados al acabar el proceso de producci3n del mapa topogr3fico. El uso de medios autom3ticos de recogida de la informaci3n puede suponer un aumento de hasta un 50% del ritmo de producci3n de mapas topogr3ficos. Pero, si cabe, los MTDs resultan m3s 3tiles todav3a en la automatizaci3n del sombreado de relieves, y en la producci3n de bloques diagramas o cualquiera otro tipo de representaci3n topogr3fica compleja.

b) Ciencias de la Tierra (hidrolog3a, geomorfolog3a, geolog3a). En los modelos hidrol3gicos de cuencas en las que la fus3n de nieve es significativa los factores topogr3ficos son predominantes, requiri3ndose por tanto alg3n tipo de MTD. Los Modelos Topogr3ficos Digitales constituyen una informaci3n de primer orden para los estudios de Geomorfolog3a. Recientes trabajos en este campo se han dedicado al estudio de frecuencias de pendientes y a la extracci3n autom3tica de caracter3sticas de redes fluviales. En estudios de correlaci3n entre tipos de roca y topograf3a o en prospecciones geol3gicas, por citar alg3n ejemplo m3s, los MTDs han sido aplicados con 3xito.

c) Ingenier3a forestal. Algunas de las primer3simas aplicaciones no militares de estos Modelos se produjeron en este campo. El c3lculo de zonas de visibilidad es vital en el emplazamiento de torres de vigilancia contra incendios. Los efectos de las diversas t3cnicas de tala de madera en los procesos de erosi3n del suelo, de poluci3n fluvial o de regeneraci3n forestal est3n claramente influenciados por la pendiente y el aspecto del terreno afectado. La utilizaci3n de MTDs facilita enormemente la evaluaci3n de las diversas alternativas y la optimizaci3n de los resultados.

d) Planificaci3n urbana y regional. La planificaci3n del alcantarillado y de los sistemas de abastecimiento de aguas, y la zonificaci3n del suelo est3n influenciadas en muchas ocasiones por la topograf3a. El dise1o de autopistas y cualquier otro tipo de problema a selecci3n de trazado se ven claramente facilitados si se dispone de una descripci3n digital topogr3fica.

e) Ingeniería civil y minería. Cálculos de capacidad de embalses, de movimiento de tierras, por ejemplo, son tareas claramente facilitadas si se dispone de un MTD de la zona afectada. Frecuentemente este tipo de aplicaciones requieren MTDs de gran densidad. Los MTDs pueden ser especialmente útiles en la localización de rocas industriales en función del análisis de los depósitos fluviales, si se dispone de los procedimientos de recuperación automática de la red y la cuenca fluvial aguas arriba, de un punto cualquiera en la red. Esta técnica es particularmente eficaz en regiones bridas.

f) Sensores Remotos. La interpretación de la información registrada por scanners multiespectrales, tales como el Landsat, Thematic Mapper o Spot, resulta complicada por los efectos derivados de la topografía (sombras y diferentes ángulos de incidencia de los rayos solares sobre el terreno) en las zonas especialmente montañosas. En estos casos se puede utilizar un MTD de la zona en la simulación de los efectos de la topografía en la características de la incidencia y reflejo de la luz solar; los resultados de la simulación son posteriormente utilizados para "corregir" la imagen original y así facilitar la interpretación de otros elementos del paisaje.

g) Finalmente, aunque no menos considerables que las anteriores se encuentran ciertas aplicaciones militares. El ejército americano y más concretamente la DMA (Defense Mapping Agency) ha sido desde el primer momento una institución líder en este tipo de tecnología, aunque por razones de seguridad la mayoría de sus resultados quedan siempre sin publicar. La DMA es muy probablemente el primer productor y consumidor mundial de datos topográficos digitalizados. Las aplicaciones militares de estos modelos van desde su uso en la producción de mapas topográficos hasta su inclusión en los sistemas de navegación automatizada incorporados a muchos misiles actuales. Los MTDs son también utilizados en la solución de problemas de transitabilidad, en cálculo de zonas de visibilidad, y en simulaciones de vuelo y de escenarios bélicos.

### 3. ALGUNOS ASPECTOS DE PARTICULAR INTERÉS.

Vamos a hacer alusión, en este apartado, a dos temas que requieren una primordial consideración en el área de los Modelos Topográficos Digitales. No obstante el tratamiento va a ser muy breve. En el caso de las alternativas de estructuración de modelos, porque recientemente hemos tratado el tema con suficiente extensión (Cebrián y Mark, en trámite de publicación). En el caso de los problemas de precisión, porque vamos a tratarlos con más detenimiento más adelante, en este mismo artículo.

Muy diversas estructuras de datos se han propuesto en la breve historia de los MTDs y el debate continúa abierto, ya que todo el mundo reconoce que todavía no se ha llegado a una solución definitiva. Probablemente se trate de un problema sin solución única y, eso sí, condicionado por la evolución de la

En un extremo del espectro se encuentran las mallas ortogonales regulares. Si se adopta esta estructura los algoritmos de tratamiento de la información se simplifican enormemente. Además, la mayoría de la información topográfica digitalizada disponible (MTDs del USGS, por ejemplo) está estructurada de esta manera. Por otra parte, este tipo de estructura tiene la desventaja de ser radicalmente artificial y no depender del fenómeno concreto representado. Por este motivo la información que contiene puede ser en ocasiones redundante (zonas planas), o en ocasiones insuficiente (zonas muy articuladas).

En el otro extremo se encuentran las estructuras totalmente flexibles, adaptables a la naturaleza de cada configuración topográfica concreta, tales como las mallas de triángulos irregulares. Tienen la ventaja de ser estructuras compactas (normalmente requieren un volumen de datos claramente inferior), aunque la adquisición de los datos referentes a cada vértice en la malla es tremendamente más costosa que en el caso anterior.

Finalmente, entre ambos tipos antagónicos, se encuentra una amplia gama de estructuras que comparte ventajas e inconvenientes de ambos extremos. Tal es el caso de las estructuras adaptables basadas en una descomposición de tipo regular, entre las que se encuentran los "quadrees" (Lauzon y otros, 1985), los "bottrees" (Mark y Cebrián, en preparación), o las que definen el muestreo progresivo (Makarovic, 1973, 1978) y otros métodos semejantes de toma de datos.

Los problemas de precisión de la información no afectan únicamente al establecimiento de MTDs; se trata de un tema compartido por toda la tecnología de cartografía digital y de sistemas de información geográfica. Muy diferentes tipos de errores pueden presentarse en un MTD, dependiendo la importancia de los mismos del tipo de aplicación a que van destinados. Sea cual sea la estructura del MTD, siempre existe la alternativa coste/error. Un tipo de errores está relacionado con la magnitud de la unidad de malla del modelo. Cuando, para reducir el volumen de errores, se reduce el intervalo de malla, el número de puntos necesarios para cubrir la misma zona se incrementa -normalmente en proporción al inverso del cuadrado de la distancia entre dos nodos de la malla-. El costo de almacenamiento tiende a crecer linealmente con el número de puntos y los tiempos requeridos para el tratamiento de la información normalmente crecen en la misma proporción, o más deprisa todavía, dependiendo de los algoritmos. Por supuesto existen otros tipos de errores, algunos de los cuales serán analizados más adelante; tratamiento de errores, control de la calidad de los datos y definición de estándares son problemas muy complejos, relacionados entre sí, que no pueden abordarse en escasas líneas.

#### 4. LA PRODUCCION DE MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES.

Acabamos de comentar en el apartado anterior los diferentes tipos de estructuras de datos que pueden ser utilizadas en el establecimiento de un MTD. No volveremos por ello en lo sucesivo a abordar este tema, asumiendo que, a no ser que se indique explícitamente lo contrario, la estructura básica del modelo es una malla ortogonal regular, ya que ésta es la estructura de propósito general que ha demostrado superior eficacia a la hora de describir una superficie topográfica en el ámbito de un sistema informático.

En la producción de MTDs pueden distinguirse dos fases fundamentales: recogida de la información y detección y corrección de errores. Ninguna de las dos es más importante que la otra. La corrección de errores en un MTD, que durante mucho tiempo se consideró una tarea de escasa importancia, resulta cada vez más importante, a medida que los procesos de adquisición de datos van siendo automatizados cada vez en mayor grado. Como en cualquier otra tarea de digitización, el objetivo es substituir al operador en las tareas meramente rutinarias por alguna máquina "inteligente" que pueda cumplir ese cometido a gran velocidad, aunque incurriendo en una serie de errores. Paralelamente, métodos cada vez más sofisticados de corrección de errores van haciéndose realidad. La mayoría de ellos son procedimientos interactivos, que requieren continuas decisiones de un operador experto. También existen, no obstante, algunos totalmente automatizados.

##### 4.1. Recogida de la información.

Los diferentes métodos de recogida de información topográfica digital actualmente en uso fueron ya anticipados hace años, al mismo tiempo que se definía el concepto de Modelo Topográfico Digital, aunque entonces, por evidentes limitaciones tecnológicas no se pudieran hacer realidad: "El último grado de automatización se conseguiría substituyendo al operador humano por un sensor de barrido automático" (Miller y Laflamme, 1958, p.438). Estos autores, cuyo objetivo inmediato era el desarrollar una descripción numérica de la superficie topográfica con vistas a facilitar el diseño y construcción de carreteras, hablan de dos métodos operativos de recogida de datos topográficos: la medida del mapa y la medida del modelo estereoscópico.

En el momento en que escriben el artículo, la disponibilidad de codificadores analógico-digitales era prácticamente nula. Por este motivo la mayor parte de las tareas que proponen tenían que llevarse a cabo manualmente. No obstante, como acabamos de comentar unas líneas más arriba, los conceptos que introducen son los mismos que rigen hoy día. Además, estos mismos autores sugieren también la automatización de las tareas, aunque no puedan explicar detalladamente el cómo.



#### 4.1.1. La medida del mapa topográfico.

La medida del mapa topográfico ha sido, y continúa siendo un método de producción de MTDs, aunque a lo largo de los años el instrumental de medición haya cambiado muy considerablemente. Los conceptos básicos son realmente muy sencillos. Supongamos que colocamos un plástico transparente, en el que se ha impreso una retícula ortogonal, sobre un mapa topográfico convencional y a continuación intentamos registrar la altitud correspondiente a cada uno de los vértices de la malla. En muy pocas ocasiones una curva de nivel coincidirá con un vértice del retículo (en ese caso la medida es trivial: registrar la cota de la curva de nivel como altitud del vértice). Lo más normal es que esto no ocurra y que, por lo tanto, se tenga que recurrir a recoger información en las proximidades del vértice y a interpolarse el valor que se considere coherente con la información del entorno más próximo.

Para interpolar las altitudes correspondientes a los vértices de una malla ortogonal regular a partir de un mapa de curvas de nivel es necesario tener en cuenta un volumen muy considerable de distancias que se utilizarán en la fórmula de interpolación de cada valor correspondiente a un vértice. En los comienzos del uso de MTDs en diversos problemas de ingeniería, estas distancias eran medidas con la ayuda de una regla. Actualmente, sin embargo, las curvas de nivel son previamente digitizadas. De esta manera el ordenador puede calcular analíticamente todas las distancias necesarias en el procedimiento de interpolación.

Cuatro procedimientos de digitización de curvas de nivel pueden seguirse en la actualidad (Doyle, 1978), aunque sólo tres de ellos son realmente operativos. La digitización de curvas de nivel utilizando un digitizador de mesa, además de ser una tarea costosísima y tremendamente pesada, resulta un método muy proclive a los errores por omisión o duplicación de parte de la información contenida en el mapa. Este método está hoy día totalmente descartado.

La aparición en escena de los digitizadores de líneas fue un paso adelante importante en la solución automatizada de este problema. Lo habitual es utilizar, para su digitización, un poliéster en el que se han impreso las curvas de nivel del original, después de suprimir los títulos de las cotas y de haber completado las curvas en esos puntos. El digitizador barre los bordes del dibujo hasta que detecta una línea, siguiéndola y digitizándola al mismo tiempo hasta agotarla. El operador supervisa el trabajo del digitizador en una pantalla de rayos catódicos, interviniendo cada vez que el digitizador comete algún error de seguimiento de líneas, cada vez que éste no encuentra ningún "camino razonable" que seguir, y, en algunos sistemas, cada vez que se termina de digitizar una línea, para asociar al registro de la serie de pares de coordenadas que la describen un atributo numérico: su cota.

Otra posibilidad es usar un scanner de tambor, o de mesa, para obtener una digitización raster, totalmente automatizada, de un políester en el que típicamente aparecen impresas las curvas de nivel. En este caso, posteriormente, es necesaria una vectorización del fichero digital y la asignación de una cota a cada curva de nivel. Todas estas operaciones, salvo la asignación de cotas a las curvas de nivel, pueden realizarse de manera completamente automatizada, sin necesidad de la asistencia de un operador. Por otra parte, los programas que posibilitan la asignación de cotas a las diferentes isolinneas son cada vez más sofisticados, reduciendo la intervención del operador al mínimo imprescindible. Un paso adelante lo constituye el desarrollo de módulos capaces de reconocer caracteres de imprenta. Existen ya en la actualidad sistemas que, utilizando estas técnicas, ofrecen un "etiquetado" automático de las curvas de nivel. Sólo en casos límite (por ejemplo, cuando la rotulación de una cota ha interceptado varias curvas de nivel muy próximas entre sí) el operador ha de intervenir para resolver una disyuntiva ante la que el programa "se ha quedado perplejo". De lo anterior se deduce que estas técnicas de digitización tienen un gran futuro, a la altura de su presente.

Una última posibilidad de obtención de la versión digital de un conjunto de curvas de nivel la constituye el registro, mediante convertidores analógico-digitales, de los movimientos del punto de referencia de un restituidor fotogramétrico cuando el operador está recorriendo el modelo estereoscópico por puntos de cota constante. Este método permite soslayar la digitización de curvas de nivel impresas, ya que la curva se va digitizando a medida que va siendo definida sobre el par estereoscópico. No vamos, de todas maneras, a extendernos mucho en este aspecto, ya que forma parte propiamente del otro gran grupo de métodos de generación de MTDs a que hemos aludido. Si hemos hecho referencia a él ahora ha sido para presentar en bloque todas las posibilidades de digitización de curvas de nivel asequibles en el momento presente.

Supongamos, pues, que por alguno de los métodos previamente mencionados disponemos de una descripción digital (por series de pares de coordenadas bidimensionales) de las curvas de nivel de un mapa topográfico y que queremos deducir de esta información la serie de altitudes correspondientes a los vértices de una malla ortogonal que cubra el mismo espacio, como modelo, lo más adecuado posible, de la topografía de la zona. Cualquier algoritmo genérico de interpolación puede ser aplicado a la serie de puntos que describen las isolinneas en cuestión, considerándolos aleatoriamente distribuidos espacialmente. No obstante los resultados de estos algoritmos son mucho menos precisos que los de otros algoritmos de interpolación que se han desarrollado específicamente para interpolar puntos en una superficie de la que se tiene una descripción por isolinneas.

Clarke (Clarke y otros, 1982) ha presentado recientemente un elenco de los algoritmos de interpolación a partir de isolinias más conocidos, clasificándolos en cuatro grupos, en función de los criterios que en cada caso se utilizan para escoger los puntos de las curvas de nivel que van a ser utilizados en la interpolación de cada vértice de la malla ortogonal. Nosotros hemos decidido definir cinco grupos para facilitar la exposición, pero los criterios de clasificación son básicamente los mismos.

1. Interpolación lineal entre cada dos puntos pertenecientes a curvas de nivel encontrados en cada una de las direcciones previamente especificadas. El número de direcciones suele ser una, dos o cuatro y los puntos utilizados en la interpolación, por tanto, dos, cuatro u ocho. En el caso de que se utilicen más de dos puntos en la interpolación del nuevo valor, éste resulta de algún tipo de promedio entre los valores interpolados linealmente a partir de cada par de puntos situados en la misma dirección.

2. Interpolación lineal entre dos puntos pertenecientes a curvas de nivel, encontrados en la dirección de mayor pendiente. El número de direcciones posibles normalmente suele estar limitado en cada algoritmo (por ejemplo los dos ejes de coordenadas y las diagonales del primer y tercer y del segundo y cuarto cuadrantes).

3. Interpolación no lineal entre más de dos puntos pertenecientes a curvas de nivel encontrados en una dirección adecuada. La dirección puede ser alguna previamente determinada o la de mayor pendiente. Normalmente se utiliza en la interpolación un polinomio de segundo o tercer grado.

4. Interpolación por ajuste de un plano de regresión a varios puntos próximos, pertenecientes a curvas de nivel, encontrados en una serie de direcciones determinadas previamente.

5. Algoritmos basados en arquitecturas de procesamiento en paralelo. Clarke (ibidem) presenta un ejemplo en el que solamente se utilizan en la interpolación los fragmentos de curvas de nivel que se encuentran en el semiplano a la derecha de la columna del vértice de la malla en curso. Los puntos a la izquierda de dicha columna, indispensable para la interpolación, son, bien puntos ya interpolados, bien puntos auxiliares interpolados linealmente entre éstos. Este tipo de estrategia de barrido de un plano (Lee y Preparata, 1984) se adapta perfectamente a un procesamiento en paralelo, ya que los segmentos que constituyen las curvas de nivel pueden ser clasificados en regiones y el algoritmo aplicado a cada una de ellas simultáneamente.

La figura 1. ilustra los diferentes puntos pertenecientes a curvas de nivel, que serían tenidos en cuenta por los diferentes algoritmos de interpolación, en un caso concreto.

En los test de precisión llevados a cabo por Clarke (ibidem), en términos de la raíz de la media de errores al cuadrado (1), los mejores resultados correspondían a los MDTs derivados utilizando algoritmos que interpolan a lo largo de la dirección de mayor pendiente, tal como se había sugerido hace ya bastantes años (Yoeli, 1975), por tanto que es el método que mejor imita la lectura correcta de un mapa de curvas de nivel. Ninguna diferencia significativa se pudo apreciar entre los resultados de los algoritmos que utilizan interpolación lineal y los de los que utilizan una interpolación polinómica de segundo o tercer grado, siendo por tanto recomendables, por más sencillos, los primeros.

Hasta aquí hemos considerado las diferentes alternativas de interpolación a partir de curvas de nivel digitizadas y los resultados de cada una de ellas por lo que respecta a la precisión del MTD derivado. En los párrafos siguientes vamos a considerar otro factor importante de la precisión de estos modelos, al que ya hemos hecho alusión en el tercer apartado de este artículo: la magnitud de la distancia entre dos vértices consecutivos en la malla.

No existe la más mínima duda de que cuanto mayor es la densidad de la malla del modelo, más fielmente representa esta la superficie topográfica a la que se refiere. No obstante, por los límites que la tecnología actual impone, no podemos decidir a la ligera el disminuir el intervalo de la malla sin considerar antes objetivamente qué incremento en la precisión se va a lograr y a costa de qué precio en almacenamiento de datos y en tiempo de procesamiento de los mismos. Como su propio nombre indica un Modelo Topográfico Digital es eso, un modelo, una aproximación esquemática a la realidad. No se puede por tanto aspirar en este sentido a la mejor representación, que se confundiría con la superficie topográfica y requeriría un número infinito de puntos; si se puede pretender en cambio una adecuada representación que cumpla los requisitos de precisión requeridos por el tipo de uso que se va a hacer de ella.

Desde este punto de vista Doytsher y Shmutter (1982) llevaron a cabo toda una serie de tests para comparar el grado de precisión de distintos MDTs de la misma zona, derivados utilizando los mismos procedimientos, pero variando el intervalo de malla en cada caso. Estos tests demostraron claramente la relación de proporcionalidad inversa existente entre precisión, expresada en unidades de error medio, y magnitud del intervalo de malla. Pero, por otra parte, en una de las comparaciones efectuadas, un resultado interesante quedó de manifiesto. Las altitudes correspondientes a dos mallas diferentes (una de 100 metros de intervalo y la otra de 65 metros) fueron calculadas siguiendo diferentes procedimientos. En el caso de la malla de mayor densidad las altitudes fueron interpoladas a partir de la información disponible, sin ninguna restricción. Al interpolar las altitudes de la malla de 100 metros de intervalo, varios elementos característicos de la topografía de la zona

(divisarias, cursos fluviales, oimas, depresiones, etc.) fueron digitizados e introducidos en el algoritmo de cálculo de altitudes en vértices de la malla como barreras de interpolación. Después de medir las altitudes reales, utilizando un restituidor, correspondientes a los vértices de las mallas interpoladas se calcularon los respectivos errores medios, resultando ser menor el correspondiente a la malla menos densa.

De lo anterior se puede concluir que para usos estándar no es necesario disponer de un malla de gran densidad si ésta ha sido interpolada teniendo en cuenta los elementos más característicos de la topografía de la zona afectada. Como no existe ninguna ley que controle la forma que un elemento lineal puede adoptar, cualquier intento de representarla a partir de datos no relacionados directamente con ella (mediante medidas tomadas en sus proximidades en puntos distribuidos regularmente, por ejemplo) está condenado al fracaso, incluso aunque la densidad de datos sea muy considerable. Basados en los diferentes tests llevados a cabo Doytsher y Shmutter (ibidem) proponen un intervalo de malla en el margen de 4 a 10 mm a la escala final del mapa. Esto supone un ancho de malla de 96 a 240 metros en un mapa de escala 1/24.000, y un ancho de malla de 1 a 2,5 Km en un mapa de escala 1/250.000. Ambos márgenes resultan claramente desproporcionados si consideramos los intervalos de malla adoptados por el USGS en sus series de MTDs de escalas 1/24.000 y 1/250.000 (30 metros y en torno a 90 metros -el intervalo es una medida angular- respectivamente). Tal desproporción puede explicarse por el hecho de que los modelos producidos por el USGS han sido interpolados sin control de puntos o líneas características de la topografía, necesitando por tanto una malla mucho más densa para poder alcanzar los niveles de precisión requeridos para este tipo de productos.

#### 4.1.2. Los métodos fotogramétricos.

Antes de describir los métodos fotogramétricos más usuales en la producción de MTDs, para facilitar su comprensión, vamos a detenernos en la exposición de algunos conceptos fundamentales de fotogrametría.

La fotogrametría, tal como la define la American Society of Photogrammetry (ASP), es la ciencia aplicada que pretende obtener medidas exactas a partir de fotografías de los objetos de la medición. De esta definición se sigue que, a pesar de la importancia de las aplicaciones cartográficas de la fotogrametría, otros campos de medición son también objeto de esta ciencia. En términos generales se puede decir que las técnicas fotogramétricas se pueden utilizar para medir cualquier objeto que pueda ser fotografiado y que su uso resulta claramente ventajoso cuando se trata de medir objetos cuya medida directa resultaría muy difícil o claramente anticóncina.

Miller(1957) presenta una interesante categorización de los diferentes objetos que normalmente requerirán métodos fotogramétricos para su medición. Estos son objetos que

1. Son muy grandes. Una parte de la superficie del planeta, por ejemplo.
2. Son muy pequeños. Un grano de arena o la rugosidad de la superficie de un metal, por ejemplo.
3. Están en movimiento. Una estructura sometida a una carga dinámica, por ejemplo.
4. Están sometidos a un cambio constante. Un fenómeno hidráulico o un glaciar, por ejemplo.
5. Son inaccesibles. Un determinado objetivo estratégico, por ejemplo.
6. Son muy complejos. La deformación del ala de un avión o el cuerpo humano, por ejemplo.

La fotogrametría es fundamentalmente un método de medida espacial. Son objeto de la fotogrametría las medidas de la localización de un cuerpo, su longitud, dirección, tamaño, forma, área, volumen y magnitudes semejantes

Desde el punto de vista geométrico, la fotografía es una proyección de una perspectiva del objeto fotografiado. En una perspectiva todos los rayos procedentes del objeto convergen en un punto, siendo la proyección de la perspectiva la traza de la intersección de los rayos convergentes con un plano. El plano de la película o placa fotográfica es el plano de intersección. La métrica de la fotografía permite la recuperación del punto de convergencia de los rayos procedentes del objeto, tanto física como matemáticamente, y una vez recuperado el foco (punto de convergencia), la reconstrucción de los rayos mismos.

Vamos a ver en primer lugar cómo se efectúa la reconstrucción física del objeto tridimensional fotografiado y el instrumento que la permite.

Cuando se toma la fotografía, los rayos procedentes del objeto incidieron en la película o placa fotográfica. Si colocamos en la misma posición de la cámara un proyector (que puede ser considerado desde el punto de vista geométrico similar a la cámara, ya que la única diferencia es que invierte el sentido de los rayos luminosos), los rayos volverán a su punto de origen en el objeto. De manera semejante, si disponemos de un segundo proyector situado en otra posición de la cámara proyectando la fotografía correspondiente, los rayos procedentes de un punto imagen que aparezca en ambas fotografías se encontrarán en el espacio en el lugar de su punto (en el objeto) de origen común. En estas condiciones estamos proyectando un modelo tridimensional que coincide en el espacio con el objeto

original. No obstante el modelo espacial formado no puede ser percibido, a no ser que a cada ojo se le presente únicamente una de las dos imágenes proyectadas. Cuando esto es así, el cerebro fundirá las dos imágenes en un único modelo tridimensional.

Para poder efectuar medidas sobre el modelo estereoscópico que sean válidas como medidas del objeto original se requiere conocer la escala del modelo y su localización en un sistema de referencia establecido. La escala y la orientación del modelo pueden ser determinadas si se conoce la posición horizontal de dos puntos en el modelo. A continuación, para establecer un plano horizontal de referencia, de manera que planos horizontales en el objeto sean también planos horizontales en el modelo, se necesita conocer las diferencias en altitud de tres puntos (ya que tres puntos determinan un plano) en el modelo. Si se trata de la compilación de un mapa topográfico, interesa que las altitudes estén referidas a un datum preestablecido (el nivel medio del mar, por ejemplo); en este caso se requiere conocer, además, la altitud respecto del datum adoptado de uno de los tres puntos utilizados en la definición del plano horizontal de referencia.

Finalmente, para tomar medidas en el modelo estereoscópico, se introduce un punto visible de referencia, que puede ser movido libremente en el espacio imagen, calibrado de manera que sus coordenadas tridimensionales son siempre conocidas. Como lo normal es que en la medida del modelo interesa conocer un gran número de posiciones del punto de referencia, se debe disponer de un medio de registro automatizado de éstas.

El instrumento que posibilita la formación del modelo estereoscópico, su medida y el registro de ésta es el restituidor fotogramétrico. Durante mucho tiempo, el único medio de registro de los resultados de la operación de un restituidor fue el dibujo de la proyección horizontal de los movimientos de la señal de referencia en el espacio imagen. Los instrumentos fotogramétricos de nueva generación disponen de codificadores analógico-digitales, de manera que la salida de información de tales instrumentos es un fichero digital que contiene las coordenadas tridimensionales de todos los puntos visitados por el punto de referencia en una sesión de trabajo. Si se necesita un dibujo de estos movimientos, el fichero de coordenadas, después de corregidos los posibles errores que pudiera contener, se utilizará para controlar los movimientos del plotter incremental que reproducirá la imagen deseada.

La reconstrucción matemática de un objeto tridimensional a partir de un par de fotografías, puede llevarse a cabo mediante una serie de transformaciones lineales (para una explicación más detallada que la que presentamos a continuación, ver, por ejemplo, Rogers y Adams, 1976, capítulos 2 y 3).

Como señalábamos unos párrafos más arriba, una fotografía es una proyección de una perspectiva de un objeto tridimensional. Una proyección de una perspectiva es una transformación del espacio  $n$ -dimensional en el espacio  $n-1$ -dimensional.

Utilizando coordenadas homogéneas (Rogers y Adams, ibidem) un punto del espacio tridimensional puede ser representado por el vector o 4-pla  $[x \ y \ z \ 1]$ . Una perspectiva es una transformación que puede ser representada, en general, por una matriz de cuatro filas y cuatro columnas cuyos tres primeros elementos de la cuarta columna son, al menos uno de ellos, distintos de cero.

El punto P de coordenadas  $[X/H \ Y/H \ Z/H \ 1]$  es la imagen del punto p,  $[x \ y \ z \ 1]$ , en una perspectiva, si se cumple la siguiente igualdad.

$$[X \ Y \ Z \ H] = [x \ y \ z \ 1] T_1$$

en la que  $T_1$  es la matriz.

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}$$

tal que  $T_{14}$  y/o  $T_{24}$  y/o  $T_{34} \neq 0$ .

Una proyección en un plano determinado, por ejemplo en el plano  $z = 0$ , puede ser representada por la siguiente matriz.

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La concatenación de una perspectiva y una posterior proyección puede ser expresada algebraicamente por la matriz

$$T = T_2 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{bmatrix} .$$

Sea P,  $[X/H \ Y/H \ Z/H \ 1]$  la imagen de p,  $[x \ y \ z \ 1]$  una vez llevadas a cabo la perspectiva y la posterior proyección. Podemos escribir

$$[X \ Y \ Z \ H] = [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{bmatrix} = [X \ Y \ 0 \ H] = \\ = H[X/H \ Y/H \ 0 \ 1] .$$



Denotemos a  $X/H$  y  $Y/H$ , coordenadas del punto imagen, por  $x^*$  y  $y^*$  respectivamente. La expresión matricial anterior puede ser desarrollada en el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$[1.a] T_{11} x + T_{21} y + T_{31} z + T_{41} = H x^*$$

$$[1.b] T_{12} x + T_{22} y + T_{32} z + T_{42} = H y^*$$

$$[1.c] T_{14} x + T_{24} y + T_{34} z + T_{44} = H$$

Sustituyendo el valor de  $H$  en [1.a] y en [1.b], tenemos

$$[2.a] T_{11} x + T_{21} y + T_{31} z + T_{41} - T_{14} x x^* - T_{24} y x^* - T_{34} z x^* - T_{44} x^* = 0$$

$$[2.b] T_{12} x + T_{22} y + T_{32} z + T_{42} - T_{14} x y^* - T_{24} y y^* - T_{34} z y^* - T_{44} y^* = 0$$

Supongamos ahora que conocemos las coordenadas en el espacio imagen y en el espacio objeto de seis puntos no coplanares. Aplicando a cada uno de esos puntos las ecuaciones [2.a] y [2.b] obtenemos un sistema de doce ecuaciones lineales con doce incógnitas (los coeficientes de la transformación). Resolviendo este sistema, los coeficientes de la transformación pueden emplearse posteriormente para determinar la localización en el espacio objeto de puntos de los que se conoce su posición en el espacio imagen (fotografía). Pero para ello necesitamos conocer las coordenadas de su imagen en dos fotografías distintas.

Las ecuaciones [2.a] y [2.b] correspondientes a la primera fotografía serán:

$$[3.a] (T_{11} - T_{14} x^*) x + (T_{21} - T_{24} x^*) y + (T_{31} - T_{34} x^*) z + (T_{41} - T_{44} x^*) = 0$$

$$[3.b] (T_{12} - T_{14} y^*) x + (T_{22} - T_{24} y^*) y + (T_{32} - T_{34} y^*) z + (T_{42} - T_{44} y^*) = 0$$

Las correspondientes a la segunda:

$$[3.c] (T'_{11} - T'_{14} x'^*) x + (T'_{21} - T'_{24} x'^*) y + (T'_{31} - T'_{34} x'^*) z + (T'_{41} - T'_{44} x'^*) = 0$$

$$[3.d] (T'_{12} - T'_{14} y'^*) x + (T'_{22} - T'_{24} y'^*) y + (T'_{32} - T'_{34} y'^*) z + (T'_{42} - T'_{44} y'^*) = 0$$

Este sistema de cuatro ecuaciones y tres incógnitas puede ser resuelto por alguna de las técnicas habituales de ajuste.

Las máquinas que realizan restitución de relieve utilizando los métodos descritos en estos últimos párrafos son instrumentos fotogramétricos equipados con módulos de correlación automática de imágenes.

Estos equipos trabajan, básicamente en tres fases (Yoeli, 1975). En primer término el par de fotografías que sirven de base al modelo fotogramétrico son digitizadas utilizando un scanner. A partir de ese momento no se trabaja ya más con las fotografías propiamente dichas, solamente con sus versiones digitales raster. A continuación los coeficientes de transformación de cada fotografía son determinados a partir de las coordenadas en el terreno y en la imagen digital de seis puntos de control fácilmente identificables. Finalmente, y ésta es la fase más sofisticada, el módulo de correlación automática de imágenes identifica a partir de las dos fotografías digitizadas toda una serie de pares de puntos homólogos (que representan la misma posición de terreno en el espacio objeto), calculando en función de sus coordenadas en las imágenes digitales y de los coeficientes de transformación calculados previamente, las coordenadas terreno de la posición que representan. Normalmente la serie de puntos restituidos se encuentran espaciados regularmente en ambas dimensiones horizontales, definiendo una malla ortogonal. Por este motivo, normalmente, el resultado de este tipo de restitución es una matriz de elevaciones que se corresponden con los vértices de la malla, cuyos parámetros también proporciona el módulo de correlación automática de imágenes. Los instrumentos que funcionan según acabamos de explicar se utilizan normalmente en producción automática de ortofotomapas (2), siendo el MTD resultante sólo un subproducto. A pesar de ello, por el elevado grado de automatización alcanzado, los MTDs producidos por esta vía constituyen la gran mayoría de los actualmente adquiribles en instituciones como el USGS (Allam (1978a y 1978b), Allder y otros (1982), El assal y Caruso (1983), Doyle (1978) y Wong(1982)).

Una vez descritos con un cierto detalle los métodos que permiten la reconstrucción de relieve a partir de fotografías aéreas, vamos ahora a detenernos en los diversos modos de muestreo del modelo estereoscópico y sus respectivas ventajas e inconvenientes desde el punto de vista de la producción de MTDs.

Simplificando un poco la presentación de los diferentes modos de muestreo fotogramétrico de Torlegard(1981), podemos afirmar que un modelo estereoscópico puede ser muestreado

1. En puntos aleatorios.
2. En lugares característicos de la topografía de la zona en cuestión (puntos y líneas).
3. En perfiles.
4. En puntos de una malla regular.

## 5. Siguiendo puntos de igual cota.

El muestreo del modelo en puntos aleatorios, aunque posible, no parece un método apropiado para describir una superficie topográfica y ningún autor lo propone.

El muestreo siguiendo puntos de igual cota, produciendo curvas de nivel es algo más que una herencia de la etapa cartográfica predigital. Este tipo de muestreo incluye muchas de las características positivas de otros tipos de muestreo (Clarke y otros, 1982). Es un muestreo selectivo en tanto que cimas aisladas, líneas de ruptura de pendiente, divisorias, fondos de valle y otras características morfológicas son registradas explícita o implícitamente durante la compilación de curvas de nivel. Es también un modo de muestreo homogéneo en tanto que todas las partes del modelo estereoscópico son consideradas, y un modo de muestreo progresivo en tanto la densidad de datos es mayor en las zonas de relieve más articulado. La estructura de las curvas de nivel depende de la geomorfología local, mientras que el intervalo entre dos curvas de nivel consecutivas acota el rango de las posibles altitudes no registradas. Otros modos de muestreo de uso habitual, perfiles o mallas regulares tienen una estructura que no está basada en las características del terreno concreto que se está reconstituyendo y, por tanto, el interpolar a partir de ellos altitudes en puntos no muestreados puede producir representaciones claramente erróneas. La única, aunque no trivial, desventaja del modo de muestreo que estamos analizando es que no puede ser automatizado, siendo por tanto una tarea que requiere una inversión de trabajo humano especializado muy considerable. En nuestra opinión es un método adecuado para la generación de MTDs de calidad a plazo medio. El USGS, por ejemplo, mientras produce a gran velocidad, utilizando otros medios, MTDs de calidad media, también está produciendo MTDs de mayor calidad, a un ritmo más reposado, a partir de las curvas de nivel de mapas ya impresos o de las generadas en un reconstituidor analítico (con salida digital).

La principal ventaja del muestreo en perfiles o en mallas regulares es que pueden ser parcial o totalmente automatizado. La principal desventaja, como hemos comentado en el párrafo anterior, es que se trata de estructuras rígidas difícilmente adaptables a las características propias del terreno a reconstituir y que no permiten una interpolación satisfactoria en puntos intermedios. Doytsher y Shmutter (1982) han propuesto diversas alternativas para hacer frente a estas desventajas. Descartan, sin duda, el muestreo en forma de malla regular de baja densidad y proponen, como posible solución el muestreo en perfiles, registrando los puntos más significativos a lo largo de ellos (máximos, mínimos y puntos de inflexión). Otra solución posible es combinar el anterior modo de muestreo con el registro de las más sobresalientes características del terreno, que actuarán como barreras de interpolación en el cálculo posterior de altitudes en vértices de una malla regular. Otra solución, que estos autores no mencionan, pero que es la adoptada por varias instituciones oficialmente responsables de la cartografía

topográfica nacional, es la restitución totalmente automatizada de una malla de altitudes de gran densidad. Esta solución está justificada si se necesita una digitización masiva y rápida de la topografía de amplias zonas.

El muestreo en puntos y líneas característicos del terreno tampoco puede automatizarse en un contexto de producción y siempre resulta menos preciso que la compilación de curvas de nivel. En un contexto de producción de MTDs de propósito general no parece, por sí solo, un modo de muestreo adecuado. Si, en cambio, puede ser operativa la utilización de la descripción de pocos, pero los más significativos, líneas y puntos característicos del terreno para controlar la interpolación de MTDs a partir de modos de muestreo automático o semiautomático.

#### 4.1.3. Estandarización.

El resultado de las tareas hasta ahora descritas es una malla regular de altitudes, correspondiente a una reducida porción de terreno, establecida por alguno de los múltiples métodos a que hemos hecho alusión en apartados anteriores. A partir de ahora vamos a considerar toda una serie de tratamientos a que estos datos deben aún ser sometidos, antes de ser incluidos definitivamente en una base de datos consistente.

Cuando se decide establecer una base de datos de cualquier índole, una de las primeras y principales tareas es la definición de la serie de requisitos que cualquier conjunto de datos debe cumplir, antes de ser incluido en ella. Estos estándares han de ser inequívocos y exhaustivos en la medida de lo posible. Existen varios niveles de definición de estándares. En esta presentación sólo nos interesa el nivel de definición de estándares más genérico, o lógico, ya que no estamos intentando explicar como ha de organizarse detalladamente la información y representarse en forma de ficheros y registros sobre un determinado soporte informático (nivel físico). Como ejemplos de estándares genéricos podemos señalar algunos de los definidos por el USGS referentes a MTDs.

1. Cada MTD ha de ser un conjunto de valores de altitud que se correspondan con una malla regular de puntos en una proyección UTM.
2. Las altitudes estarán archivadas en perfiles, siendo el intervalo a lo largo de un perfil y entre dos perfiles el mismo: 30 metros.
3. La superficie cubierta por cada MTD será de 7.5 minutos en latitud por 7.5 minutos en longitud.

Otro tipo de especificaciones de tipo genérico hacen relación a la calidad de los datos y van a ser comentadas en sucesivos apartados. Ahora lo que pretendemos considerar es el hecho de que un único sistema de referencias, o coordenadas, ha de presidir toda la base de datos. Por lo tanto, cualquier MTD que no cumpla este requisito ha de ser modificado en cierto modo. En definitiva, ha de ser interpolado de nuevo, no a partir de los datos originales sino a partir de los datos ya derivados y referidos a esa malla que no se corresponde con el sistema de coordenadas general. En breves palabras, el procedimiento consiste en definir sobre la misma zona que ocupa el MTD una nueva malla coherente con el sistema de coordenadas de la base de datos, interpolando la altitud de cada vértice en el nuevo retículo a partir de las altitudes de los nodos de la malla antigua más próximos.

#### 4.2. Detección y corrección de errores.

Sea cual sea el procedimiento que se haya seguido en la producción de un MTD, siempre existen errores de mayor o menor importancia, que es necesario corregir antes de dar el visto bueno a su entrada en la base de datos topográficos. Por este motivo es necesario establecer controles de calidad y procedimientos de corrección de errores en diversos momentos del proceso de producción

##### 4.2.1. Controles de calidad.

Al hablar de errores en un MTD no podemos de dejar de tener en cuenta una interesante distinción apuntada recientemente (Doytsher y Shmutter, 1982) entre la naturaleza de los datos geodésicos y la de los datos topográficos. Estos autores comentan, con razón, que mientras un dato geodésico está definido cuantitativamente, en términos de coordenadas y altitud, un dato topográfico frecuentemente también acarrea una mayor o menor información cualitativa. Pero más importante aún es que mientras un dato geodésico sólo se representa a sí mismo, un dato topográfico representa no sólo su propia localización sino también, en cierto modo, sus inmediatos alrededores. Una determinada altitud en un MTD es, por tanto, un dato bidimensional, no puntual. Ciertos procedimientos utilizados en la producción de MTDs, las interpolaciones por ejemplo, corroboran esta afirmación. Por este motivo, la precisión de un MTD no puede medirse solamente por la precisión de las altitudes correspondientes a los vértices de la malla. Las medidas de esta precisión constituyen, sin duda, un primer test de consistencia, pero posteriormente otros controles han de realizarse.

Entre las medidas estadísticas del error correspondiente a los vértices de la malla del modelo, la más extendida, sin duda, es el cálculo del error medio (1), bien en unidades de longitud, bien en porcentajes del intervalo entre curvas de nivel (Clarke y otros, 1982). Diversos análisis estadísticos (Allder y otros, 1982) parecen indicar que el error medio debe ser inferior a un tercio del intervalo que se pretenda utilizar en la compilación de curvas de nivel a partir del MTD, si se mantienen los actuales estándares de precisión vertical.

Doytsher y Shmutter (1982) señalan la necesidad de definir procedimientos de medida del error geomorfológico presente en el modelo, más allá de su precisión satisfactoria en términos de altitudes correspondientes a sus vértices. Sin proponer ningún test concreto, afirman la necesidad de examinar también la validez de la información que se puede deducir del modelo (curvas de nivel, perfiles, etc.). Clarke (Clarke y otros, 1982) propone dibujar las curvas de nivel de la superficie de error en porcentajes y examinar la distribución de las curvas de nivel 10% y superiores. Según estos autores un MTD de alta fidelidad debe producir una distribución aleatoria de las curvas de nivel 10% y superiores de la superficie de error. En el USGS se utilizan dos principales tipos de control. En primer lugar, varios tests evalúan el monto total de importantes discontinuidades topográficas, mediante la detección de cambios de pendiente anómalos. Posteriormente se procede a la inspección visual del modelo utilizando para ello una pantalla gráfica de color de gran resolución. Los tipos de representación del relieve utilizados son: coloración hipsométrica, relieve sombreado y vistas estereoscópicas. En esta inspección visual del MTD el operador dispone normalmente de la foto aérea original, o de un ortofotomapa o de un mapa impreso de la zona, como puntos de referencia para la localización de posibles errores.

#### 4.2.2. Procedimientos de corrección de errores.

Posteriormente a la detección de errores, o simultáneamente en algunos casos, el MTD debe ser corregido y filtrado.

Dos tipos de corrección de errores presentes en MTD pueden distinguirse: correcciones de errores leves, pero con una cierta repercusión en la calidad de la representación visual del relieve, y corrección de errores importantes (DeGree y McCausland, 1985). Entre los primeros tipos de correcciones se encontrarían, por ejemplo, la corrección de pequeñas discontinuidades en los bordes de las diversas porciones originales que han sido fundidas en un único modelo, o el retocado de las líneas de borde de los elementos hidrológicos, o la eliminación de un ligero e incorrecto buzamiento de la superficie topográfica en algunas áreas. Errores importantes a corregir son, por ejemplo, la omisión de determinados puntos en un perfil, que han de ser calculados utilizando algún promedio de los valores próximos, la corrección de zonas (lagos, zonas nevadas, determinados cultivos) en las que los restituidores automáticos no pueden establecer correlaciones adecuadas, cometiendo, por

tanto, errores, o la eliminaci3n de alg3n error puntual aislado, que no tiene repercusi3n apenas en el valor del error medio del modelo, pero que resulta claramente incorrecto.

La mayoria de las correcciones se realizan interactivamente, en un dilogo operador-sistema, utilizando a la vez un terminal alfanum3rico y un terminal gr3fico. No obstante, como veremos m3s adelante algunas pueden llevarse a cabo de forma completamente automatizada.

En el USGS se ha desarrollado un modulo interactivo de correcci3n de errores en MTDs, cuya descripci3n (De Gree y McCausland, 1985) resulta un excelente ejemplo del tipo de medios de que se dispone en la actualidad para depurar informaci3n espacial digitizada.

El sistema ofrece tres tipos de modificaci3n de valores en el MTD, tanto en elementos puntuales como en zonas definidas por el poligono circunscrito: promedio de valores pr3ximos, sustituci3n e incremento/decremento. El operador ha de decidir que tipo de modificaci3n ha de aplicarse en cada caso concreto.

En la correcci3n de errores puntuales el operador apunta, utilizando el cursor gr3fico, al error localizado. El sistema utiliza las coordenadas del cursor para recuperar las altitudes del punto se3alado y de sus vecinos, que forman una matriz de 64x64 elementos. De esta matriz, el sistema reproduce en el terminal alfanum3rico s3lo la porci3n m3s pr3xima al punto en cuesti3n, una matriz de 10x10 elementos, y pregunta qu3 tipo de modificaci3n ha de aplicarse al elemento err3neo. Cada vez que el usuario mueve el cursor, una nueva matriz de 64x64 elementos, centrada sobre la localizaci3n apuntada, es recuperada y una nueva matriz de 10x10 reproducida en la pantalla alfanum3rica. Cada vez que un valor es corregido, la matriz de 64x64 elementos es actualizada y, cuando el operador deja de corregir altitudes en esa zona, grabada en el fichero original sustituyendo a la anterior versi3n.

En la correcci3n de errores zonales, el operador enmarca utilizando el cursor gr3fico la porci3n de la imagen afectada y decide el tipo de modificaci3n que va a afectar a todos los elementos interiores al poligono definido. Despues de verificarse la correcci3n, la representaci3n de esa zona en el terminal gr3fico es actualizada.

El sistema permite tambi3n la inclusi3n de elementos espaciales en la imagen, a partir de mapas u ortofotomapas, utilizando un digitizador de mesa.

La mayoria de las correcciones que pueden realizarse de forma totalmente automatizada suelen ser filtrados digitales de alg3n tipo de anomal3a m3s o menos uniformemente distribuida por todo el modelo. No obstante, recientemente, se est3n consiguiendo automatizar totalmente tareas de correcci3n m3s complicadas. Wong(1982) ha descrito la automatizaci3n de la correcci3n del MTD

con vistas a evitar incoherencias entre el trazado de curvas de nivel y el de los cursos fluviales. El procedimiento supone como entrada de información el MTD y la digitización en dos dimensiones de la red fluvial. La primera fase consiste en el cálculo de la altitud de todos los nodos en la red, utilizando la media aritmética de las altitudes de los cuatro vértices del modelo más próximos. A continuación la altitud de todos los demás puntos digitizados de la red se calcula, asumiendo que la altitud varía linealmente entre cada dos nodos. Finalmente, las altitudes en una banda, de anchura doble a la del intervalo de la malla del modelo, a lo largo de toda la red fluvial, se modifican asumiendo que la altitud varía linealmente en ambas vertientes de un valle fluvial.

## 5. EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACION. ALGUNOS EJEMPLOS.

En las restantes páginas de este artículo presentamos algunos tratamientos típicos de la información contenida en un MDT, con la intención de mostrar algunos de los algoritmos frecuentemente utilizados en este campo.

### 5.1. Cálculo de pendientes y aspectos del terreno.

Como comentábamos en el apartado dedicado a pasar revista a las principales aplicaciones de los MTDs, el cálculo de pendientes y aspectos del terreno es un requisito en planificación urbana y regional, explotación forestal, ciencias de la tierra, o corrección de imágenes procedentes de sensores remotos, por citar algunos ejemplos.

Existen varios métodos sencillos de cálculo de estos atributos topográficos. Todos ellos asumen que las altitudes correspondientes a los vértices de la malla son puntuales y que los cuatro puntos que definen cada elemento unitario de la malla son coplanares en el espacio tridimensional (Yoeli, 1965, 1966, 1967; Sharpnack y Akin, 1969; Peucker y otros, 1975; Hornonier, 1982; Kikuchi y otros, 1982).

Yoeli (1965, 1966, 1967) y Peucker (Peucker y otros, 1975) definen el plano que contiene a los cuatro vértices del elemento de la malla mediante dos vectores  $u$  y  $v$  cuyas coordenadas son  $[1 \ 0 \ ((z_2 - z_1) + (z_3 - z_4))/2]$  y  $[0 \ 1 \ ((z_4 - z_1) + (z_3 - z_2))/2]$  respectivamente, asumiendo un origen local de coordenadas en el vértice inferior izquierdo.  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  y  $z_4$  son las altitudes de los cuatro vértices del elemento de la malla, comenzando por el que es origen de coordenadas y continuando en sentido contrario a las agujas del reloj.



Kikuchi (Kikuchi y otros, 1982) sigue el mismo tipo de razonamiento que los dos autores mencionados hace un momento, pero en vez de considerar las altitudes de los cuatro vértices del elemento de la malla para definir la coordenada z de los dos vectores que caracterizan el plano, sólo considera tres de ellos. Usando la notación del párrafo anterior los dos vectores u y v tienen por coordenadas:

$$[1 \ 0 \ (z_2 - z_1)] \text{ y } [0 \ 1 \ (z_4 - z_1)].$$

El plano definido sobre el elemento de la malla puede ser representado por su vector unidad perpendicular. Este último puede ser calculado evaluando el producto vectorial de los dos vectores contenidos en el plano.

$$\begin{array}{l} \text{coordenadas de u } [1 \ 0 \ z_u] \\ \text{coordenadas de v } [0 \ 1 \ z_v] \end{array}$$

$$u \times v = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & z_u \\ 0 & 1 & z_v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & z_u \\ 1 & z_v \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & z_u \\ 0 & z_v \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} z = Ax + By + Cz$$

$$A = -z_u ; B = -z_v ; C = 1.$$

[A B C] son las coordenadas de un vector perpendicular al plano en cuestión. Por definición, el vector unidad de esa misma dirección tendrá por coordenadas

$$[X_1 = A/(A^2+B^2+C^2)^{1/2} \quad Y_1 = B/(A^2+B^2+C^2)^{1/2} \quad Z_1 = C/(A^2+B^2+C^2)^{1/2}]$$

La pendiente del plano del elemento de la malla es un ángulo igual al que forman el vector perpendicular unidad y la dirección vertical. El aspecto de ese mismo plano es equivalente al ángulo que forman el vector perpendicular unidad y la dirección del eje y. Las coordenadas de un vector unidad son sus cosenos directores. Por lo tanto

$$\text{pendiente del plano} = \arccos Z_1, \text{ y aspecto del plano} = \arccos Y_1, \text{ or } \arctan X_1/Y_1.$$

Monmonier (1982, pp 76-78) propone un solución diferente basada en el cálculo de las derivadas parciales de la función lineal  $z = f(x,y)$  a la que se supone pertenecen los cuatro vértices del elemento del plano.

## 5.2. Determinación de sombras.

La aplicación más importante de estos cálculos es la corrección de imágenes procedentes de sensores remotos. Al determinar y posteriormente remover los efectos del relieve en estas imágenes, el análisis de otros aspectos espaciales se facilita enormemente.

A continuación presentamos un conciso algoritmo de cálculo de sombras en un perfil. De acuerdo con la notación empleada en la figura 2., el texto del algoritmo es el siguiente.

```
procedure sombras (z,n,dist,altitud)
```

```
/* procedimiento de cálculo de las partes de un perfil en  
sombra, asumiendo que el perfil es iluminado desde uno de  
sus extremos por una fuente de luz (el sol), que se  
encuentra "altitud" grados sobre el horizonte. */
```

```
real vector z[];  
integer n,dist;  
real altitud;
```

```
begin
```

```
real z1,horizon_z1,tangent;  
binary sombra,sol;  
binary vector estado[];
```

```
sombra := 1;  
sol := 0;  
tangent := tan(altitud);  
horizon_z1 := z[0];
```

```
for (i = 1 to n-1) do
```

```
begin
```

```
z1 := z[i] + tangent*(i*dist);
```

```
if (z1 < horizon_z1)  
then estado[i] := sombra;  
else
```

```
begin
```

```
estado[i] := sol;  
horizon_z1 := z1;
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

El algoritmo que calcula zonas en sombra ha de realizar esta misma operación con cada uno de los perfiles de una serie, paralelos entre sí y en la dirección de los rayos solares.

### 5.3. Identificación de cauces y cuencas fluviales.

Una serie de trabajos realizados en los últimos años ha demostrado que el uso de MTDs puede ser muy interesante en estudios de cuencas fluviales. La dirección de exorrenia de cada elemento de la malla del MTD puede ser determinada, y los cauces fluviales, identificados. Las divisorias también pueden ser determinadas. Estos datos pueden luego ser utilizados en estudios de la topología y geometría de la red fluvial y, también, como información de partida en modelos de descarga y erosión fluvial.

A partir de un MTD se pueden determinar la dirección de exorrenia en cada elemento de la malla. Estas direcciones representan "la mejor conjetura" de hacia donde vertirá el agua O'Callaghan y Mark (1984) han presentado recientemente algoritmos para la reconstrucción de cauces, cuencas y divisorias fluviales utilizando este criterio de dirección de exorrenia.

Uno de los mayores problemas de esta aproximación "hidrológica" es la frecuente presencia de "falsas depresiones" en un MTD. En un MTD aparece una depresión cada vez que la altitud de un punto es inferior a la de todos sus "vecinos". Depresiones de magnitud superior al metro son muy raras en la mayoría de los paisajes terrestres (paisajes karsticos, depósitos glaciares y paisajes producto de la deposición de materiales acarreados por erosión eólica son algunas de las excepciones importantes) y, por tanto, en paisajes de erosión fluvial todas estas depresiones pueden considerarse un resultado de la representación de la topografía mediante un modelo digital. El algoritmo de O'Callaghan y Mark (1984) asume que todas las depresiones que se encuentran son falsas y utiliza un procedimiento iterativo para definir la dirección de exorrenia desde cada una de éstas que, básicamente, simula una colmatación de la depresión.

Dos aproximaciones distintas al problema de la identificación de cauces fluviales fueron propuestas por Peucker y Douglas (1975). Uno de los dos métodos se basa en la identificación explícita de puntos significativos de la topografía (cimas, divisorias, depresiones, etc) y es, básicamente una extensión del modelo topológico propuesto por Greysukh (1966). El otro método está basado en la identificación de puntos localmente ocavos. El algoritmo de Douglas (Peucker y Douglas, 1975) es elegantemente sencillo: en un solo barrido del MTD se examina cada conjunto de cuatro vértices mutuamente adyacentes y se marca con una señal al más alto de ellos. Después todo vértice no señalado pertenece a la superficie ocupada por la red fluvial. Divisorias pueden ser identificadas por un algoritmo muy semejante, marcando el punto de menor altitud en cada comparación. Mark (1983, 1984) ha implementado este algoritmo demostrando que, trabajando con los MTD que se encuentran a disposición, generados por reconstituidores automáticos, el algoritmo genera un gran número de puntos pertenecientes a la red fluvial aislados. Si se filtra el MTD este efecto es menor, pero

entonces se pueden producir fragmentaciones de los cauces reales. Atn en condiciones óptimas, hay que subrayar que este método no produce más que individuos aislados que stlo al cartografiarlos el ojo humano los puede integrar. Para representar al nivel de los datos las estructuras fluviales se requiría un posterior tratamiento que verificara algún tipo de identificación de componentes conexas.

Recientemente, Jensen(1984,1985) ha descrito un algoritmo que combina ambas aproximaciones, la basada en los flujos de exorrenia y la basada en la geometría local del MTD. Es muy probable que este tipo de solucitn híbrida produzca los mejores resultados, sobre todo si, además, se dispone de la digitizacitn bidimensional de la red para controlar la definicitn de cauces en el modelo tridimensional. Esto último será especialmente útil en el caso de zonas de relieve poco contrastado, en las que los algoritmos descritos tienden a "perderse" con gran facilidad

## NOTAS.

(1) La raíz del cuadrado del error medio es una medida de la precisión global del Modelo Topográfico Digital. Su expresión analítica es la siguiente:

$$\left[ \frac{\sum_{i=1}^n (ZT_i - ZDEM_i)^2}{n} \right]^{1/2}$$

Donde ZT = altitudes medidas sobre el terreno con gran precisión de una serie de puntos de control; ZDEM = altitudes de los mismos puntos en el MTD; n = número de puntos de control.

En lo sucesivo, en este artículo, utilizaremos el término error medio, simplemente.

Los requisitos de precisión de un MTD se suelen establecer recurriendo a este estadístico. El USGS, por ejemplo, garantiza que los MTD que distribuye tienen un error medio inferior a 7 metros.

(2) Un ortofotomapa es el resultado de imprimir una fotografía aérea, después de remover de esta las distorsiones producidas por el relieve. Un ortofotomapa, no así una fotografía aérea, es correcto desde un punto de vista planimétrico. La producción de ortofotomapas se realiza exponiendo sistemáticamente una pequeña porción de la película sensible a la proyección de una foto aérea, ajustándose la proyección en cada caso a la altitud del terreno que aparece en la pequeña escena. En la producción de un ortofotomapa es indispensable la generación de un MTD, que puede ser archivado para su posterior acabado y para su utilización en muchas otras aplicaciones.

## BIBLIOGRAFIA.

- Ackermann, F., 1978, "Experimental investigation into the accuracy of contouring". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 165-192.
- Allam, M. M., 1978a, "DTM application in topographic mapping". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 44, pp. 1513-1520.
- Allam, M. M., 1978b, "DTM's application in topographic mapping". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 1-15.
- Allam, M. M., 1982a, "Acquisition of digital topographic data and the need for a standardized digital data base". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 1-11.
- Allam, M. M., 1982b, "Filtering and editing of automatically generated digital elevation models". Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium, Helsinki.
- Allam, M. M. y Wong, C. K., 1976, "Gridding topographical surfaces". Proceedings of the XIII Congress of the International Society for Photogrammetry, Helsinki.
- Alder, W. R., Caruso, V. M., Pearsall, R. A., y Troup, M. I., 1982, "An overview of digital elevation model production at the United States Geological Survey". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 23-32.
- Amidon, E. L., y Elsner, G. H., 1968, Delineating landscape view areas-- a computer approach. USDA Forest Service, Pacific SW Forest and Range Experiment Station, Research Note PSW-180, Berkeley, California.
- Ayeni, O., 1976, "Objective terrain description and classification for digital terrain models". Paper presented to International Society of Photogrammetry, Commission IV, Mathematical Analysis of Data. Helsinki, Finland, July 1976.
- Ayeni, O. O., 1978, "Automated digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 274-306.
- Barrera, R., y Vazquez, A. M., 1984, "A hierarchical method for representing terrain relief". Proceedings, Pacora 9 (IEEE), pp. 87-92.
- Bernard, A., 1982, "Digitization of relief data and exploitation of digital terrain models at I.G.N. (France)". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 65-73.
- Bertram, S., 1969, "The UNAMACE and the automatic photomapper". Photogrammetric Engineering, v. 35, pp. 576-596.
- Bethel, J., Crawley, B. C., Shepphird, G., y Hussain, M., 1978, "The automated generation and processing of digital terrain data for engineering planning". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 469-480.
- Biggin, M. J., 1974, "Automated contouring". Proceedings, ACSM Fall Convention, Washington D.C., September 10-13, 1974, pp. 49-53.

- Biggin, M. J., 1976, "Automated delineation of ground slope". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 413-419.
- Borgerding, L. H., Lortz, F. E., y Powell, J. K., 1982, "Computer-assisted map compilation, editing and finishing". Proceedings, Auto-Carto 5, Crystal City, Va., pp. 141-146.
- Boehm, B. W., 1967, "Tabular representation of multivariate functions with application to topographic modeling". Proceedings, 22nd National Conference, Association for Computing Machinery, pp. 403-415.
- Boyko, K. J., 1982, "Production of digital elevation models by stereomodel digitizing". Technical Papers of the 48th Annual Meeting of the American Society of Photogrammetry, Denver, pp. 38-47.
- Briggs, I. C., 1974, "Machine contouring using minimum curvature". Geophysics, v. 30, pp. 39-48.
- Briggs, I. C., 1981, "Integration of elevation data with remotely sensed data". Proceedings, Landsat 81, Canberra, Australia, pp. 4.1.1-4.1.4.
- Briggs, I., O'Callaghan, J., y Mark, D., 1984, "Elevation data processing for integration with remotely sensed data". Proceedings, Third Australasian Remote Sensing Conference, Queensland, 1984.
- Brunson, E. B., y Olsen, R. W., 1978, "Data digital elevation model collection systems". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 72-99.
- Burrough, P.A., 1981, "Fractal dimensions of landscapes and other environmental data". Nature 294, PP. 240-242.
- Canadian Council on Surveying and Mapping, 1982, "National Standards for the Exchange of Digital Topographic Data III--EDP Standards Applied to Digital Topographic Data (draft report)". Energy, Mines and Resources Canada, Topographical Survey Division, Surveys and Mapping Branch, April 1982.
- Carlson, G. E., 1978, "Application of digital terrain elevation data to range-limited horizon navigation checkpointing". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 541-555.
- Carpenter, L.C., 1980, "Computer rendering of fractal curves and surfaces". SIGGRAPH '80 Conference Proceedings, July, 1980, Seattle, WA.
- Carter, J. R., 1984. Computer Mapping: Progress in the '80s. Association of American Geographers, Resource Publications in Geography, 86pp.
- Cayley, A., 1859, "On contour lines and slope lines". Philosophical Magazine, v. 18, pp. 264-268.
- Cebrian, J. A., Mower, J. E., y Mark, D. M., 1985, "Analysis and display and digital elevation models within a quadtree-based geographic information systems". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 55-65.
- Cebrian, J.A. y Mark, D.M., "Sistemas de informacitn geogrfica", en trmite de publicacitn.
- Chamard, R., 1972, "An automated digital cartographic system". Proceedings, ACSM 32nd Annual Meeting, pp. 211-216.

- Charland, J. J., 1978, "Applications of digital terrain elevation data at West Point". Second Annual Workshop on the Operational Exploitation of Digital Terrain Elevation Data, St. Louis, MO, November 1978.
- Clarke, A. L., Gruen, A., y Loon, J. C., 1982, "The application of contour data for generating high fidelity grid digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 213-222
- Cochrane, D., 1974, Cartographic display operations on surface data collected in an irregular structure. Unpublished M.A. thesis, Simon Fraser University, Burnaby, Canada.
- Collins, S. H., 1978, "Algorithms for dense digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 307-317.
- Collins, S. H., 1981, "Algorithms for dense digital terrain models". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 47, pp. 71-78.
- Collins, S. H., y Moon, G. C., 1979, "A unified system for terrain analysis and mapping from DEM and DTM". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 124-131.
- Connelly, D. S., 1968, The Coding and Storage of Terrain Height Data. Unpublished M.A. thesis, Cornell University, September 1968, 141pp.
- Cook, H. R., 1976, "Accuracy/quality control of digital data in the digital topographic information bank". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 483-488.
- Cook, R., 1976, "Problems, shortfalls, and needs of topographic mapping". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 420-430.
- Corbett, J. P., 1975, "Topological principles in cartography". Proceedings, Auto-Carto II, pp. 61-65.
- Crossfield, J. K., 1978, "Development improved sizing procedures over sanitary area landfills by digital photogrammetry". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 412-427.
- Cyran, E. J., 1985, "Application of the aerial profiling of terrain systems [abstract]". Technical Papers, 45th Annual Meeting, ACSM, p. 498.
- Davis, D. M., Downing, J. A., y Zoraster, S., 1982, "Algorithms for digital terrain data modeling". US Army Corps of Engineers, Engineering Topographic Laboratories, Report ETL-0302, 153 pp.
- Davis, J. C., 1975, "Contouring algorithms". Proceedings, Auto-Carto II, pp. 352-359.
- De Gree, M., y R.G. McCausland, 1985, "Digital elevation model image display and editing". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 142-151.
- Dickinson, G.C., 1979, Maps and air photographs. Arnold, London, 348 pp.
- Downing, J. A., II, y Zoraster, S., 1982, "An adaptive grid contouring algorithm". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 249-256.
- Doyle, F.J., 1978, "Digital terrain models: An overview". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v.44, pp. 1481-1485.



- Doytsher, Y., y Shmutter, B., 1982, "Grids of elevations and topographic maps". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 257-265.
- Dutton, G., 1982, "Land alive". IBM Perspectives in Computing, v. 2, no. 1, pp. 26-39.
- Dutton, G., 1983, "Geodesic modelling of planetary relief". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 186-201.
- Ebner, H., y Reiss, P., 1978, "Height interpolation by the method of finite elements". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 241-254.
- Edelen, R. B., 1983, "The future in terrain elevation data processing at the Defense Mapping Agency". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 109-115.
- Elassal, A. A., 1978, "U.S.G.S. digital cartographic file management system". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 16-23.
- Elassal, A. A., y Caruso, V. M., 1983, "Digital elevation models. USGS Digital Cartographic Data Standards", Geological Survey Circular 895-B, 40 pp.
- Elfick, M. H., 1979, "Contouring by use of a triangular mesh". The Cartographic Journal, v. 16, pp. 24-29.
- Elphinstone, G. M., 1979, "Interactive graphics editing for IPIN". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 112-123.
- Evans, I. S., 1972, "General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics". En Chorley, R.J. (editor), Spatial Analysis in Geomorphology, Methuen and Company, London, pp. 17-90.
- Evans, I. S., 1975, "The effect of resolution on gradients calculated from an altitude matrix". Report 3 from: Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer, U.S. Army European Office, 24pp.
- Evans, I. S., 1977, "Frequency distribution of gradients". Report 4 from: Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer, U.S. Army European Office, p. 55.
- Falcidieno, B., Gambaro, C., y Sinigaglia, P., 1983, "Automatic colouring of maps according to the elevation". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 426-434.
- Farhan, Y. L., 1978, "Terrain classification based on engineering geomorphological parameters: A multivariate approach". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 428-468.
- Fornaro, R. J., y Deimel, L. E., Jr., 1978, "The edit processor component of IPIN". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 481-492.
- Fournier, A., y Fussell, D., 1980, "Stochastic modelling in computer graphics". SIGGRAPH '80 Conference Proceedings, July, 1980, Seattle, WA.
- Fournier, A., Fussell, D., y Carpenter, L., 1982a, "Computer rendering of stochastic models". Communications of the ACM, v.25, pp. 371-384.
- Fournier, A., Fussell, D., y Carpenter, L., 1982b, "Author's reply to Comment on computer rendering of fractal stochastic models, by B.B. Mandelbrot". Communications of the ACM, v.25, pp.583-584.

- Fowler, R. J., y Little, J. J., 1979, "Automatic extraction of irregular network digital terrain models". Computer Graphics (Proceedings. SIGGRAPH 79), v. 13, pp. 199-207.
- Freeman, H., y Morse, S. P., 1967, "On searching a contour map for a given terrain elevation profile". Journal of the Franklin Institute, v. 248, pp. 1-25.
- Gold, C. M., 1978, "The practical generation and use of geographic triangular element data structures". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Gold, C. M., 1979, "Triangulation-based terrain modelling-- Where are we now?" Proceedings. Auto-Carto IV, v. 2, pp. 104-111.
- Gold, C. M., Charters, T., y Ramsden, J., 1977, "Automated contour mapping using triangular element data structures and an interpolant over each triangular domain". Proceedings. SIGGRAPH 77, San Jose, California.
- Gomez Sotomayor, D. L., 1978, "Tesselation of triangles of variable precision as an economical representation of DTM's". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 506-515.
- Gomez, D., y Guzman, A., 1979, "Digital model for three-dimensional surface representation". Geo-Processing, v. 1, pp. 53-70.
- Goodchild, M.F., 1980, "Fractals and the accuracy of geographical measures". Mathematical Geology, v.12, pp.85-98.
- Goodchild, M.F., 1982, "The fractional Brownian process as a terrain simulation model". Proceedings. 13th Annual Pittsburg Conference on Modelling and Simulation v.13, pp.1133-1137.
- Gossard, T. W., 1978, "Applications of DTM in the U.S. Forest Service". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 156-164.
- Gottschalk, H.-J., y Neubauer, H. G., 1974, "Wege zu einem Digitalen Geländemodell" ("Hacia un modelo digital del terreno"). Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen. Reihe I: Originalbeiträge, v. 66, pp. 13-19.
- Grayman, W. M., Wooldridge, B. A., Long, E. B., y Vidra, A. C., 1979, "Joint State/regional environmental planning using the PEMSO/ADAPT geographic information system". Proceedings. Auto-Carto IV, v. 1, pp. 546-553.
- Green, R. R., 1978, "The role of the Numeric Ground Image System within the Michigan Automated Transportation Engineering System". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 341-370.
- Greysukh, V. L., 1966, ("The possibility of studying landforms by means of digital computers") [en Ruso], Izvestia Akademia Nauk SSR, seria Geograficheskaya 1966, pp. 102-110. Traducido en: Soviet Geography: Reviews and Translations, 1967, v. 8, pp. 137-149.
- Hardy, R. L., 1971, "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces". Journal of Geophysical Research, v. 76, pp. 1905-1915.
- Hardy, R. L., 1972, "The analytical geometry of topographic surfaces". Proceedings. ACSM 32nd Annual Meeting, pp. 163-

- Harrington, H. J., Simpson, C. J., y Moore, R. F., 1982, "Analysis of continental structures using a digital terrain model (DTM) of Australia". BMR Journal of Australian Geology & Geophysics, v. 7, pp. 68-72.
- Heil, R. J., 1979, "The digital terrain model as a data base for hydrological and geomorphological analyses". Proceedings, Auto-Carto II, v. 2, pp. 132-138
- Heil, R. J., y Brych, S. M., 1978, "An approach for consistent representation of varying terrain". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 397-411.
- Helava, U. V., 1978, "Instruments and methods for digital terrain model data collection". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 61-71.
- Herman, R. A., 1985, "Army requirements for digital topographic data". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 267-274.
- Hobson, R. D., 1967, FORTRAN IV programs to determine surface roughness in topography for the CDC 3400 computer. Computer Contribution 14, Kansas State Geological Survey, University of Kansas, 28 pp.
- Honablew, J. A., Schlueter, J. J., anf Noma, A. A., 1982, "Software for three dimensional topographic scenes". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 397-406.
- Isbell, D. M., y Young, W. H., 1979, "Engineering applications of digital terrain mapping". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 219-222.
- Jancaitis, J. R., 1977, "Elevation data compaction by polynomial modeling". Proceedings, Joint Annual SAR-ACSM Spring Convention.
- Jancaitis, J. R., y Junkins, J. L., 1973, "Modeling N-dimensional surfaces using a weighted function approach". Proceedings of the 54th Annual Meeting of American Geophysical Union, Geodesy Section, Washington D.C.
- Jancaitis, J. R., y Magee, R. L., 1977, "Investigation of the application of 'array algebra' to terrain modeling". Paper presented to ASP-ACSM Joint Annual Spring Convention, Washington DC, March 1, 1977.
- Jancaitis, J. R., y Moore, W. R., 1978, "Near real time applications of digital terrain data in a minicomputer environment". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 371-396.
- Jensen, S. K., 1984, "Automated drainage feature delineation from digital elevation model data [abstract]". Proceedings, Racora 9 (IEEE), p. 410.
- Jensen, S. K., 1985, "Automated derivation of hydrologic basin characteristics from digital elevation model data". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 301-310.
- Junkins, J. L., y Jancaitis, J. R., 1974, "Analytical surface modeling techniques for automated mapping [abstract]". Proceedings, ACSM 34th Annual Meeting, p. 560
- Keppel, E., 1975, "Approximating complex surfaces by triangulation of contour lines". IBM Journal of Research, v. 19, pp. 2-11.

- Kikuchi, L., Guevara, J. A., Mark, D., y Marble, D. F., 1982, "Rapid display of digital elevation models in a mini-computer environment". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 297-307.
- Kratky, V., 1978, "DTM interpolation with gliding vectors". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 193-206.
- Lauzon, J.P., Mark, D.M., Kikuchi, L. y Guevara, J.A., 1985, "Two-dimensional run-encoding for quadtree representation". Computer Vision, Graphics and Image Processing, v.30, pp. 56-69.
- Leatherdale, J. D., y Keir, K. M., 1979, "Digital Methods of Map Reproduction". The Photogrammetric Record, v. 9, pp. 757-778.
- Lee, D.T. y Preparata, F.P., 1984, "Computational geometry. A survey". IEEE Transactions on Computers, v. C-33, pp. 1072-1101.
- Letts, P. J., y Rochon, G., 1980, "Generation and use of digital elevation data for large areas". Proceedings, 6th Canadian Symposium on Remote Sensing, Halifax, Nova Scotia, May 21-23, 1980, pp. 597-602.
- Little, J. J., 1978, "Strategies for interfacing geographic information systems". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Makarovic, B., 1973, "Progressive sampling for digital terrain models". ITC Journal, Enschede, v. 1, pp. 397-416.
- Makarovic, B., 1976, "A digital terrain model system". ITC Journal, Enschede, v. 1, pp. 57-83.
- Makarovic, B., 1978, "Digital terrain models-- A constituent of geo-information systems". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Makarovic, B., 1982, "Data base updating by digital monoplotting". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 433-442.
- Males, R. M., 1978, "ADAPT-- A spatial data structure for use with planning and design models". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 3.
- Mandelbrot, B.B., 1975, "Stochastic models of the Earth's relief, the shape and the fractal dimension of coastlines, and the number-area rule for islands." Proceedings of the National Academy of Sciences, v.72, pp.3825-3828.
- Mandelbrot, B.B., 1977, Fractals: Form, Chance and Dimension. Freeman, San Francisco, 365pp.
- Mandelbrot, B.B., 1982a, "Comment on computer re-rendering of fractal stochastic models". Communications of the ACM, v. 25, pp. 581-583.
- Mandelbrot, B.B., 1982, The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco, 468 pp.
- Mark, D. M., 1974, A comparison of computer-based terrain storage methods with respect to the evaluation of certain geomorphometric measures. Unpublished M.A. Thesis, University of British Columbia, Vancouver, February 1974, 171 pp.

- Mark, D. M., 1975, "Computer analysis of topography: A comparison of terrain storage methods". Geografiska Annaler, v. 57A, pp. 179-188.
- Mark, D. M., 1978a, "Concepts of 'data structure' for digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 24-31.
- Mark, D. M., 1978b, "Topological properties of geographic surfaces: Applications in computer cartography". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Mark, D. M., 1979, "Phenomenon-based data-structuring and digital terrain modelling". Geo-Processing, v. 1, pp. 27-36.
- Mark, D. M., 1983, "Automated detection of drainage networks from digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 288-298.
- Mark, D. M., y Aronson, P. B., 1984, "Scale-dependent fractal dimensions of topographic surfaces: An empirical investigation, with application in geomorphology and computer mapping". Mathematical Geology v. 16, pp. 671-683.
- Mark, D. M., y Lauzon, J. P., 1985, "Approaches for quadtree-based geographic information systems at continental or global scales". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 355-365.
- Mark, D.M. y Cebrian, J.A., "Ootrees: A new data-structure for the processing of topographic and sub-surface data", en preparación.
- Maxwell, J. C., 1870, "On hills and dales". Philosophical Magazine, v. 40, pp. 421-427.
- McEwan, R. B., 1982, "Observations and trends in digital cartography 1982". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 419-431.
- McEwan, R. B., y Jacknow, H. R., 1979, "USGS digital cartographic data base". Proceedings, Auto-Carto IX, v. 1, pp. 225-235.
- Merrill, R. D., 1973, "Representation of contours and regions for efficient computer search". Communications of the Association for Computing Machinery, v. 16, pp. 69-82.
- Miller, C.L., 1957, "The spatial model concept of Photogrammetry". Photogrammetric Engineering, v.23, pp.31-35.
- Miller, C.L. y Laflamme, R.A., 1958, "The digital terrain model -- Theory and applications". Photogrammetric Engineering, v.24, pp.433-442.
- Monmonier, M. S., Pfaltz, J. L., y Rosenfeld, A., 1966, "Surface area from contour maps". Photogrammetric Engineering, v.32, pp. 476-482.
- Monmonier, M.S., 1982, Computer-assisted Cartography. Principles and prospects. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 214 pp.
- Moore, R. F., y Simpson, C. J., 1982, "Computer manipulation of a digital terrain model (DTM) of Australia". BMR Journal of Australian Geology & Geophysics, v. 7, pp. 63-67.
- Morse, S. P., 1965, "A mathematical model for the analysis of contour line data". Tech. Rept. 409-124, Department of Electrical Engineering, New York University.

- Morse, S. P., 1966, "A topological approach to the problem of searching on a contour map". Tech. Rept. 300-129, Department of Electrical Engineering, New York University.
- Morse, S. P., 1968, "Computer storage of contour map data". Proceedings of 23rd Association for Computer Machinery National Conference, v. 23, pp. 45-51.
- Morse, S. P., 1969, "Concepts of use in contour map processing". Communications, Association for Computing Machinery, v. 12, pp. 145-152.
- Noma, A. A., 1974, "Towards the creation of a digital terrain data base [abstract]". Proceedings, ACSM 34th Annual Meeting, p. 218.
- Noma, A. A., y Spencer, N. S., 1978, "Development of a DMATC digital terrain data base system". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 493-505.
- O'Callaghan, J. F., y Mark, D. M., 1984, "The extraction of drainage networks from digital elevation data". Computer Vision, Graphics, and Image Processing, v. 28, pp. 323-344.
- Olea, R. A., 1972, "Applications of regionalized variable theory to automatic contouring". Special Report, Project 131, American Petroleum Institute, Center for Research, Lawrence, Kansas.
- Olea, R. A., 1974, "Optimal contour mapping using universal Kriging". Journal of Geophysical Research, v. 79, pp. 695-702.
- Olsen, R. D., 1970, "Accuracy versus economy using digital data for auto-contouring". Papers from the 1970 ACSM-ASP Technical Conference, October 7-10, 1970, pp. 355-378.
- O'Neill, M. P., y Mark, D. M., 1985, "The use of digital elevation models in slope frequency analysis". Proceedings, Sixteenth Annual Modeling and Simulation Conference, Pittsburgh, Pennsylvania, April 25-26, 1985, en prensa.
- Page, G., 1978, "Filtering of digitized lineal features". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 269-274.
- Palmer, J. A. B., 1975, "Computer Science Aspects of the Mapping Problem". En Davis, J. C. y McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 155-173.
- Panton, D. J., 1978, "A flexible approach to digital stereo mapping". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 32-60.
- Pelto, C. R., Elkins, T. A., y Boyd, H. A., 1968, "Automatic contouring of irregularly spaced data". Geophysics, v. 33, pp. 424-430.
- Peucker, T. K., 1978, "Data structures for digital terrain models: Discussion and comparison". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Peucker, T. K., 1979, "Digital terrain models: An overview". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 1, pp. 97-107.
- Peucker, T. K., 1980a, "The impact of different mathematical approaches to contouring". Cartographica, v. 17, (Monograph 25), pp. 73-95.

- Peucker, T. K., 1980b, "The use of computer graphics for displaying data in three dimensions". Cartographica, v. 17, (Monograph 25), pp. 59-72.
- Peucker, T. K., y Cochrane, D., 1974, "Die Automation der Reliefdarstellung-- Theorie und Praxis" ("Automatización de la representación del relieve: Teoría y Práctica"). International Yearbook of Cartography, v. 14, pp. 128-139.
- Peucker, T. K., y Douglas, D. H., 1975, "Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data". Computer Graphics and Image Processing, v. 4, pp. 357-387.
- Peucker, T. K., y Chrisman, N., 1975, Cartographic data structures. American Cartographer, v. 2, pp. 55-69.
- Peucker, T. K., Tichenor, M. y Rase, W. D., 1975, "The computer version of three relief representations". En Davis, J.C. and McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 187-197.
- Peucker, T. K., Brassel, K., y Little, J. J., 1976, "Terrain representation panel [panel discussion transcript]". Proceedings, International Conference on Automation in Cartography ("Auto-Carto I"), December 9-12, 1974 (el volumen de comunicaciones, publicado en 1976), Reston, Virginia, pp. 183-205.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1976, "Triangulated irregular networks for representing three-dimensional surfaces". Technical Report #10, ONR Contract N00014-75-C-0886, Simon Fraser University, April 1976.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1978, "The triangulated irregular network". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASR/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 516-540.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1979, "The triangulated irregular network". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 96-103.
- Pfaltz, J. L., 1975, "Representation of geographic surfaces within a computer". En Davis, J.C. y McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data. John Wiley and Sons, London, pp. 210-230.
- Pfaltz, J., 1976, "Surface networks". Geographical Analysis, v. 8, pp. 77-93.
- Piper, D. J. W., y Evans, I. S., 1967, "Computer analysis of maps using a pencil follower". Geographical Articles. Cambridge, v. 9, pp. 21-25.
- Polker, T. K., y Griswold, L. A., 1985, "A step towards interactive displays of digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 408-415.
- Rauhala, U. A., 1978, "Array algebra DTM". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASR/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 207-240.
- Rhind, D. W., 1971, "Automated contouring-- An empirical evaluation of some differing techniques". The Cartographic Journal, v. 8, pp. 145-158.

- Robinson, J. W., 1979, "Digital terrain services at Chicago Aerial Survey". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 14-23.
- Rodrigue, M., y Thompson, L., 1983, "The availability and use of digital topographic data". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 580-587.
- Rogers, D.F. y Adams, J.A., 1976, Mathematical elements for computer graphics. McGraw-Hill, New York, 239 pp.
- Roubal, J., y Poiker, T. K., 1985, "Automated contour labelling and the contour tree". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 472-481.
- Schiro, R. A., y Williams, G., 1983, "An adaptive method for numerically modeling large numbers of irregularly spaced data". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 252-261.
- Schut, G. H., 1976, "Review of interpolation methods for digital terrain models". The Canadian Surveyor, v. 30, pp. 389-412.
- Sharpnack, D. A., y Akin, G., 1969, "An algorithm for computing slope and aspect from elevations". Photogrammetric Engineering, v. 35, pp. 247-248.
- Shelberg, M. C., Lam, N., y Moellering, H., 1983, "Measuring the fractal dimensions of surfaces". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 319-328.
- Shelberg, M.C., y Moellering, H., 1983, "IFAS: A program to measure fractal dimensions of curves and surfaces". Proceedings 43rd ACSM Meeting, pp. 483-492.
- Shepard, D., 1968, "A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly Spaced Data". Proceedings of the 23rd National Conference of the Association for Computing Machinery, pp. 517-524.
- Shmutter, B., y Doytsher, Y., 1978, "DTM in the form of quadrilaterals and its use for contour drawing". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 255-268.
- Southard, R. B., y Anderson, K. E., 1982, "A national program for digital cartography". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 41-49.
- Sprunt, B. F., 1975a, "Hidden-line removal from three-dimensional maps and diagrams". En Davis, J. C., y McCulloch, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 198-209.
- Sprunt, B. F., 1975b, "Relief representation in automated cartography: An algorithmic approach". En Davis, J. C. y McCulloch, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 173-186.
- Svedlow, M., y Shields, J. D., 1978, "Feature space scene selection techniques for terrain correlation guidance systems". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 556-567.
- Starr, L. E., y McEwan, R. B., 1983, "The national digital cartographic program of the U.S. Geological Survey". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 1, pp. 89-99.
- Swann, R., Thompson, J., y Daykin, S. E., 1978, "Applications of low cost dense digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 141-155.



- Tarvydas, A., 1983, "Terrain approximation by triangular facets [abstract]". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, p. 240.
- Taylor, C. C., 1981, "Shaded relief images for cartographic applications". US Army Corps of Engineers, Engineering Topographic Laboratories, Report ETL-0259, 139 pp.
- Tesche, T. W., y Bergstrom, R. W., 1978, "Use of digital terrain data in meteorological and air quality modeling". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 125-140.
- Thompson, M. R., y Socher, R. M., 1982, "Digital terrain analysis station (DTAS)". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 649-658.
- Tobler, W. R., 1966, "Numerical map generalization and notes on the analysis of geographical distributions". Michigan Inter-University Community of Mathematical Geographers, Discussion Paper No. 8 (Ann Arbor, MI: U. Michigan).
- Tobler, W. R., 1969, "Geographical filters and their inverses". Geographical Analysis, v. 1, pp. 234-253.
- Tobler, W. R., y Davis, C. M., 1968, "A digital terrain library". Department of Geography, University of Michigan, Technical Report, ORA Project 08055, Ann Arbor, Michigan.
- Tomlin, S. M., y Tomlin, C. D., 1982, "Computer-assisted spatial allocation of timber harvesting activity". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 677-686.
- Torlegard, K., 1981, "Photogrammetry and digital elevation models, present status of development and application". Proceedings 38th Photogrammetric Week, Stuttgart, October.
- Traylor, C. T., y Watkins, J. F., 1985, "Map symbols for use in the three dimensional graphic display of large scale digital terrain models using microcomputer technology". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 526-531.
- Troup, M. I., 1982, "Interactive correction of digital elevation models". Technical Papers of the 48th Annual Meeting of the ASE, Denver, pp. 305-316.
- Troup, M. I. y Powell, J. K., 1979, "Interactive compilation of topographic color separates". Proceedings, 45th Annual Meeting of the ASE, Washington DC, v. 2, pp. 35-41.
- Turner, A. K., 1978, "A decade of experience in computer aided route selection". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 318-340.
- Turner, A. K., y Miles, C. R., 1967, "Terrain analysis by computer". Proceedings, Indiana Academy of Sciences, v. 77, pp. 256-270.
- Vonderohe, A. P., y Clark, M. M., 1982, "Maps of shadows for solar access considerations". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 201-212.
- Warntz, W., 1966, "The topology of a socio-economic terrain and spatial flows". Papers, Regional Science Association, v. 17, pp. 47-61.
- Warntz, W., 1975, "Stream ordering and contour mapping". Journal of Hydrology, v. 25, pp. 209-227.
- Wolf, P. R., y Dewitt, B. A., 1982, "An automated photogrammetric mapping system". Proceedings, ISERS IV (Auto-Carto 5), pp. 169-178.

- Wong, C. C. K., 1982, "Refinement of dense digital elevation models". Proceedings. Auto-Carto 5, pp. 703-714.
- Yoeli, P., 1965, "Analytical hill shading". Surveying and Mapping, v. 25, pp. 573-579.
- Yoeli, P., 1966, "Analytical hill shading and density". Surveying and Mapping, v. 26, pp. 253-260.
- Yoeli, P., 1967, "The mecanization of analytical hill shading". Cartographic Journal, v. 4, pp. 82-88.
- Yoeli, P., 1975, "Compilation of data for computer-assisted relief cartography". En Davis, J. C. y McCullogh, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 352-367.
- Yoeli, P., 1983a, "About cartographic contouring with computers". Proceedings. Auto-Carto Six, v. 2, pp. 262-266.
- Yoeli, P., 1983b, "Digital terrain models and their cartographic and cartometric utilisation". The Cartographic Journal, v. 20, pp. 17-22.
- Young, W. H., y Isbell, D. M., 1978, "Production mapping with orthophot digital terrain models". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 100-124.
- Zarzycki, J. M., 1978, "An integrated digital mapping system". The Canadian Surveyor, v. 32, pp. 443-453.

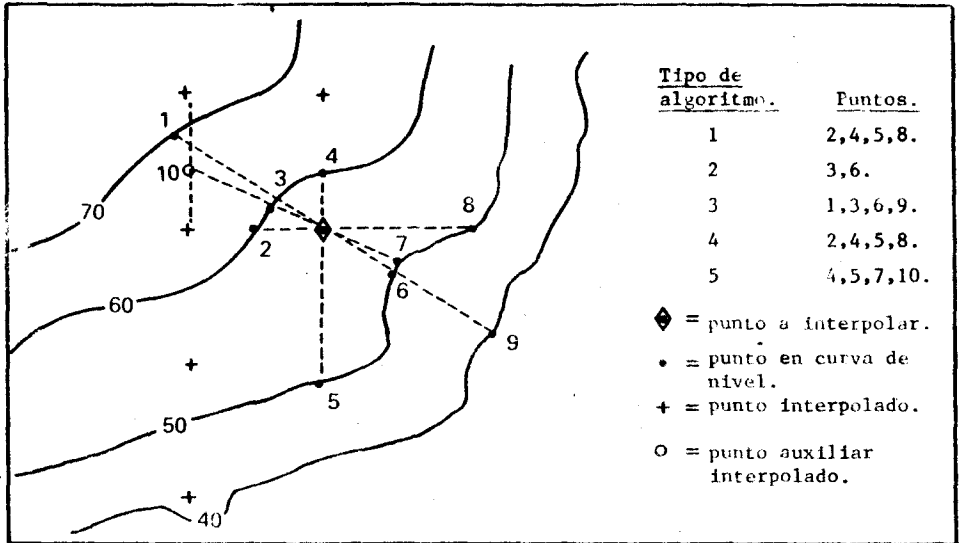


Figura 1. Puntos utilizados por diversos algoritmos de interpolación.

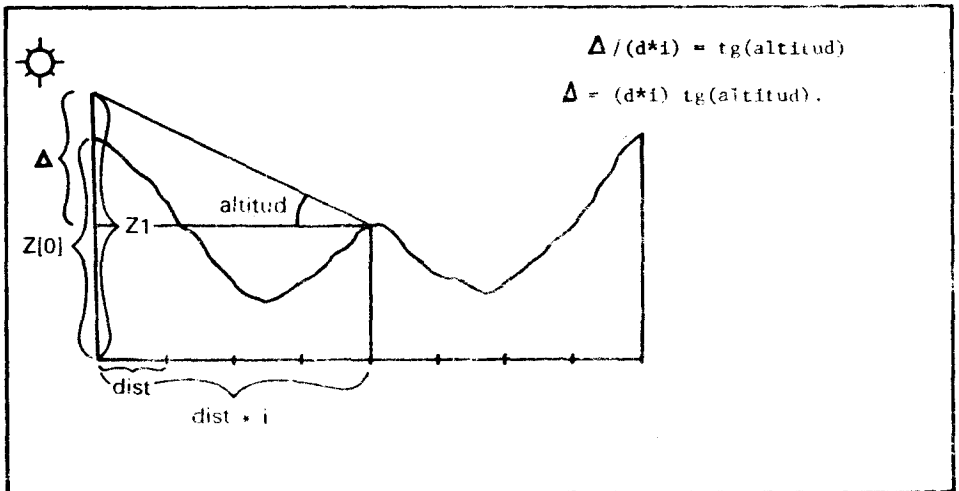


Figura 2. Cálculo de sombras.

## MODELO DEMOGRAFICO PARA EL AJUSTE DE UNA TABLA DE MORTALIDAD

M<sup>a</sup> Luisa Dubón Pretus

(Departamento de Geografía, Universitat de les Illes Balears)

A medida que se ha ido desarrollando el actual interés por la cuantificación, se ha seguido un proceso de acumulación de cantidades notables de datos, en los que se han respaldado un buen número de investigaciones recientes dentro de las distintas ciencias sociales (CARDOSO, C. y PEREZ BRIGNOLI, H., 1977). Estas masas de datos han sido tratadas de diferentes formas, en numerosas ocasiones se han analizado de forma estadística simple para ofrecer una descripción objetiva de la realidad. Pero cuando se ha pasado de la descripción e intentado un análisis del funcionamiento del sistema, aislando las distintas variables, se ha entrado en un proceso de modelación. Los modelos resultan ser indispensables en el momento en que se pretenda hacer una proyección futura del funcionamiento del sistema. Por tanto los métodos de cuantificación aplicados a la planificación territorial y urbana, deberán necesariamente alcanzar esta fase de análisis (WILSON, A.G., 1974).

Siguiendo a WILSON (1974), una primera fase de modelación de la evolución de la población podría consistir en la determinación de la población global después de un incremento de tiempo, a partir del conocimiento de las tasas globales de natalidad, sobrevivencia y mortalidad, pero este tipo de modelos no dan información de la evolución estructural de la población. El caso matricial, más complejo, sí permite simular la evolución estructural de la población; se trata del modelo demográfico clásico de ROGERS (WILSON, A.G., 1974). Este modelo requiere conocer la tabla de mortalidad, para cada uno de los casos en los que se quiera aplicar. En España, igual que ocurre en Italia (LIVI BACCI, M. 1984), no siempre se puede disponer de los datos de defunción por edades, ya que este tipo de información se publica a nivel nacional - a lo más provincial - y esta presentación de datos no resulta apropiada cuando el estudio se demarca a escala regional, más aún si lo que se pretende es

detectar y analizar características intraregionales. Se ha optado, frecuentemente, por el trabajo minucioso y árduo del vaciado directo de las diferentes fuentes, para adaptar los datos de acuerdo con las exigencias y objetivos particulares de cada estudio a realizar. Frente a esta situación puede ser de gran utilidad buscar un método de aproximación al conocimiento de la realidad.

A fin de utilizarlo en un estudio demográfico de Menorca, hemos elaborado un modelo de población, que consta de dos partes (DUBON, M<sup>a</sup>L. 1984). Presentamos aquí su primera parte, en la que construye una tabla de mortalidad. En una segunda fase es un modelo de población estable, partiendo de la tabla anterior.

Si se observa la figura 1, reproducida de HENRY (1976, pág 189), en la cual se representa la probabilidad de defunción, en escala logarítmica, en función de la edad, para Francia, referida a los períodos 1898-1903 y 1960-1964, se ha de observar, primero que existe una similitud formal entre ambas curvas, segundo, que cada una parece estar compuesta de dos fragmentos de parábola, una válida para edades jóvenes y otra para la madurez y vejez. Esta observación nos ha movido a intentar de ajustar analíticamente una curva de mortalidad por edades, en función de un solo parámetro, que desde ahora designaremos como "estado sanitario". Evidentemente se trata de una aproximación, más o menos discutible. La primera hipótesis es la siguiente, el logaritmo de la probabilidad de defunción a una cierta edad es función cuadrática de ésta, existiendo una función válida entre los cero y los veinte años, y otra válida de los veinte en adelante. La segunda hipótesis dice que ambas curvas pueden ser determinadas por un parámetro, "S", que define tres puntos de cada una de ellas. Para la curva entre cero y veinte años establecemos las siguientes relaciones,

$$\log \text{prob} (0,5) = -2.S + 2,9$$

$$\log \text{prob} (10) = -2.S + 1,1 \quad |||$$

$$\log \text{prob} (20) = -1,7.S + 1,4$$

Para la curva de veinte años en adelante las relaciones son

$$1-\log \text{ prob } (30S+31)$$

$$2-\log \text{ prob } (12S+71)$$

|2|

$$\log \text{ prob } (20) = -1,7.S + 1,36$$

Estas relaciones han sido deducidas empíricamente de las curvas de HENRY (1976), suponiendo, arbitrariamente, que "S" valdría 0,3 para Francia en 1900 y 0,8 para Francia de 1960. Así tendríamos que en Francia en 1900 la probabilidad de defunción en el primer año de vida sería del 200 por mil, la probabilidad de defunción a los diez años (mínimo) sería del 3 por mil, la probabilidad de defunción a los veinte años, del 7 por mil, se volvería a alcanzar una probabilidad de defunción del 10 por mil a los cuarenta años y una probabilidad de defunción del 100 por mil a los 74,6 años. Para 1960 estos valores serían respectivamente, 21 por mil (0,5 años), 0,8 por mil (20 años), 10 por mil (55 años) y probabilidad del 100 por mil a los 80,6 años.

Un valor de "S" determina, de la forma explicada, tres puntos para cada una de las dos parábolas. Por otra parte, tres puntos de una parábola determinan la forma analítica o la ecuación de dicha curva, mediante un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas. Las incógnitas son los coeficientes de la parábola, X, Y, Z,

$$\log \text{ prob } (e) = Xe^2 + Ye + Z \quad |3|$$

Hasta aquí se ha supuesto, siempre sobre los gráficos de HENRY (1976), que se trataba de mortalidad para sexos agrupados. Si queremos, en función de "S", obtener curvas o tablas de mortalidad separadas por sexo, habremos de hacer una hipótesis más, ¿cuál es la diferencia, para un estado sanitario "S", global, entre el estado sanitario "masculino", "SM", y el estado sanitario femenino "SF"? Hemos ensayado algunas posibilidades, y parece dar un resultado aceptable, evidentemente discutible, la siguiente suposición,

$$\begin{matrix} SM & S & 0,02 \\ & & 0,08 \end{matrix}$$

|4|

$$\begin{matrix} SF & S & 0,02 \\ & & 0,08 \end{matrix}$$

(El valor 0,02 corresponde a los grupos jóvenes y el valor 0,08 a los maduros y viejos.)

Así, el modelo que se ha diseñado, en su primera parte, tiene dos opciones. Primera definir un estado sanitario "S", y ajustar mediante las relaciones |1| y |2| las curvas |3| para cada sexo, asumiendo también |4|. Para cada sexo |1| es un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, que se resuelve mediante la regla de CRAMER. Análogamente |2|. Las ecuaciones de la forma |3| obtenidas se utilizan para calcular probabilidades de defunción a edad fija.

Una tabla de mortalidad no determina la tasa global de mortalidad, pues una misma tabla -un mismo estado sanitario, de acuerdo con nuestras hipótesis-, para un mismo volumen de población, dará mayor mortalidad global si la población es envejecida, que si se tratara de una población joven. Ahora bien, si conocemos la tasa global de mortalidad y la estructura o pirámide de población y se aceptan las hipótesis que se han expuesto, está claro que las tablas de mortalidad correspondientes podrán ser definitivas. Así actúa la segunda opción. El proceso es el siguiente: Para una determinada población y período se entran en el programa la identificación (población y período) y la tasa global media de mortalidad. En el disco correspondiente se lee la pirámide de población que corresponde y se inicia un bucle para ir aproximándose a un estado sanitario apropiado. En el primer giro del bucle el estado sanitario supuesto es cero. De acuerdo con este estado sanitario se calculan las correspondientes tablas de mortalidad. Se aplican estas tablas (una para cada sexo) a la pirámide leída, multiplicando la probabilidad de cada grupo, edad-sexo, por los efectivos correspondientes, obteniéndose las defunciones por grupo. El total de defunciones dividido por la población total es la tasa de mortalidad provisional (correspondiente a "0") y se compara con la tasa real global. Lógicamente será mayor. Entonces empieza la segunda vuelta del ciclo incrementado "S" en 0,05 puntos y se repite el proceso, y así hasta que la comparación de igualdad aproximada entre la tasa de mortalidad provisional y real. En este momento está ajustado el estado sanitario.

rio correspondiente a esta población. A partir de aquí arrancaría la segunda parte del programa, que ahora no tratamos.

Se han hecho dos tipos de comparaciones (vease cuadros I y II) sobre la bondad del método. Para el conjunto de Baleares el Instituto Nacional de Estadística (1978) tiene publicadas las pirámides de población y las tablas de mortalidad para 1970. Utilizando estos datos y la mortalidad global que se desprende, obtenemos tablas supuestas de mortalidad, por edad y sexo. En el cuadro I se pueden comparar éstas con las reales. Existen diferencias, pero no parecen ser muy significativas.

Para Maó hemos recogido y elaborado directamente, en el Registro Civil, tablas de mortalidad real por edad y sexo para el período 1975-1980. En el cuadro II se comparan estas tablas con las supuestas, considerando el censo de 1981 y una mortalidad global de 9,2 por mil. También las discrepancias parecen quedar dentro de límites aceptables.



BIBLIOGRAFIA

- CARDOSO, C. y PEREZ BRIGNOLI, H. (1977): Los métodos de la historia. Barcelona, ed. Grijalbo, pp. 431.
- DUBON, M. L. (1984): Dinàmica de la població de Maó en relació a la resta de Menorca. 1741-1981. Memoria de Licenciatura. Inédita.
- HENRY, L. (1976): Demografía. Barcelona, ed. Labor, pp. 349.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA (1978): Tablas de Mortalidad. (1969-1972). Madrid.
- LIVI BACCI, M. (1984): Introduzione alla demografia. Torino, Loescher editore. pp. 439.
- WILSON, A. G. (1974): Geografía y planeamiento urbano y regional. Barcelona, Oikos-tau, 1980. pp. 452.

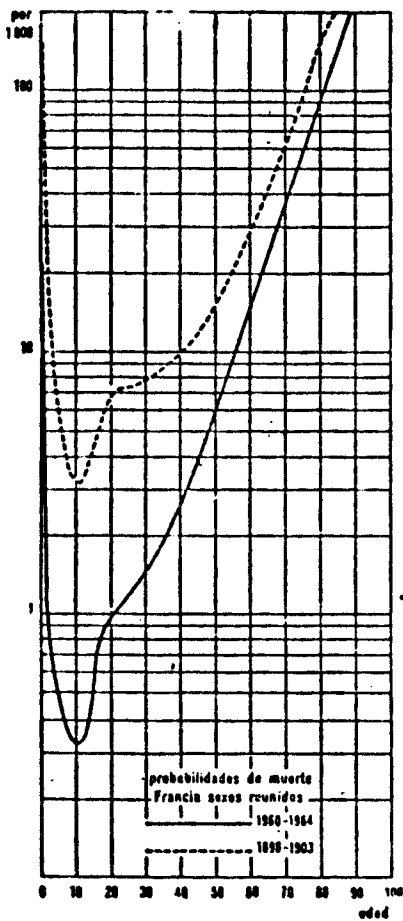


Fig. 1.- Probabilidades de muerte según la edad, para Francia, 1898-1903 (línea discontinua) y 1960-64 (línea continúa)  
(de HENRY, L., 1976)

CUADRO I.- COMPARACIONES ENTRE LAS PROBABILIDADES DE DEFUNCION POR EDAD Y SEXO DEDUCIDAS DEL MODELO PARA BALEARES 1970 Y LAS TASAS CENTRALES DE MORTALIDAD REALES PUBLICADAS POR EL I.N.E.

A) PROBABILIDAD DE DEFUNCION POR EDAD Y SEXO DEDUCIDAS DEL MODELO. TASA DE MORTALIDAD INTRODUCIDA, 10,7 ‰. CENSO UTILIZADO, BALEARES 1970. ESTADO SANITARIO QUE RESULTA, 0,8.

Probabilidad de defunción (‰)		
Edad	Hombres	Mujeres
0,5	21,9	18,2
5	1,6	1,4
7,5	0,6	0,5
12,5	0,3	0,2
17,5	0,5	0,4
22,5	1,5	1,5
27,5	2,0	1,7
32,5	2,6	2,1
37,5	3,6	2,7
42,5	4,9	3,6
47,5	6,9	4,9
52,5	9,9	6,9
57,5	14,5	10,1
62,5	21,7	15,2
67,5	33,1	23,8
72,5	51,4	38,4
77,5	81,6	64,2
82,5	132,1	111,2
87,5	218,2	199,1

B) TASA CENTRAL DE MORTALIDAD PARA BALEARES, 1969-72, EN TANTO POR MIL. -  
Fuente: Instituto Nacional de Estadística.

Edad	Hombres	Mujeres
0,5	21,7	18,1
3,0	1,3	0,9
7,5	0,6	0,4
12,5	0,5	0,2
17,5	1,4	0,5
22,5	1,6	0,9
27,5	2,1	0,9
32,5	2,2	0,9
37,5	2,9	1,4
42,5	3,8	2,0
47,5	5,4	2,7

Edad	Hombres	Mujeres	(continúa)
52,5	8,8	4,3	
57,5	13,1	7,0	
62,5	23,7	11,6	
67,5	35,3	17,7	
72,5	63,2	34,3	
77,5	98,2	57,4	
82,5	132,2	108,9	
87,5	174,3	149,5	

CUADRO II.- COMPARACION ENTRE LAS TABLAS DE DEFUNCION POR EDAD Y SEXO DEDUCIDAS DEL MODELO PARA MAO 1981 Y OBTENIDAS DIRECTAMENTE EN EL REGISTRO CIVIL PARA EL PERIODO 1976 - 80.

A) TABLA DE DEFUNCIONES POR EDAD Y SEXO DEDUCIDA DEL MODELO. TASA DE MORTALIDAD INTRODUCIDA, 9,1 / 100. CENSO UTILIZADO, MAO 1981. ESTADO SANITARIO QUE RESULTA, 0,95

Edades	Defunciones		
	Hombres	Mujeres	Total
0-1	2	1	3
1-4	0	0	1
5-9	0	0	0
10-14	0	0	0
15-19	0	0	0
20-24	0	0	1
25-29	0	0	1
30-34	1	0	2
35-39	1	1	2
40-44	2	1	3
45-49	2	1	4
50-54	3	2	6
55-59	4	4	9
60-64	8	5	13
65-69	11	9	21
70-74	14	13	28
75-79	15	19	34
80-84	13	21	35
85-89	6	20	27
90-94	6	18	24

B) TABLA DE DEFUNCIONES POR EDAD Y SEXO OBTENIDA POR REGISTRO PERSONAL EN EL REGISTRO CIVIL DE MAO. PERIODO 1976-80, MAO.

Defunciones

Edades	Hombres		Mujeres		Total	
	76-80	Promedio	76-80	Promedio	76-80	Promedio
0-1	5	1	5	1	2	10
1-4	1	0	1	0	2	0
5-9	1	0	3	1	4	1
10-14	1	0	0	0	1	0
15-19	3	1	0	0	3	1
20-24	0	0	0	0	0	0
25-29	3	1	0	0	3	1
30-34	5	1	4	1	9	2
35-39	6	1	2	0	8	2
40-44	8	2	4	1	12	2
45-49	17	3	5	1	22	4
50-54	12	2	14	3	26	5
55-59	29	6	13	3	42	8
60-64	38	8	28	6	66	13
65-69	58	12	39	8	97	19
70-74	84	17	49	10	133	27
75-79	78	16	91	18	169	34
80-84	79	16	90	18	169	34
85-89	42	8	77	15	119	24
90 ...	24	5	51	10	75	15

## LA TEORIA DE LA INFORMACION EN GEOGRAFIA

M<sup>a</sup> Jesús González González

(Universidad de León)

El objeto de este trabajo es poner de manifiesto la utilidad y aplicación de la medida de la diversidad o de información en el campo de la geografía y más concretamente en los estudios urbanos.

En la teoría matemática de la comunicación lo que interesa no es el significado particular de una información sino las posibles informaciones diferentes que cada vez pueden ser seleccionadas en un conjunto, es decir la diversidad de informaciones o abundancia de cosas distintas. El valor de la información será proporcional al número de elementos que puedan ser seleccionados, esto quiere decir que la mayor información depende del grado de incertidumbre, ya que si el número de elementos de la fuente es mayor la probabilidad de seleccionar uno determinado es menor (1).

En dicha teoría se expresa la información como una forma logarítmica. Se elige también como base de ese logaritmo el número dos, elección acertada si consideramos lo que efectivamente ocurre en un caso real, puesto que existen sólo dos situaciones posibles para cada elemento, su selección o no selección entre el conjunto.

Hay que señalar que aunque no conocemos trabajos en el campo que nos ocupa donde se haya aplicado este concepto, sin embargo son conocidos su utilidad y su aplicación en el campo de la telemática, matemática, informática y otras muchas ciencias más cercanas a nuestros propósitos como la ecología y la psicología (2).

### 1. EL ANALISIS DE LA DIVERSIDAD: SU APLICACION EN LA ESTRUCTURA FUNCIONAL DE LA CIUDAD.

Al abordar el estudio de la ciudad, uno de los problemas que se plantea siempre es el de como averiguar el nivel y estructura de dotación funcional de sus diferentes unidades espaciales, la diversidad de funciones y la que existe entre las distintas unidades y la especialización existente en estas áreas, ya que los bienes y los servicios de distinta naturaleza

que caracterizan a la ciudad no se distribuyen de modo homogéneo por su interior sino de manera muy desigual en relación con toda una serie de factores de índole variada: económicos, sociales, psicológicos, culturales e históricos, entre los que destaca la competencia por el uso del suelo y la accesibilidad.

El análisis objetivo de estos contrastes (que se perciben a simple vista) son necesarios para una buena planificación de la ciudad pues el objeto directo del planteamiento es el marco físico donde se asienta la población y las actividades. Para el estudio de la diversidad de la estructura funcional (equipamiento comercial, de servicios, industrial) de la ciudad hemos utilizado la teoría de la información.

La medida de la diversidad en la estructura funcional de una ciudad es un campo donde la teoría de la información encuentra aplicación en los estudios urbanos (aunque también se puede aplicar a otros campos de la geografía como la biogeografía). Una buena expresión de la diversidad es la función de SHANNON WEAVER (3) (que define el contenido de información por individuo).

La función de información de SHANNON-WEAVER de 1949 se utiliza como medida de la diversidad (H) dando a H la expresión:

$$H = - \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N} \log_2 \frac{n_i}{N} = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i$$

Esta función de información o medida de la diversidad representa para nosotros:

$n_i$  = valor de importancia de cada función (comercios, servicios, industrias).

$N$  = suma total de valores de importancia.

$P_i$  = probabilidad de cada función.

La diversidad es un carácter del espacio urbano que ofrece una visión de la semejanza de las actividades o funciones y de su pluralidad. Está constituida por dos componentes que deben ser interpretados por separado: 1º.- el número de distintas funciones (comercios, servicios e industrias) o riqueza y 2º.- la regularidad de sus distribuciones de frecuencia o uniformidad. La diversidad de un espacio es la probabilidad

de encontrar una gama amplia de actividades de distintas ramas antes de encontrar otra de la misma rama. Así la mayor diversidad representa una mayor incertidumbre en la identificación de una actividad extraída al azar.

Este índice (H) representa la cantidad de información aportada por una unidad espacial acerca de la estructura funcional y la forma en que estos están repartidos entre las diversas ramas. H es igual 0 (valor mínimo) cuando la unidad espacial no contiene más que una sola rama o grupo de funciones y aumenta a medida que lo hace el número de ramas. Para un número dado de ramas, H es máxima cuando todas ellas están igualmente representadas en la unidad espacial. La diversidad media suele variar entre 2 y 4.

$$H_{\max.} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = \log_2 n$$

n = número de ramas

La uniformidad o la componente equitabilidad se obtiene comparando la diversidad media con la diversidad máxima,

$$U = \frac{H}{H_{\max.}} = \frac{- \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i}{\log_2 n}$$

Nos da información de como están repartidas las distintas ramas en cada unidad espacial, muy uniformemente si se acerca a 1 y poco si se acerca a 0.

La aplicación de la noción de espectro de la diversidad es muy útil para reconocer la complejidad de la estructura funcional. Esto conduce al empleo de la diversidad como un excelente método para comparar unidades espaciales diferentes; si al unir las la diversidad del conjunto aumenta es una prueba de su heterogeneidad, pero si la diversidad no varía, significa que ambas estaban formadas por las mismas funciones y en las mismas proporciones.

Así, por ejemplo si tenemos la diversidad por secciones censales, conociendo la diversidad de la ciudad podemos conocer la heterogeneidad que existe entre esas secciones o su homogeneidad y poner de manifiesto



cuales son las unidades espaciales con mayor diversidad que contribuyen a una mayor heterogeneidad. Si esta se acerca a 0 es que hay una gran homogeneidad y si se acerca a 1 una gran heterogeneidad entre las distintas unidades espaciales. La heterogeneidad de la ciudad por secciones sería:

$$\text{Het.}_{\text{sec.}} = H_t - \frac{\sum_{i=1}^n H_{\text{sec.}}}{n}$$

$H_t$  = Diversidad total de la ciudad.

$H_{\text{sec.}}$  = Diversidad de las distintas secciones.

$n$  = Número de secciones.

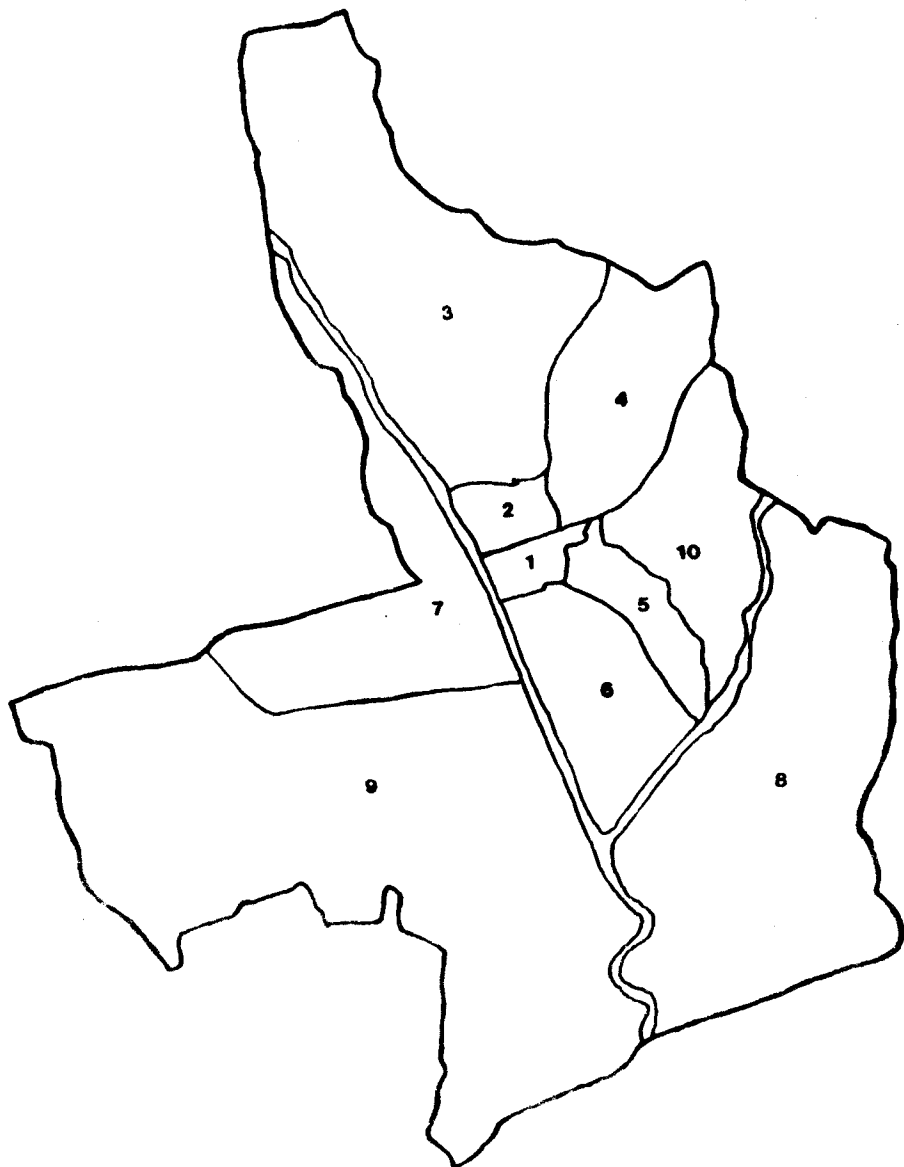
## 2. LA DIVERSIDAD COMERCIAL EN LOS DISTRITOS MUNICIPALES DE LEÓN.

### 2.1. METODO Y FUENTES.

El conocimiento de la metodología seguida en la realización de este trabajo, así como las fuentes empleadas, haciendo una previa valoración crítica, es necesario para interpretar debidamente los resultados obtenidos. Así, queremos señalar alguno de los problemas en relación con las variables seleccionadas para el análisis y con las unidades de observación.

El primer problema que nos encontramos consiste en que la información se ha recogido del censo de licencias comerciales e industriales de 1981, aunque el exámen de las licencias supone la información mas aproximada para conocer la distribución comercial, hay que señalar que para cada licencia sólo se puede vender un determinado grupo de artículos y por tanto el número de éstos resulta normalmente superior en un 10 ó 12 por ciento del de los establecimientos. Así se ha hecho una depuración de las licencias que pertenecían al mismo local (que suelen ser de la misma rama) y una clasificación de los tipos de comercio más general. Pero estamos convencidos, como Carter, de que cualquier sistema taxonómico es arbitrario y que todo proceso de clasificación no debe ser sólo el primer paso, nunca definitivo, para un análisis más profundo de las variables que constituyen el método de trabajo (CARTER, H., 1974, pp. 78 y 79). Se han considerado 38 tipos de comercios distintos.

División territorial por distritos de León



DISTritos: 1. San Marcelo, 2. Santo Domingo, 3. San Marcos, 4. Capital  
5. Consistorio, 6. San Francisco, 7. San Mateo, 8. Puente del Cast  
9. Abasco, 10. Ejido

El segundo problema que hay que tener en cuenta es el de las unidades de observación. Se ha hecho un análisis por distritos de la ciudad de los diferentes establecimientos comerciales, en nuestro caso diez. Los resultados a esta escala son siempre más generales ya que los valores por distritos encubren gran parte de la distribución real de los datos, pues cada uno de estos engloban unidades espaciales muy distintas. No obstante, y a pesar de que un nivel de desagregación menor (a nivel de sección) da lugar a resultados más interesantes, los análisis llevados a cabo en esta investigación ofrecen una visión de conjunto de la estructura comercial leonesa.

## 2.2. LA DIFERENCIACION COMERCIAL.

Una vez señalados los problemas que se pueden plantear para una correcta interpretación de los resultados obtenidos, al considerar la división de los diez distritos, que es la que nos sirve de base territorial para el análisis de la diferenciación comercial, nuestro propósito es presentar los resultados del análisis de la diversidad y su aplicación.

La mayor diversidad la tiene el distrito 2 y el 1 que constituyen el ensanche de la ciudad, teniendo la mayor riqueza de establecimientos, con representación de casi todos los tipos de comercios según la clasificación que hemos hecho y además con una gran uniformidad es decir, sin un peso excesivo de ninguno de ellos. La diversidad es menor en el distrito 1, debido a que el número de establecimientos es mayor y la riqueza igual. El 83,2 por ciento y 78,5 por ciento de los comercios no son de alimentación, con lo que la mayor especialización y las actividades más rigurosamente seleccionadas de las diversas ramas que podemos considerar de lujo son las propias y exclusivas de este sector.

Le sigue en importancia el distrito 5, concentrándose la actividad comercial en el sector del casco histórico de San Martín con una gran tradición comercial (principal asiento comercial de la ciudad en siglos anteriores que inicia su deterioro en 1950), con una menor riqueza, pues al disminuir es menor la diversidad, y una menor uniformidad. Aunque el 75,5 por ciento no son de la rama alimenticia, es un comercio relacionado a un público más popular y su vigencia actual está en función del mercado de abastos.

CUADRO I

LA DIVERSIDAD DEL COMERCIO POR DISTRITOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
RIQUEZA	35	36	30	31	33	32	31	18	22	25	38
SUMA TOTAL	622	562	296	373	438	321	281	44	130	195	3280
DIVERSIDAD- H	4,47	4,55	4,08	4,12	4,22	4,10	4,11	3,57	4,03	3,94	4,42
DIV. MAX.- (H max.)	5,17	5,17	4,91	4,95	5,04	5,00	4,95	4,17	4,46	4,64	5,25
UNIFORMIDAD	0,87	0,88	0,83	0,83	0,84	0,82	0,83	0,86	0,90	0,85	0,84

Fuente: Licencias comerciales e industriales de 1981. Elaboración propia

Los distritos 4, 7, 6 y 3, con una diversidad y con una riqueza parecida, con una uniformidad menor que los anteriores debido al mayor peso de los establecimientos comerciales de alimentación entre el 30 y 40 por cien. Además hay que señalar que estos están constituidos por unidades espaciales muy distintas, agrupándose el comercio en las arterias principales y sus calles adyacentes.

Los distritos 9, 8 y 10 son los de menor diversidad y por tanto de una menor riqueza pero con una mayor uniformidad ya que casi todos los comercios son de uso diario, debido al carácter rural del distrito 8 y 9 y el 10 un sector donde predominan las casas unifamiliares con lo que los locales comerciales se sitúan donde se ha construido o se ha producido una reconversión en altura.

La homogeneidad entre los distintos distritos es grande debido a que en la mayoría de ellos pesa el comercio de uso diario, siendo la heterogeneidad de 0,31, contribuyendo a esta heterogeneidad los distritos 1 y 2 debido a su mayor dotación comercial y su mayor especialización que se aprecia en el número de los comercios y no en la taxonomía que hemos hecho (así por ejemplo en estos se encuentran los establecimientos de perfumería y droguería separados, mientras que en los demás suelen reunirse en un mismo establecimiento).

La estructura comercial responde al modelo basado entre centro y periferia, observándose una jerarquización y zonificación con una mayor continuidad hacia el sur de la ciudad que hacia el norte. Por tanto no se puede hablar de subcentros comerciales, pues los centros de los barrios articulados sobre una calle y sus adyacentes no acumula un número suficiente para el abastecimiento.

Por otra parte, podemos observar el contraste del comercio de uso diario en sus formas y distribución entre la ciudad antigua y las nuevas áreas residenciales y suburbanas. En el núcleo antiguo, minúsculos comercios limitados por la escasez de espacio, especializados algunos, heterogéneos en su mayoría abastecen a una clientela de barrio fija y de elevada edad media y presentan grandes dificultades para su transformación por encontrarse sujetos a normas urbanísticas dentro del conjunto monumental. Los bloques de viviendas colectivas ofrecen locales para una oferta

de artículos estandarizados, con nuevas formas de estructura comercial que pueden compensar el alto coste de alquileres con la potente demanda que origina la elevada densidad de población de estas zonas.

Estas formas comerciales referidas a productos alimenticios y de uso diario se imponen hoy en los barrios de la orla periférica, lo que evita el desplazamiento al centro urbano al tiempo que autoabastece a estos sectores. Este proceso no ha ocurrido en cambio en las tiendas de otras ramas que también han sufrido una gran especialización (tiendas de moda, vaqueras, etc...) que sólo tiene lugar en el ensanche (distrito 1 y 2).

#### CONCLUSIONES.

Al final de nuestro trabajo podemos obtener las siguientes conclusiones:

a) Se puede hablar de un centro comercial tradicional que agrupa a todo tipo de licencias en el casco antiguo y un centro de servicios y negocios articulado sobre el eje de Ordoño II y arterias perpendiculares, y que resulta muy atractivo para la instalación del comercio de calidad especializado que no sólo abastece a la ciudad sino a un mercado provincial. Las barriadas periféricas cuentan con núcleos comerciales propios para satisfacer necesidades inmediatas entorno a una o dos arterias y que se desplazan a los centros comerciales para comprar artículos de alguna categoría.

b) El uso de la medida de la diversidad se muestra como un método valioso y útil para estudiar la dotación funcional de las distintas áreas que integran el espacio urbano, y contribuye a una mejor interpretación del análisis factorial cuando se utilizan datos referentes a la estructura funcional.

## NOTAS

(1) Para un desarrollo de esta teoría véase ACZEL, J. y DAROCZY, Z.<sup>1</sup> (1975).

(2) En relación con este tema pueden consultarse los trabajos de MARGALEF, R. (1958) y ATTENAVE, F. (1959).

(3) Para un desarrollo matemático de esta teoría véase SHANNON, C.E. (1948) y SHANNON, C.E. y WEAVER, W. (1949).

## BIBLIOGRAFIA

- ACZEL, J. DAROCZY, Z. (1975): On Measures of Information and their Characterizations, New York, Academic Press.
- ATTENAVE, F. (1959): Application of Information Theory to Psychology, New York, Holt.
- CARTER, H. (1974): El estudio de la geografía urbana, Madrid, IEAL.
- CARRETON, J. (1975): Una teoría cibernética de la ciudad y su sistema, Buenos Aires, Nueva Visión.
- MARGALEF, R. (1958): "Information Theory in Ecology", General Systems, 3, pp. 36-71.
- SHANNON, C.E. (1948): "A Mathematical Theory of Communication", The Bell System Technical Journal XXVII, pp. 374-423.
- SHANNON, C.E. y WEAVER, W. (1949): The Mathematical Theory of Communication, University of Illinois Press, Urbana.

UN MODELO DE PROGRAMACION LINEAL PARA  
LA ASIGNACION DE SUELO RESIDENCIAL E INDUSTRIAL

Juan Nunes Alonso  
(Universidad Autónoma de Barcelona)

1. PRESENTACION

Esta breve exposición es la síntesis de un trabajo realizado hace ya algún tiempo en el marco académico del Departamento de Geografía de la Universidad Autónoma de Barcelona, cuyo principal objetivo era el diseño y experimentación de un modelo de asignación-localización de suelo para las actividades industrial y residencial basado en la programación lineal.

Como siempre, en trabajos de este tipo, el alcance de la experiencia proviene no sólo del contenido sustantivo del modelo desarrollado, y en consecuencia de su capacidad de resolución y su grado de utilidad, sino también del tipo de problemas abordados y de los supuestos de toda índole asumidos previa o paralelamente a la confección efectiva del modelo.

En este sentido, creo que algunas referencias al contexto y a las inquietudes en que tuvo origen el presente caso pueden contribuir a comprender mejor su interés, el cual, probablemente, reside en el hecho de ofrecer una pequeña muestra de como apoyar las decisiones a la hora de planificar, más allá de la improvisación y, al mismo tiempo, sin necesidad de recurrir a técnicas excesivamente complejas.

Este trabajo nació, pues, de la toma de contacto con dos realidades distintas a las que tan sólo aludiré por ser harto conocidas. De un lado, la tradición anglosajona de planificación urbana y regional, con su concepción estructural del territorio y del planeamiento, materializada en una extensa bibliografía sobre modelos y técnicas cuantitativas de análisis y planificación y, especialmente en el caso británico, también en un buen número de realizaciones desarrolladas al amparo de una legislación profundamente impregnada de esos mismos principios. Una tradición que en sus modernas formulaciones sobre



la organización espacial aparece estrechamente asociada a la geografía surgida de la llamada revolución tóretico-cuantitativa, caracterizada por su concepción positiva y aplicada del conocimiento geográfico.

El segundo hecho es la práctica del planeamiento en el caso español, que con escasas excepciones apenas guarda relación con desarrollos de carácter teórico y se limita en general a la formación de planes de ordenación de ámbito municipal, los cuales, incluso prescindiendo de que puedan ofrecer un ámbito adecuado o no para una planificación estructural, se elaboran atendiendo más a su carácter de norma jurídica reguladora del derecho de propiedad del suelo que a unos objetivos explícitos de planificación territorial, que sin embargo la legislación existente recoge y permite desarrollar, con lo cual se revelan eficaces básicamente a nivel de ordenación de la edificación y por ello mismo resultan extremadamente sensibles al juego de fuerzas de los agentes urbanos implicados.

El contraste entre ambas realidades de planeamiento y el convencimiento de que éste constituye un medio indispensable para un mejor aprovechamiento de un recurso limitado como es el territorio, del que depende en buena medida la calidad de vida alcanzable, confluyeron en el desarrollo de un instrumento que incluso en supuestos de planificación modestos como los nuestros permitiera objetivizar en lo posible la asignación de suelo y optimizar el cumplimiento de unos objetivos, intentando llenar de algún modo el hueco que a menudo se observa en la práctica común de nuestro planeamiento.

Naturalmente, la elección de la programación lineal como instrumento, aun cuando sea tan sólo una más entre otras técnicas posibles, no es del todo ajena a la voluntad expresada de objetivizar la toma de decisiones, lo cual constituye en este caso el principal objetivo metodológico. Es más, conviene añadir por último que, de acuerdo con HARVEY (1969, 157), si la función a cumplir por el modelo ha sido claramente explicitada, la relación entre modelo y teoría difícilmente pueda ser objeto de confusión.

Así, el modelo que a continuación se describe no pretende más que lo enunciado: no ha sido concebido para simular el funcionamiento del sistema urbano con fines descriptivos o predictivos, ni tampoco para comprender mejor los procesos que rigen ese funcionamiento -como acertadamente echa en falta J.R. DREWET (1969) en su crítica a los modelos del tipo anterior-. De hecho, ni tan siquiera permite evaluar de un modo inmediato las consecuencias de la introducción en el sistema de los principios de funcionamiento contenidos en los objetivos de un determinado plan, en especial cuando existen opciones alternativas -como por ejemplo en el trabajo de J.B. MCLOUGHLIN (1969a)-.

Se trata más bien de un modelo que tan sólo cubre una fase del proceso de planificación: la decisión sobre la asignación de suelo, de acuerdo con un objetivo dado. Por otra parte, nada impide que pueda ser utilizado dentro de una secuencia de planificación más compleja que incorpore fases de simulación y de posterior evaluación, ni que la elección de aquel objetivo a optimizar se base en un atento examen del funcionamiento del sistema urbano o, por el contrario, en algún criterio de como debiera funcionar para una mejor calidad de vida. En realidad, este último aspecto, a pesar de ser medible a través de indicadores, es tema de discusión y sería ingenuo pretender de finirlo científicamente, por cuanto implica necesariamente la intervención de juicios de valor.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La elaboración del modelo parte del supuesto de que se pretende llevar a cabo una planificación de tipo normativo, puesto que es la que permite asegurar mejor un efecto redistributivo (SMITH 1977, 258) y por lo tanto una mayor posibilidad de efectuar la asignación de recursos de acuerdo con algún objetivo preestablecido y, en definitiva, de desarrollar efectivamente algún tipo de política en torno a la estructura del territorio.

Tal como se ha indicado, el problema aquí planteado es la asignación de suelo para las actividades industrial y residen-

cial en un territorio determinado. El objetivo elegido, dado que la interacción entre estas actividades genera una gran parte de los desplazamientos de población, ha sido la reducción de los flujos residencia-trabajo, propósito comúnmente aceptado en el planeamiento y en cualquier concepción de bienestar social.

Ello implica que no sólo hay que hacer una previsión del volumen de suelo a distribuir, como suele hacerse en los casos en que el planeamiento no pretende que el territorio adquiera una configuración determinada, sino que hay que ajustar "las dimensiones y localización de los centros de trabajo en relación con las áreas residenciales y su disposición" (MCLOUGH-LIN 1969b, 125).

El resultado será, pues, una determinada estructura territorial. Aquí se ha optado por una configuración que tiende aparentemente a la centralización; pero es posible también plantearse como objetivo el crecimiento disperso; o el crecimiento desconcentrado apoyado en núcleos de menores dimensiones, en cuyo caso sigue siendo válido el objetivo de minimizar el desplazamiento al trabajo, haciendo intervenir sin embargo un mayor número de localizaciones potenciales y asegurando un mínimo de asignación para cada una; incluso es posible también el objetivo de un crecimiento desconcentrado y al mismo tiempo igualitario, con una asignación idéntica para todas las localizaciones.

Se trata también, por lo tanto, de un problema de localización, pero no en el sentido de los modelos clásicos de localización, sino en el sentido de seleccionar una serie de localizaciones interdependientes y óptimas desde el punto de vista de esta relación, de entre un conjunto de localizaciones potenciales, cuya identificación es independiente del modelo de localización empleado y puede venir dada a través de un análisis previo de la estructura existente, de la aplicación de aquellos modelos clásicos, de métodos automatizados de análisis de capacidad como el programa MAP, o de las políticas locales o regionales ya en curso sobre el territorio.

### 3 FORMULACION MATEMATICA

El desplazamiento residencia-trabajo puede medirse mediante el producto de la distancia entre el lugar de residencia y el lugar de trabajo por el número de personas que se desplazan entre ambas localizaciones, de modo que el valor total del desplazamiento residencia-trabajo en un territorio dado será la suma de todos los productos correspondientes a los flujos con origen en cada área residencial y destino en cada área industrial. Entonces, el objetivo de reducir el flujo residencia-trabajo puede formularse matemáticamente según la siguiente expresión (HAGGETT 1965, 322-23; M'CLOUGHLIN 1969b, 124):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{ij} x_{ij} = \text{mínimo}$$

donde:  $d_{ij}$  es la distancia entre una área  $i$  de las  $n$  áreas residenciales y una área  $j$  de las  $m$  áreas industriales  
 $x_{ij}$  es el número de personas que se desplazan de una área  $i$  de las  $n$  áreas residenciales a una área  $j$  de las  $m$  áreas industriales

Así el problema planteado es un problema típico de programación lineal en que hay que optimizar una variable que es función de otras variables cuya magnitud está sometida a algún tipo de restricción. Sin embargo, a diferencia de la aplicación de la programación lineal a problemas de transporte, como la descrita por HAGGETT (1965), en este caso el problema y la correspondiente formulación del sistema de ecuaciones es sensiblemente distinto en cuanto a las restricciones.

Mientras en el problema de transporte actúan como restricciones el número de personas efectivamente residentes en las áreas origen y el número de puestos de trabajo realmente existentes en las áreas destino, en el problema de localización aquí planteado estos valores son precisamente los que hay que calcular tomando como restricción la capacidad máxima residencial y de puestos de trabajo que admiten las distintas áreas respectivamente, con una restricción suplementaria que indica el total efectivo a localizar y distribuir, el cual resulta de la previsión efectuada. Asimismo, contrariamente al caso del transporte,

Las variables independientes no necesariamente han de ser todas distintas de cero.

De este modo el sistema de ecuaciones resulta:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad D &= \sum_{i=n} \sum_{j=m} d_{ij} x_{ij} \\ \text{cumpliéndose} \quad CR_1 &\geq \sum_{j=m} x_{1j} \\ CR_2 &\geq \sum_{j=m} x_{2j} \\ &\vdots \\ CR_n &\geq \sum_{j=m} x_{nj} \\ CI_1 &\geq \sum_{i=n} x_{i1} \\ CI_2 &\geq \sum_{i=n} x_{i2} \\ &\vdots \\ CI_m &\geq \sum_{i=n} x_{im} \\ T &= \sum_{i=n} \sum_{j=m} x_{ij} \end{aligned}$$

donde  $D$  es la variable a optimizar definida por la ecuación  
 $CR_i$  es la capacidad máxima de una área residencial  $i$  de las  $n$  áreas residenciales  
 $CI_j$  es la capacidad máxima de una área industrial  $j$  de las  $m$  áreas industriales  
 $T$  es el total efectivo a localizar

sistema que a efectos de resolución mediante el algoritmo del método 'simplex' debe incorporar una serie de variables residuales ( $SR_i$ ,  $SI_j$ ,  $STA$ ) que permitan transformar las desigualdades en ecuaciones propiamente dichas.

En el caso de contemplar otros objetivos de planeamiento, como una asignación mínima a cada una de las áreas residenciales para conseguir un crecimiento desconcentrado, sólo hay que añadir al sistema anterior las ecuaciones:

$$AM_1 \leq \sum_{j=m} x_{1j}$$

$$AM_2 \leq \sum_{j=m} x_{2j}$$

$$\vdots$$

$$AM_n \leq \sum_{j=m} x_{nj}$$

donde  $AM_i$  es la asignación mínima de población a una área  $i$  de las  $n$  áreas residenciales

ecuaciones que plantean el problema de la restricción de sentido contrario y obligan a introducir dos series de variables residuales para evitar el problema de los signos negativos en el método 'simplex'.

Si se contempla este caso de asignación mínima para las áreas origen, una última posibilidad a considerar es hacer:

$$AM_1 = AM_2 = \dots = AM_n$$

con lo cual se está adoptando un objetivo de crecimiento desconcentrado e igualitario; o bien considerar diferentes valores para  $AM_1, AM_2, \dots, AM_n$ , si se pretende priorizar la asignación de acuerdo con una jerarquía de áreas, que puede ser la existente u otra deliberadamente establecida con finalidades de equilibrio u otras.

#### 4. DEFINICION DE VARIABLES Y PARAMETROS

La principal dificultad de aplicación estriba en el hecho de que algunas variables no pueden medirse directamente y deben calcularse o estimarse a partir de otras usando algún tipo de parámetros, tal como se comenta a continuación. Se comprende, sin embargo, que este es el aspecto más delicado de este modelo, por cuanto el valor de los resultados finales depende en gran parte del rigor con que se efectúe dicha estimación.

##### Distancia ( $d_{ij}$ )

La distancia entre cada par de áreas se define como la distancia mínima entre ambas a través de la red de comunicaciones, medida en tiempo para reflejar mejor la fricción efectiva de la distancia.

### Flujo ( $x_{1j}$ )

Es el número de trabajadores residentes en una área que se desplazan a trabajar a otra área, cuyo sumatorio para cada origen y para cada destino se quiere averiguar. La relación de esta variable con las variables capacidad debería ser de equivalencia puesto que en las ecuaciones las capacidades aparecen como suma de flujos más algún residuo, sin embargo esto sólo es así en el caso de la capacidad de las áreas industriales.

### Capacidad de las áreas residenciales ( $CR_1$ )

La equivalencia de la capacidad residencial con la suma de flujos se consigue definiendo esta capacidad como el número máximo de trabajadores industriales que pueden residir en una área dada. Estos se calculan como el producto de la capacidad residencial total ( $CRT_1$ ) por la tasa de actividad industrial ( $tai$ ). Sin embargo, la capacidad residencial total tampoco es un valor inmediato sino que generalmente hay que partir de un valor de superficie de suelo disponible ( $S_1$ ), de modo que el cálculo se realiza mediante el uso de parámetros como el coeficiente de edificabilidad ( $ce$ ), el porcentaje de superficie residencial ( $\%sr$ ), el porcentaje de superficie habitable ( $\%sh$ ), el tamaño estándar de la vivienda ( $tv$ ) y el número estándar de personas por vivienda ( $pv$ ). En cualquier caso el cálculo concreto variará bastante en cada situación en función de la información disponible y del nivel de precisión deseado.

### Capacidad de las áreas industriales ( $CI_j$ )

Como en el caso anterior la equivalencia entre los valores de superficie directamente obtenibles y el número de puestos de trabajo que pueden suponer, se logra empleando constantes como la superficie media de las empresas ( $se$ ) y el tamaño medio de la empresa en número de trabajadores ( $te$ ), que en general deben ser a su vez estimados. Sin embargo, esta variable resulta homogénea respecto a las variables flujo y total a asignar.

### Total efectivo a localizar ( $STA$ )

Es el número total de puestos de trabajo industriales a localizar, que obviamente es igual al número total de trabajadores industriales residentes y es el elemento clave de la operación

del modelo. Por ello y porque debe calcularse mediante algún tipo de proyección, su cálculo debe ser extremadamente riguroso y aun así hay que acoger los resultados con cierta cautela.

#### 5. OPERACION AUTOMATIZADA DEL MODELO

El modelo es operado mediante el programa SIMPLEX.BAS, de elaboración propia, que automatiza el algoritmo del método 'simplex' de programación lineal. No obstante, dado que uno de los elementos de información de que hay que disponer es una matriz de distancias mínimas, previamente hay que operar el programa FLOYD.BAS basado en el algoritmo del mismo nombre, que permite obtener la matriz de mínimo recorrido entre los nudos de la red definida por el conjunto de áreas. Además, a fin de automatizar al máximo el conjunto del proceso, se emplean también algunos programas auxiliares para el manejo de la información, que para mayor comodidad se registra siempre en archivos independientes.

#### 6. APLICACION DEL MODELO: EL CASO DE SANT CELONI

El ámbito elegido para la experimentación del modelo fue el municipio de Sant Celoni (aprox. 12.000 hab.), principalmente por razones de disponibilidad de información. Sin embargo, y aunque el ámbito municipal pueda presentar el inconveniente de ser demasiado exiguo o de sufrir interacciones que sobrepasan los límites municipales, el hecho de tomar un ámbito de estas dimensiones resulta consistente con lo apuntado anteriormente acerca del planeamiento municipal.

En este caso se partía de la existencia de un Plan General de Ordenación Urbana de 1983, con una zonificación de usos del suelo que daba un conjunto de áreas potencialmente destinadas a usos residenciales o industriales, que estaban además sometidas a distintos regímenes jurídicos en cuanto a la posibilidad de actuación -SU, SUP, SUNP-.

Las necesidades de planeamiento que podía cubrir el modelo diseñado podían ser, en este contexto, de dos tipos. En primer lugar, durante la formación del plan, para decidir la inclusión de una área bajo un determinado epígrafe de la zonificación de



usos o de la calificación en regímenes, en el caso en que aquel conjunto de áreas fuera simplemente una colección de casos posibles. En segundo lugar, una vez aprobado, para definir las áreas objeto de programación, es decir las de actuación para el período inmediato de cuatro años.

En este caso se optó por la segunda aplicación, por su mayor simplicidad y porque la primera requería una proyección de población y empleo para  $t=20$ , mientras que la segunda sólo para  $t=5$  -habida cuenta de que se buscaba determinar las áreas a programar para el primer período (1983-87), que efectivamente hay que contar a partir de 1982, y de que los datos de población son de 1981-, lo cual siempre conduce a resultados más fiables (MCLOUGHLIN 1969a).

Se eligieron, pues, todas aquellas áreas que el plan define como residenciales o industriales, sin tener en cuenta, sin embargo, su calificación jurídica, pero sí la distinción entre pequeña y gran industria (ver tabla 1 y mapas 1 y 2).

Como especificaciones adicionales hay que añadir que para el cálculo de los valores de las distintas variables se emplearon aquellos parámetros suministrados por el plan (edificabilidad), aunque en la mayor parte de los casos hubo que recurrir a valores estándar o a estimaciones a partir de información sobre la zona, bien fuera procedente de la documentación del plan o de otros estudios (LLEONART 1980), particularmente en el caso de la capacidad de las áreas industriales, en el que además se tuvo en cuenta el ratio entre trabajadores locales/foráneos ( $r_t$ ) y el ratio gran industria/pequeña industria ( $r_i$ ), este último a fin de calcular la capacidad sobrante una vez operado el modelo para la asignación de suelo para gran industria y poder reiterar así la operación para la pequeña industria. Los valores así calculados aparecen en las tablas 2 y 3.

El total efectivo a localizar se calculó proyectando separadamente la población y el empleo mediante una técnica simple como es el método de correlación y regresión (LLEONART 1980, MCLOUGHLIN 1969b). Después de varias pruebas las ecuaciones que ofrecían un mayor grado de correlación entre las variables fueron:

las siguientes:

$$P_t = 4597,24 + 237,41 t$$

$$\ln \Delta E_t^* = 3,277 + 0,059 t$$

cuyos coeficientes de correlación son, respectivamente:

$$r = 0,9932$$

$$r = 0,7076$$

siendo  $P_t$  población estimada al cabo del periodo  $t$

$\ln \Delta E_t^*$  el logaritmo neperiano del incremento anual de empleo en una serie de medianas móviles por periodos de 3 años obtenida de la serie original de incrementos anuales de empleo

Los valores de población y empleo obtenidos mediante las dos ecuaciones anteriores para 1987 son, respectivamente:

$$\hat{P}_{t+5} = 1215$$

$$\hat{E}_{t+5} = 432$$

Entonces el cálculo del total a asignar es el reflejado en la tabla 4, haciendo intervenir los ratios mencionados puesto que el empleo había sido proyectado independientemente de la población, de modo que el total de trabajadores locales son el total efectivo a localizar, primero en el caso de gran industria y después para pequeña industria.

## 7. EVALUACION DE RESULTADOS. CONCLUSION

Los resultados obtenidos muestran que la localización óptima de los 432 puestos de trabajo previstos (267 para trabajadores locales y 170 para foráneos) supone la saturación de las áreas residenciales  $k$   $i$   $n$  y la ocupación parcial (41%) de la área  $l$ , mientras que, respecto a las áreas industriales, se ocupa el 95% 20% y 14% respectivamente de las áreas  $C$ ,  $F$  y  $H$ .

Así, la conclusión dentro del supuesto de planeamiento de que se parte sería programar las áreas citadas para el primer cuatrimestre y reservar el resto para los siguientes periodos.

La comparación entre este resultado y la programación efectivamente realizada por el plan muestra una diferencia de previsión casi abismal, lo cual se explica en parte por el hecho de que nuestro planeamiento no tiene valor normativo en cuanto a la ejecución de las actuaciones sobre el suelo, sino que ésta corresponde a la iniciativa privada y por ello se requiere un cierto sobredimensionamiento de la oferta de suelo.

A pesar de todo, el resultado pone de manifiesto lo que parece el principal defecto del planeamiento municipal: el excesivo sobredimensionamiento de la oferta de suelo, puesto que la calificación del suelo acostumbra a aparecer desconectada de previsiones rigurosas y razonables.

En este sentido, el modelo ensayado, aunque deba afinarse en algunas de sus partes, en especial la proyección de población y empleo, se muestra como un posible camino a seguir para introducir en el planeamiento criterios más tangibles que los hasta el momento empleados, y al mismo tiempo, dada su versatilidad puede suponer un procedimiento bastante útil para simular el resultado de opciones distintas que impliquen diferentes configuraciones del territorio. Aunque esta vía aquí apenas se haya explotado pues los resultados de la proyección de empleo y población no autorizaban a ir más lejos en el ensayo.

Por otra parte, lo que aquí se ha ensayado no es más que el núcleo de un método de localización que podría perfectamente integrarse en una secuencia de análisis-planificación integral de una región, encadenando el proceso de localización en forma de secuencia reiterada de localizaciones de residencia en función de minimizar la distancia al trabajo en sus diversos componentes -industrial básico, industrial no básico, terciario, ...-, de localización de los servicios minimizando la distancia a la residencia, etc.

Barcelona, verano de 1955

## REFERENCIAS

- DREWET, J.R. (1969), *A stochastic model of the land conversion proces*, in HALL, P. 1969.
- HAGGETT, P. (1965), *Locational analysis in Human Geography*. London: Arnold. (ed. castellana de 1975 *Análisis locacional en la geografía humana*. Barcelona: Gustavo Gili).
- HALL, P. (1969), (ed.), "Urban and regional models". *Journal of the Regional Studies Association*, vol 3 nº 3. London. (ed. castellana de 1975 *Modelos de análisis territorial*. Vilassar de Mar: Oikos-Tau).
- HARVEY, D. (1969), *Explanation in Geography*. London: Arnold. (ed. castellana de 1983 *Teorías, leyes y modelos en geografía*. Madrid: Alianza Editorial).
- ISARD, W. (1960), *Methods of regional analysis. An introduction to Regional Science*. Massachussets. (ed. castellana de 1971 *Métodos de análisis regional*. Barcelona: Ariel).
- LLEONART, P. (1980), *Els atractius industrials de 29 ciutats de Catalunya*. Barcelona: Banca Catalana.
- MCLOUGHLIN, J.B. (1969a), *Simulation for beginners. The Planning of a sub-regional model system*. in HALL, P. 1969.
- MCLOUGHLIN, J.B. (1969b), *Urban and regional planning. A systems approach*. London: Faber & Faber. (ed. castellana de 1976 *Planificación urbana y regional*. Madrid: IEAL).
- SMITH, D. (1977), *Human Geography. A welfare approach*. London: Arnold. (ed. castellana de 1980 *Geografía humana*. Vilassar de Mar: Oikos-Tau).

**A P E N D I C E :    Tablas y gráficos**

TABLA 1 INVENTARIO DE AREAS CONSIDERADAS EN EL ENSAYO

CODIGO	DENOMINACION	USO	CALIFICACION	SUPERFICIE (ha)
a	sector 2a	residencial	SUP	5,25
b	sector 3	"	SUP	12,10
c	sector 6	"	SUP	9,19
d	sector 7	"	SUP	3,91
e	sector A	"	SUNP	2,63
f	sector B	"	SUNP	9,68
g	sector C	"	SUNP	2,58
h	sector D	"	SUNP	15,70
i	sector E	"	SUNP	8,55
j	PERI n° 1	"	SU	0,74
k	PERI n° 2	"	SU	1,72
l	PERI n° 3	"	SU	2,99
m	PERI n° 4	"	SU	0,90
n	zona 3 (plataforma estación)	"	SU	0,70
A	sector 1	gran industria	SUP	25,30
B	sector 4	" "	SUP	6,72
C	sector 5	" "	SUP	3,31
D	sector 8	" "	SUP	29,96
E	sector 9	" "	SUP	4,10
F	sector 2b	pequeña industria	SUP	6,47
G	sector 10	" "	SUP	3,45
H	sector 9a	gran industria	SU	8,00

Fuente: P.G.O.U. Sant Celoni 1983

TABLA 2 CAPACIDAD DE LAS AREAS RESIDENCIALES

AREA	$S_i$ (ha)	ce	SUPERFICIE EDIFICABLE	%sr	SUPERFICIE RESIDENCIAL	%sh	SUPERFICIE HABITABLE	tv	VIVIENDAS	pv	$CRT_i$	tal
a	5,25	0,50	26250	90	23625	95	22444	120	187	4	748	0,22
b	12,10	0,50	60500	90	54450	95	51727	120	431	4	1724	0,22
c	9,19	0,50	45950	90	41355	95	39287	120	327	4	1308	0,22
d	3,91	0,50	19550	90	17595	95	16715	120	139	4	556	0,22
e	2,63	0,40	10520	90	9468	100	9468	160	59	4	236	0,10
f	9,68	0,20	19360	90	17424	100	17424	200	87	4	348	0,10
g	2,58	0,40	10320	90	9288	100	9288	160	58	4	232	0,10
h	15,70	0,40	62800	90	56520	100	56520	160	323	4	1412	0,10
i	8,55	0,30	25650	90	23085	100	23085	160	144	4	576	0,10
j	0,74	1,20	8880	90	7992	95	7592	100	76	4	304	0,22
k	1,72	1,10	18920	90	17028	95	16176	100	162	4	648	0,22
l	2,99	1,10	32890	90	29601	95	28120	100	281	4	1124	0,22
m	0,90	1,00	9000	90	8100	95	7695	100	77	4	308	0,22
n	0,70	0,50	3500	90	3150	95	2992	120	25	4	100	0,22

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del PGOU de Sant Celoni 1983  
 otras estimaciones.

TAELA 3 CAPACIDAD DE LAS AREAS INDUSTRIALES

AREA	S <sub>i</sub> (ha)	SUPERFICIE DISPONIBLE	SUPERFICIE UTIL	se	EMPRESAS	te	PUESTOS TRABAJO	rt	CRi
A	25,30	219050	197145	15000	13	127	1651	0,62	1024
B	6,72	67200	60480	15000	4	127	508	0,62	315
C	3,31	33100	29790	15000	2	127	254	0,62	157
D	29,20	171900	154710	15000	10	127	1270	0,62	787
E	4,10	10750	9675	15000	0,6	127	82	0,62	51
F	6,47	64700	58230	1000	58	10	580	0,62	476
G	3,45	34500	31050	1000	31	10	310	0,62	192
H	8,00	37700	33930	15000	2	127	254	0,62	157

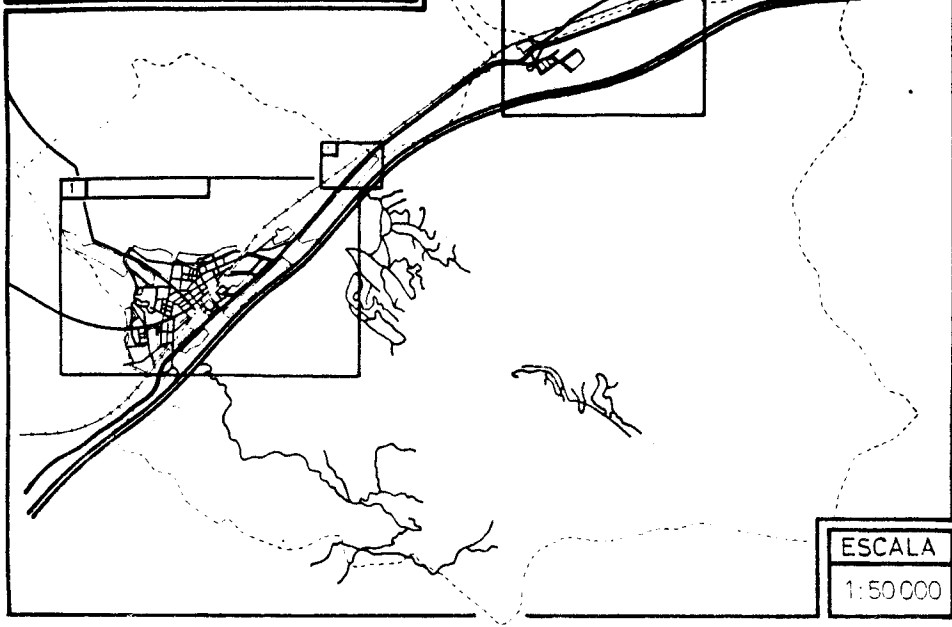
Fuente: Elaboración propia.



TABLA 4 TOTAL EFECTIVO A LOCALIZAR

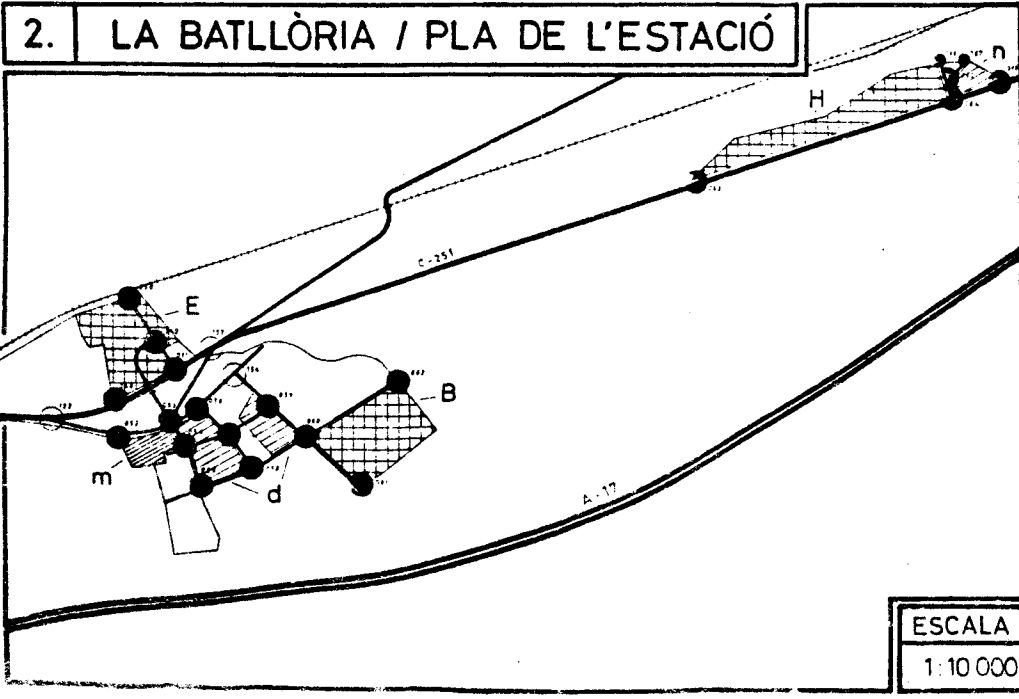
	$\hat{E}_{t+5}$	ri	$\hat{E}_{t+5}$ según industria	rt	TRABAJADORES FORANEOS	T según industria
Gran industria	432	0,64	276	0,62	105	171
Pequeña industria	432	0,35	156	0,62	60	96
Total	432	-	432	0,62	165	267

Fuente: Elaboración propia.



Joan Nunes

Abril 1986

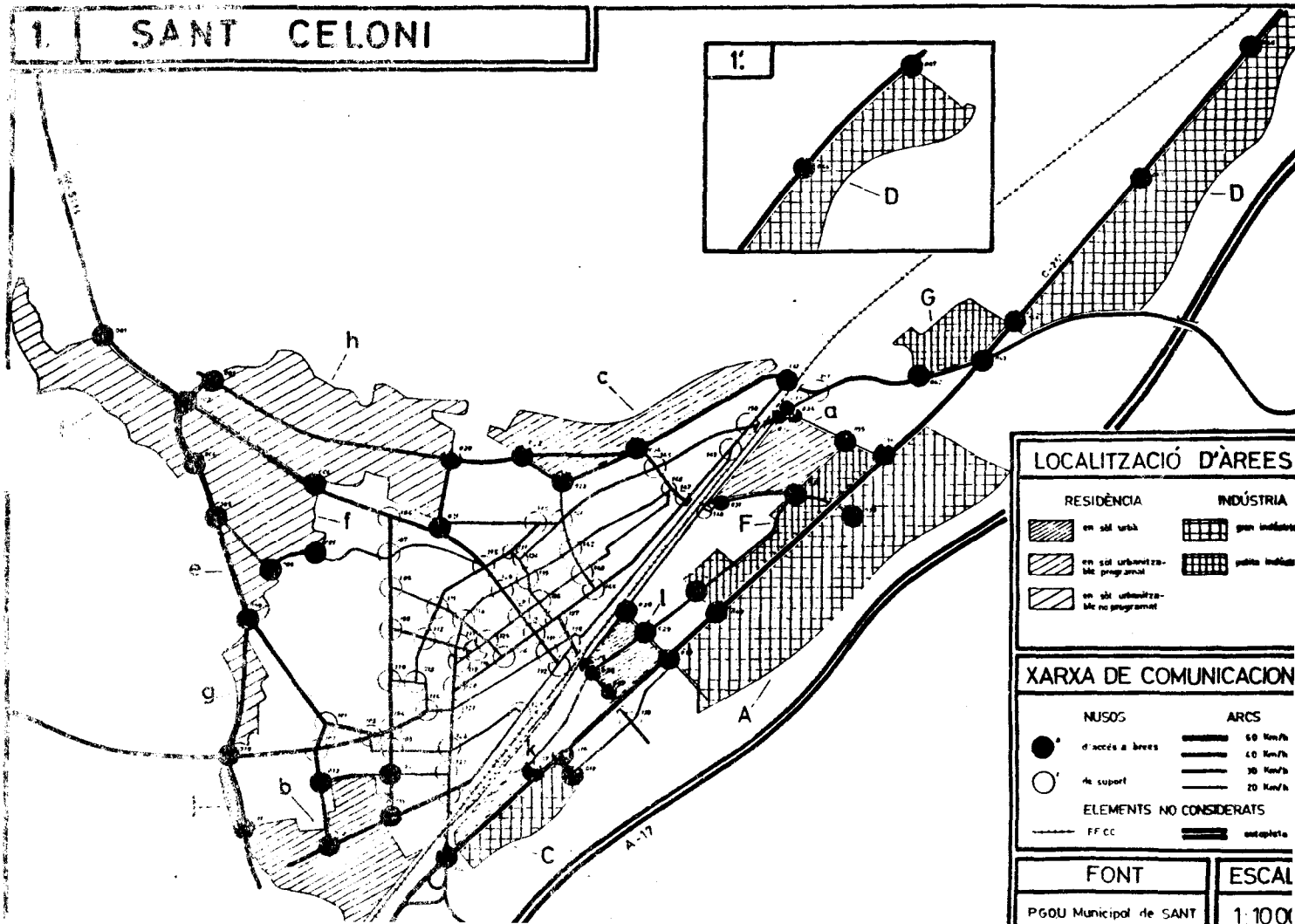
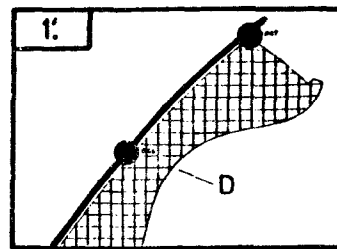


Joan Nunes

Abril 1986

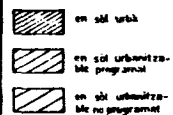
1

## SANT CELONI



## LOCALITZACIÓ D'ÀREES

## RESIDÈNCIA

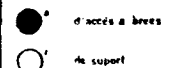


## INDÚSTRIA

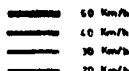


## XARXA DE COMUNICACIÓ

## NUSOS



## ARCS



## ELEMENTS NO CONSIDERATS



FONT

PGOU Municipal de SANT

ESCALA

1:1000

**RED VIARIA Y ORDENACION ESPACIAL EN LA ISLA DE MENORCA.  
APLICACION DE LA TEORIA DE GRAFOS.**

Juana María Petrus Bey  
(Universidad de Les Illes Balears)

**1. INTRODUCCION**

Resulta del todo evidente que la aplicación de métodos cuantitativos al conocimiento y planificación del territorio ha puesto de relieve, por un lado, la necesidad de una rápida y correcta asimilación de los avances matemáticos por parte de los geógrafos, y por otra, la extrema utilidad y eficacia de estos métodos a la hora de resolver problemas de ordenación espacial. Problemas éstos que otros métodos, empírico-inductivos, no han podido plantear correctamente o detectar siquiera y, por tanto, resolver de forma satisfactoria.

Evidentemente ha llegado a ser también, por fortuna, que la utilización indiscriminada de métodos y técnicas cuantitativas no garantiza, a priori, y por su mero planteamiento matemático, la solución óptima a los problemas geográficos (el de la ordenación espacial entre ellos).

Aplicar un método, teoría o técnica cuantitativa a un problema geográfico, no significa, por más que todos los cálculos matemáticos sean correctos, "resolver" eficazmente ese problema. Si eso es lo que se pretende, habrá que partir de tres premisas principales: 1ª definir clara y distintamente el problema; 2ª comprobar que el método cuantitativo escogido es el más adecuado para la resolución óptima de aquél; 3ª comprobar la aplicación correcta del método, teoría o técnica escogida al problema. De cumplir únicamente con esta última premisa se conseguirá tan sólo obtener un "ejemplo" arbitrario de cómo se aplica un determinado método cuantitativo a un problema. Sus resultados, sin embargo, no podrán explicar

(más que por pura casualidad) la realidad, al menos no matemáticamente y, por tanto, resultarán en ese sentido ficticios.

## 2. OBJETIVOS Y METODOS DEL TRABAJO

La presente comunicación tiene como objetivos fundamentales: 1º) abordar el estudio de la ordenación espacial de Menorca-territorio físicamente bien delimitado por su condición de insularidad- utilizando para ello la teoría matemática de grafos en su forma más usual de aplicación dentro de la Geografía Humana: el estudio de las redes de transporte (en concreto del transporte por carretera); y 2º) comprobar cómo la introducción de un nuevo medio de transporte en la isla, el aéreo en concreto (de vital importancia para los territorios insulares), y la consiguiente construcción de su elemento terrestre principal, el aeropuerto, ha modificado la estructura de la red viaria existente y, por tanto, el orden espacial que ésta había establecido entre las distintas poblaciones de la isla antes de su aparición.

### 2.1 Justificación y tratamiento del tema

Así pues, de acuerdo con las premisas enunciadas en la introducción y con lo expuesto en ésta, no nos hemos limitado a aplicar sin más la teoría de grafos a la red de carreteras de Menorca para mostrar fácilmente y con rápidas operaciones cómo se aplica esta teoría al estudio de una red viaria. Con este fin y sin exceder estas pretensiones son varios los trabajos existentes que han utilizado la red viaria de esta isla para ofrecer un ejemplo claro de la aplicación de la teoría de grafos: recordemos el de BENEJAM y VERGARA (1976), o el de ESTEBANEZ (1976) entre otros; pero, a nuestro modo de ver, en ninguno de ellos se llega a estudiar en profundidad los problemas más simples de esta teoría: accesibilidad y conectividad. La teoría de grafos no se aplica en ninguno de estos casos a la misma red viaria, no se explicita previamente qué se pretende demostrar o explicar y, desde luego, se llegan a resultados de los que es fácil disentir.

El principal punto de discusión parece estar en la selección de las carreteras que se utilizan como arcos internodales y en las poblaciones, cruces, u otros lugares que se consideran "nodos" en el estudio. Estos elementos son fundamentales a la hora de extraer conclusiones pues su "más o menos afortunada elección puede hacer que el sentido y la fiabilidad de los resultados cambien totalmente (...), los trabajos prácticos que hemos encontrado para el caso de España en aplicación de la técnica de grafos, demuestran que la elección de rutas está determinada por criterios técnicos y administrativos, de manera que se eligen las carreteras a cargo del Estado (A.M. GARCIA LORCA, 1979), o de éstas simplemente su tipología, como por ejemplo las comarcales (ESTABENEZ, 1971)" (BRUNET, P., 1980, pag. 13).

Respecto a los nodos o vértices seleccionados en la teoría de grafos existe también un problema de definición, pues son interpretados a veces como sinónimos de núcleos de población, entrecruce de vías, u otros elementos (sobre este problema terminológico volveremos en el subpárrafo siguiente).

Pretendemos, por consiguiente, en este estudio, utilizar la teoría de grafos no tan sólo para describir y expresar los fenómenos espaciales del territorio en términos matemáticos sino, fundamentalmente, para determinar la importancia de la reordenación espacial que la red viaria ha establecido sobre el territorio en dos momentos sucesivos: 1º) tras la creación del actual aeropuerto, situado a 5 km. de Maó (y a 6 minutos de viaje); y 2º) tras la adición de un nuevo segmento o tramo a la red preexistente (enlace C-721 con la local Maó-St. Climent).

## **2.2 Sobre lenguaje y terminología**

Al igual que otros autores creemos que, de alguna manera, la base de un común entendimiento y de una correcta interpretación y crítica ulterior de los modelos cuantitativos, reside, en gran parte, en el hecho de que exista previamente una definición clara y unívoca de los términos y conceptos que se empleen en la exposición.

La terminología aquí utilizada no es arbitraria, seguimos la habitualmente desarrollada en este campo por GARRISON, KANSKY, NYSTUEY, TAYLOR, POTRYKOWSKI... A fin de agilizar la lectura del texto, y presuponiendo que la mayoría de términos son de sobra conocidos, remitimos al final de la comunicación donde hemos incluido un breve vocabulario que clasificará las nociones utilizadas en el texto. Los conceptos que aparecen en él son definidos gradualmente y remitiremos a ellos, si es necesario, como sigue: por ejemplo, "Grafo (D-6)", significando que la definición 6 aclara lo que en el texto entendemos por dicho término.

### 3. LA RED DE CARRETERAS DE MENORCA

La red de Transportes (D-5) de este espacio insular ha sido objeto de numerosas y considerables modificaciones a lo largo de la historia (Fig. 1) pero la consolidación de su trazado más importante a partir del que se ha ido desarrollando vías arteriales de conexión, data del siglo XVIII. (Camí d'en Kane, 1720). Este, en principio camino, hoy carretera comarcal C-721, ha reforzado la ordenación del espacio insular en torno a un eje central que recorre la isla de Este a Oeste pasando por todos los núcleos importantes de población. Algo más desarrollada, la red viaria anterior a la apertura del aeropuerto actual (1969) (Fig. 1) conserva, aunque con la incorporación de algunos nuevos tramos (D-12), esta línea de comunicación esencial. Tras la aparición del aeropuerto y su ubicación, en el extremo suroriental de la isla, puede observarse claramente la amplia densificación de la red que se ha producido en 15 años, sobre todo en las zonas turísticas próximas a la costa oriental (norte y sobre todo sur), más cercanas al aeropuerto o mejor conectas con él.

Para comprobarse esta densificación puede verse la Fig. 2 donde se destaca en trazo grueso la red principal de carreteras que conecta exclusivamente poblaciones principales entre sí, y en trazo más fino, las carreteras que conducen a núcleos turísticos y urbanizaciones.

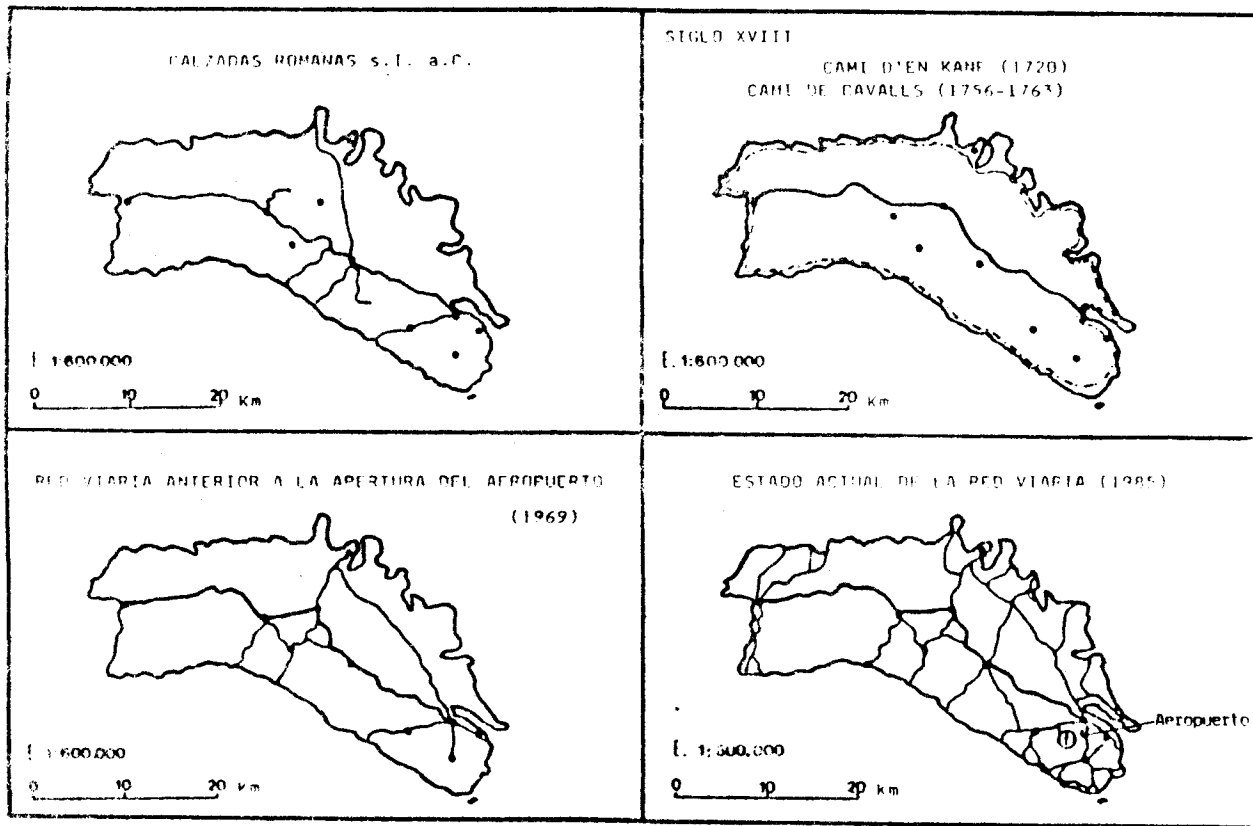


Fig. 1. Estado morfológico de la Red viaria de Menorca en distintos momentos de su desarrollo.



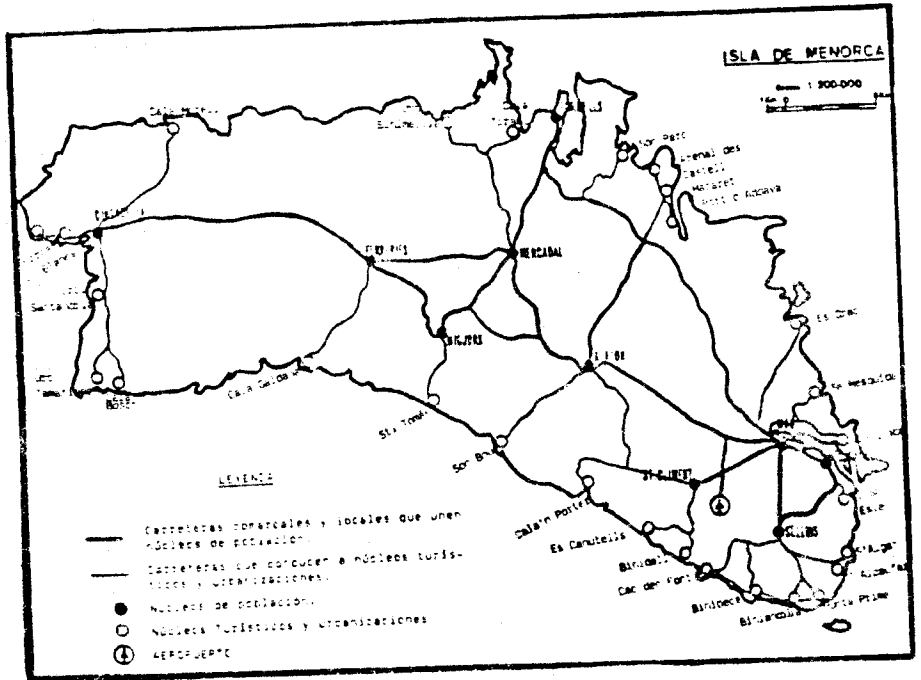


Fig. 2. Mapa de la Isla de Menorca, donde se destacan principalmente la Red de Carreteras que cubre la isla así como las poblaciones y núcleos turísticos que quedan por ella conectadas.

#### 4. APLICACION DE LA TEORIA DE GRAFOS A LA ACTUAL RED VIARIA DE MENORCA

Para el análisis topológico (D-4) de la red de carreteras hemos utilizado el mapa de Menorca a escala 1:93.000 realizado por el Consejo Superior Cartográfico (CSC, 1960) aunque para su presentación gráfica se haya reducido la escala a 1:200.000 y 1:600.000.

##### 4.1 La transformación de la red viaria en grafo

A partir de la red general de carreteras (Fig. 2) hemos realizado dos esquematizaciones sucesivas. La primera contiene exactamente los mismos enlaces, cruces y conexiones que el Mapa General anterior, sólo que se ha transformado el trazado más largo existente entre sus nodos, por uno ficticio de trazado mínimo (Fig. 3). La segunda esquematización corresponde a la red viaria escogida para nuestro estudio, con indicación de códigos de identificación tanto en los futuros nodos o vértices (D-9) (poblaciones y aeropuerto) como de las intersecciones viarias en ruta (cruces internodales y/o interviales) (Fig.4).

Se presentan a continuación otras dos esquematizaciones, idénticas a las de la figura 4, que contienen como novedad: una, Fig. 5, el haber incorporado a cada tramo viario (D-12) el indicativo correspondiente a las distancias kilométricas entre los distintos nodos y cruces de la red seleccionada; la otra, Fig. 6, la incorporación, como en el caso anterior, esta vez de las distintas distancias horarias (expresadas en minutos).

Tanto el mapa de la Fig. 4 como los de las Figs. 5 y 6 permitirán comprobar a quienes lo deseen, la transformación de estas esquematizaciones, topológicas, kilométricas y horarias, en los grafos no planos  $G$  y  $G_A$  (D-8) que se presentan cada uno de ellos bajo esas tres distintas mediciones de distancia (Fig. 7 a la Fig. 12).

Hemos designado con el nombre de GRAFO  $G$  aquel grafo de representación topográfica no plana (D-8) de la red de carreteras

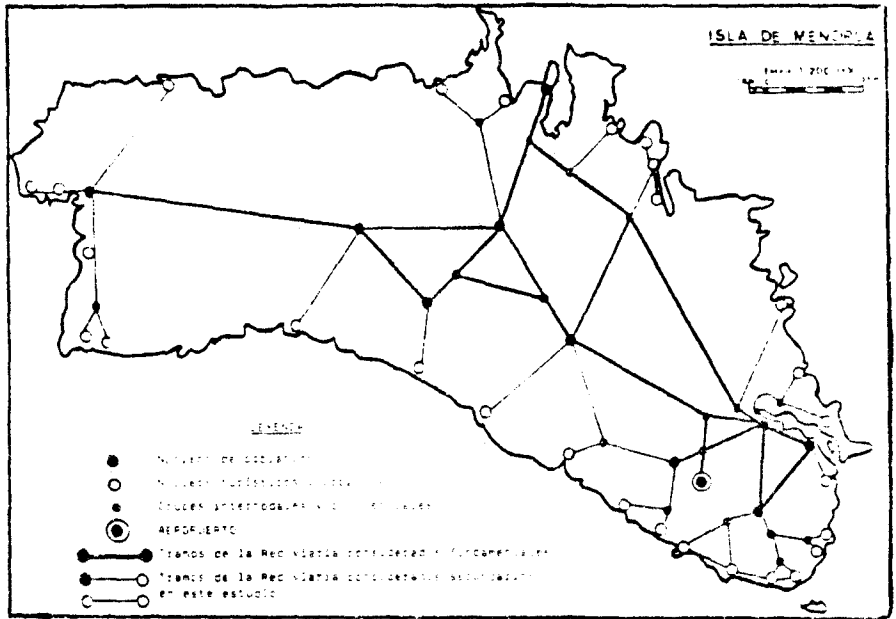


Fig. 3. Esquemización de la actual Red de Carreteras de Menorca.

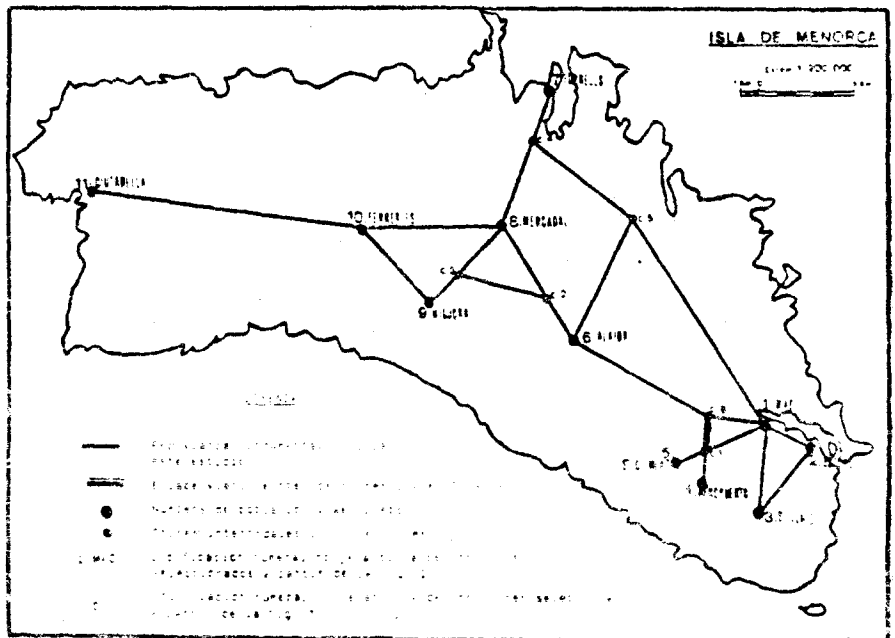


Fig. 4. Esquemización de la Red viaria utilizada en este trabajo.

Fig. 5. Esquemática de la Red Vial seleccionada con indicación de distancias kilométricas entre nodos y cruces de la misma.

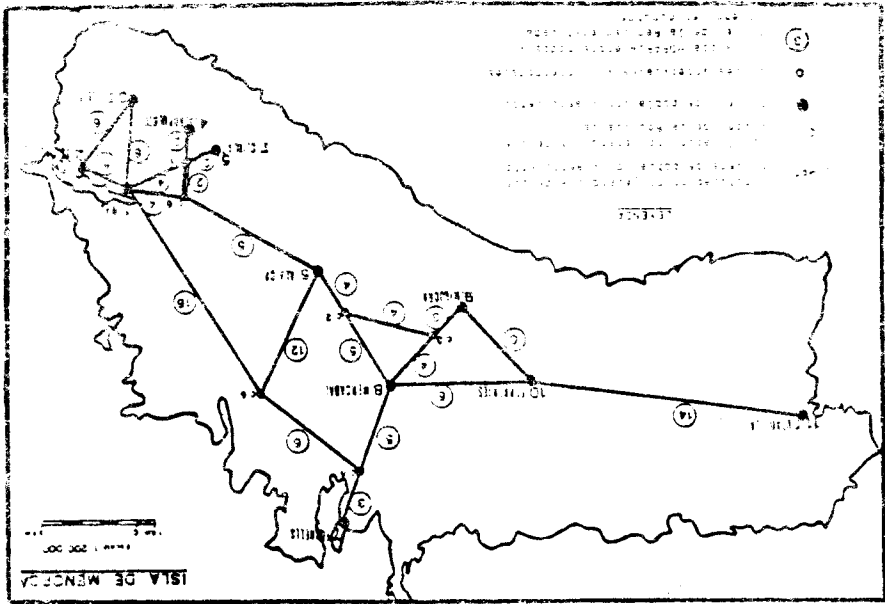
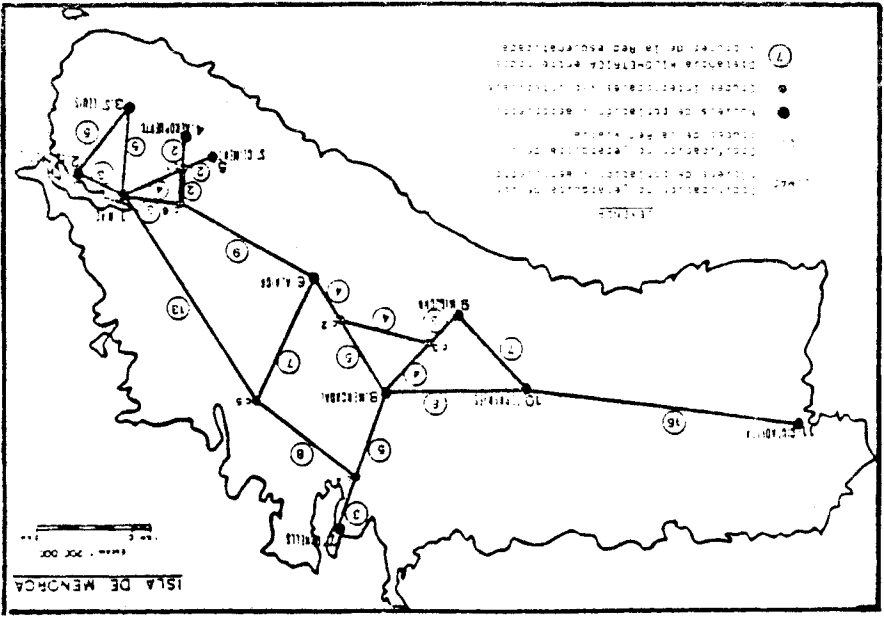


Fig. 5. Esquemática de la Red Vial seleccionada con indicación de distancias KILOMÉTRICAS entre nodos y cruces de la misma.



presentada en la Fig. 4 con la excepción del enlace C.1-C.6, vía ésta que, al cortar la carretera local Maó-Sant Climent, por la que se desvía uno hacia el aeropuerto en el Km. 4, con la carretera comarcal C-721 (Maó-Ciutadella) en el Km. 3, pone en contacto, con sólo dos Km., ambas carreteras desviando: 1º) por un lado, el tráfico que procedente de otros pueblos de la isla, y viniendo por la C-721, habían de dirigirse, forzosamente, hasta Maó, para tomar luego la carretera Maó-Sant Climent y de ella desviarse hasta el aeropuerto, y 2º) por otro, el tráfico que, procedente del aeropuerto, tiene como punto de destino cualquier otro núcleo de población que no sean los de la costa suboriental (Maó, Es Castell, Sant Lluís o Sant Climent). Este tráfico, antes de la creación del enlace C.1-C.6, se veía obligado también a pasar por el centro de la ciudad de Maó, con lo que no sólo aumentaba la distancia kilométrica a recorrer, y el tiempo invertido, sino que además, contribuía a congestionar enormemente los cinturones viarios periféricos de la ciudad de Maó, ya de por sí sobresaturada de tráfico, en especial durante los meses de estío.

El grafo  $G_A$  designa el grafo cuya representación topológica no-plana de la red viaria de la Fig. 4 incluye toda la red en su conjunto, incluido el enlace C.1-C.6.

## 5. ALGUNAS MEDIDAS DE COHESION DE LAS REDES DE TRANSPORTE APLICADAS A LOS GRAFOS $G$ Y $G_A$

Medir el grado de cohesión recíproca entre los vértices definidos en un grafo siempre resulta interesante, pero "el concepto de cohesión cobra un significado especial si 1) comparamos distintas redes, o bien 2) seguimos el desarrollo de una red en el tiempo (...) el grado de comunicación de la red constituye una medida que permite valorar la complejidad de las conexiones socioeconómicas de la región". (POTRYKOWSKI, M., 1994, pag. 122).

En nuestro propósito de analizar cómo ha afectado a la ordenación del espacio insular la introducción de un nuevo segmento

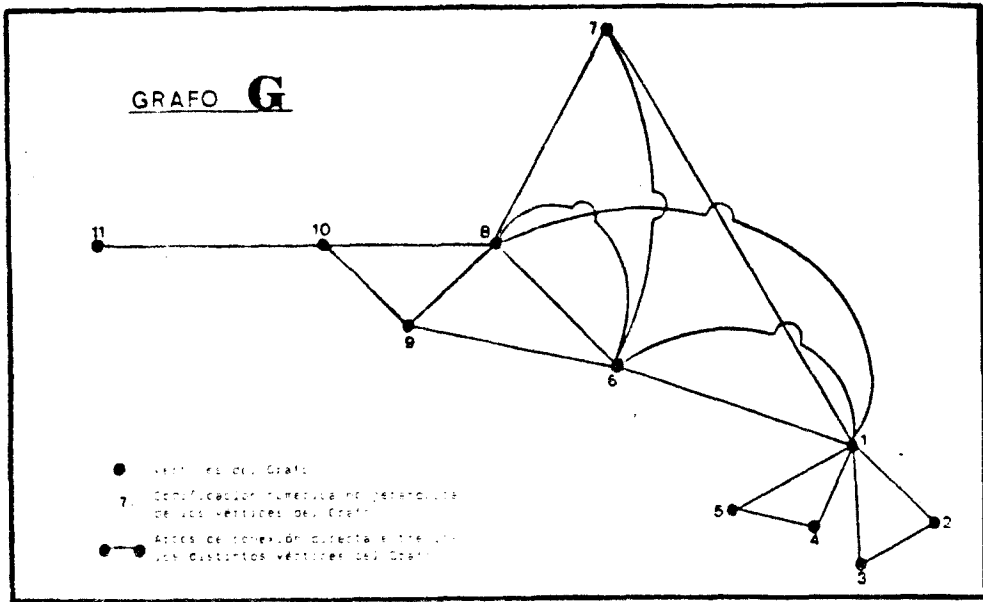


Fig. 7. Grafo no-plano  $G$ . Representación topológica de la Red de Carreteras seleccionada a partir de la Fig. 4. (Excluyendo el enlace C<sub>11</sub>-C<sub>6</sub>).

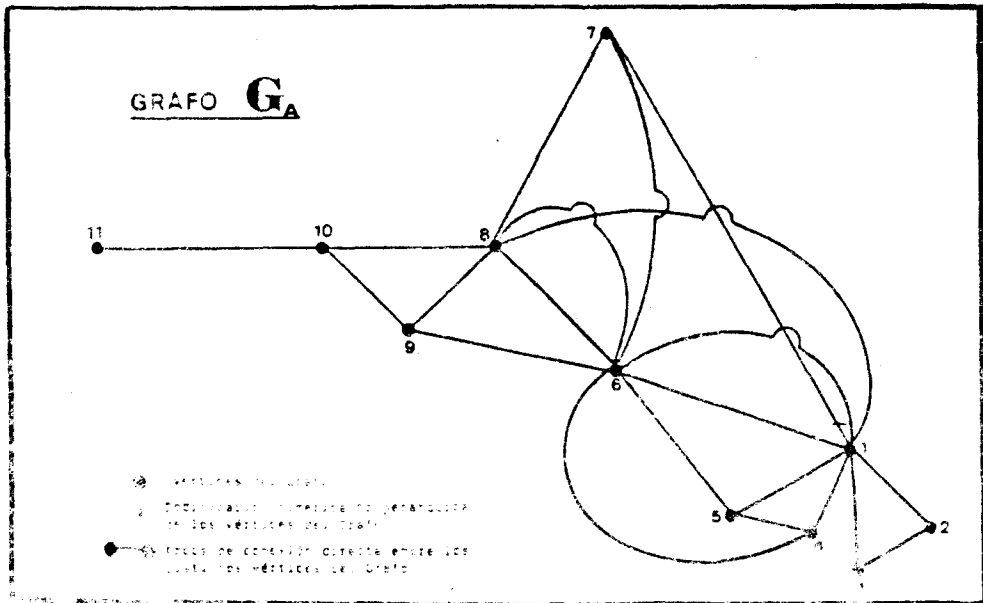


Fig. 8. Grafo no-plano  $G_A$ . Representación topológica de la Red de Carreteras seleccionada a partir de la Fig. 4. (Incluyendo el enlace C<sub>11</sub>-C<sub>6</sub>).

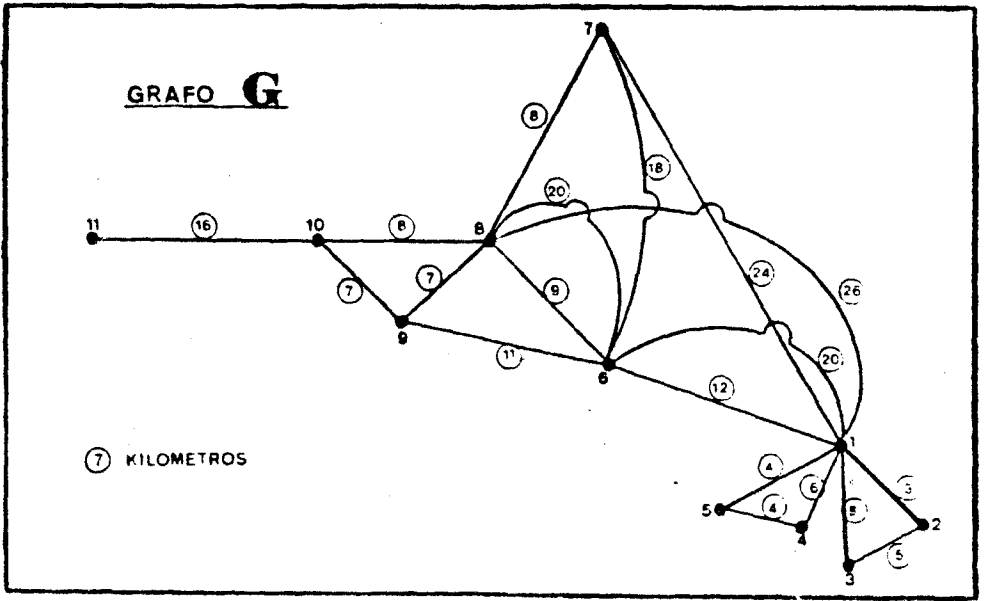


Fig. 9. Grafo G no-plano con indicación de distancias **KILOMÉTRICAS** inter-nodos.

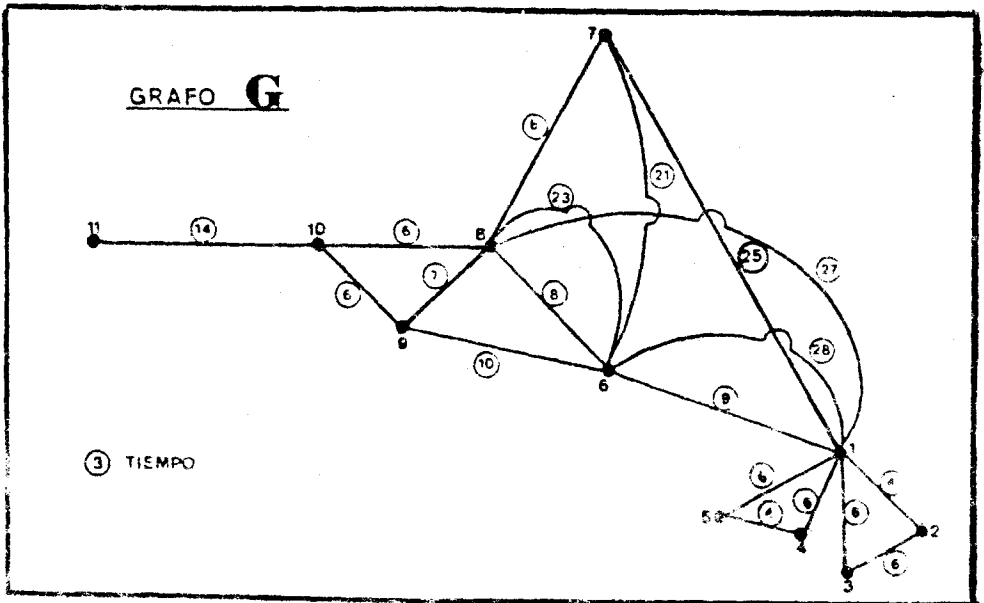


Fig. 10. Grafo G no-plano con indicación de distancias **HORARIAS** inter-nodos: (Minutos)

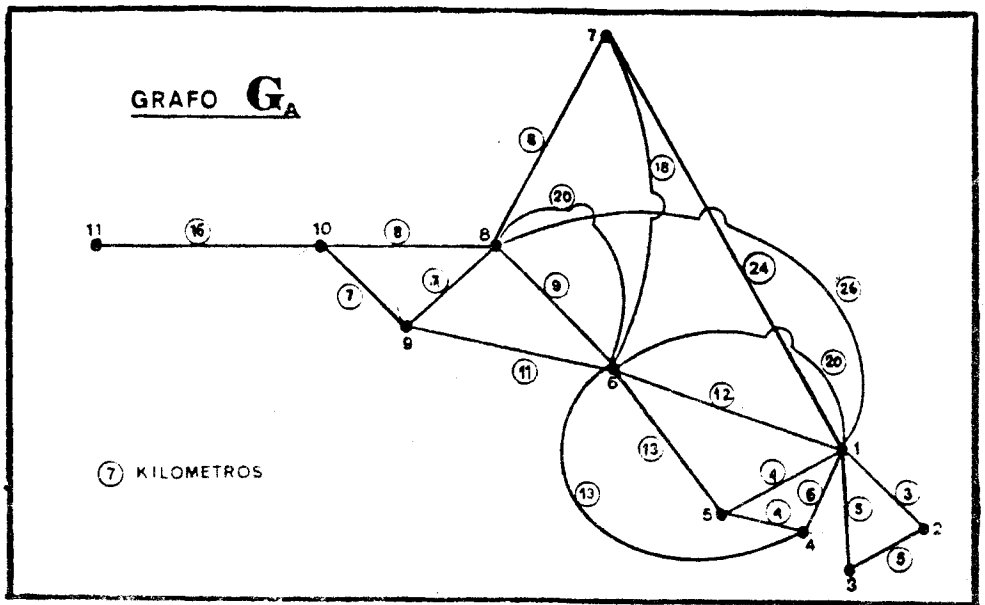


Fig. 11. Grafo  $G_A$  no-plano con indicación de distancias KILOMÉTRICAS internodales.

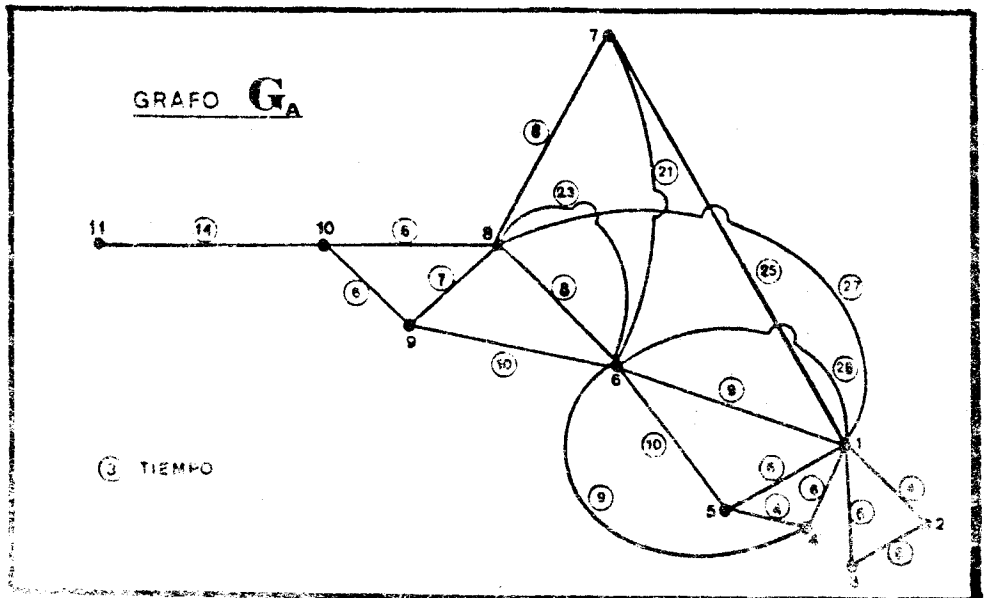


Fig. 12. Grafo  $G_A$  no-plano con indicación de distancias HORARIAS internodales. (Minutos).



viario en la red de carreteras, hemos de hacer uso en primer lugar de medidas que describan el grado de cohesión de la red para así determinar si la complejidad de la red representada por el grafo G es mayor, menor o igual que la del grafo  $G_A$ , al que le ha sido añadido el nuevo tramo (Figs. 7 y 8). En el caso de que sea mayor la cohesión del grafo  $G_A$  hablaremos de un grafo altamente cohesionado (D-16).

### 5.1 Grado de cohesión de Prihar

Siguiendo la fórmula propuesta por Z. PRIHAR en 1976 escribimos:

$$Cst = V (V-1)/2e$$

donde:

Cst = Grado de Cohesión de la red

V = Número de vértices

e = Número de aristas.

Aplicando a nuestros grafos G y  $G_A$  nos da como resultado:

Grafo G:

$$V = 11 \quad e = 19 \quad Cst = 110/38 = 2'89$$

Grafo  $G_A$  :

$$V = 11 \quad e = 21 \quad Cst = 110/42 = 2'62$$

Los límites de este índice son:  $1 \leq Cst \leq V/2$  indicador del grado de cohesión de la red oscilan entre 1 (cohesión máxima) y  $V/2$  (5'5). De ello se deduce que ambos grafos (G y  $G_A$ ) están bastante más próximos a la máxima cohesión (Cst = 1), pero ésta sólo ha aumentado 27 centésimas con la adición de este enlace viario C.1-C.6.

### 5.2 Número ciclomático

Frecuentemente, como medida de cohesión, se utiliza también el llamado primer número de Betti o número ciclomático, que se formula así:

$$\mu = e - V + p$$

donde:

e = Número de aristas  
V = Número de vértices  
p = Número de subgrafos.

Los grafos incoherentes y árboles tienen números ciclomáticos iguales a cero, por ello, cuanto más elevado sea el número ciclomático de un grafo, más coherente será éste.

En nuestros casos (G y G<sub>A</sub>) resulta:

**Grafo G:**

$$e = 19 \quad V = 11 \quad \mu = 19 - 11 + 1 = 9$$

**Grafo G<sub>A</sub>:**

$$e = 21 \quad V = 11 \quad \mu = 21 - 11 + 1 = 11$$

Teniendo en cuenta que el límite del número ciclomático oscila entre  $0 \leq \mu \leq (V - 1) - (V - 2)/2$ , es decir, entre  $0 \leq \mu \leq 45$ , los valores obtenidos ( $\mu = 9$  y  $\mu = 11$ ) no se aproximan excesivamente al máximo grado de cohesión aunque como en el caso anterior, el grafo G<sub>A</sub> está algo más cohesionado que el G.

### 5.3 Índices de cohesión de Kansky ( $\alpha, \beta, \gamma$ )

A excepción de los ya enunciados de Prihar y el de Betti, el resto de índices de cohesión fueron ideados por Kansky en 1963 basándose en la teoría matemática de los grafos pero no derivando directamente de ésta. Kansky presentó así un nuevo número ciclomático corregido, conocido como índice  $\alpha$ . Este índice  $\alpha$  "expresa la relación entre el número de circunvalaciones (ciclos) observados y el máximo" (POTRYKOWKI, 1964, pag. 124) número de ciclos posibles, y adopta, para el caso de los grafos no planos, que son los que nos ocupan, la siguiente forma:

$\alpha = 2\mu / (V-1)(V-2)$  (sus límites oscilan entre 0 y 1, o bien, expresados en porcentajes, entre un 0% y un 100%). Como en el caso del número ciclomático (Véase 4.2), los valores iguales o

próximos a 0 son propios de grafos incoherentes y redes inconexas).  
 En nuestro caso:

Grafo G:

$$\alpha = 2 \times 9 / (11-1) \times (11-2) = 0'20, \text{ o bien } 20\% \text{ de cohesión.}$$

Grafo  $G_A$ :

$$\alpha = 0'24 \text{ o bien } 24\% \text{ de cohesión.}$$

El índice Beta de Kansky es posiblemente el más fácil y sencillo de aplicar. Relaciona el número de aristas "e" con el número total de vértices del grafo.  $\beta = e/V$ , en nuestro caso:

Grafo G:

$$e = 19$$

$$V = 11$$

$$\beta = 19/11 = 1'72$$

Grafo  $G_A$ :

$$e = 21$$

$$V = 11$$

$$\beta = 21/11 = 1'9$$

El límite oscila entre  $0 \leq \beta \leq V-1/2$  (en nuestro ejemplo entre 0 y 5), por lo tanto la cohesión del grafo G como la del  $G_A$ , pese a ser la de este último algo más alta, es aún bastante reducida).

El índice de Kansky  $\delta$  es el último de los más utilizados y expresa la relación entre el número de aristas existentes en el grafo y el mayor número de aristas posibles.

Para los grafos no planos se expresa así:

$$\delta = 2 e/V (V-1)$$

de donde en nuestro caso:

Grafo G:

$$e = 19$$

$$V = 11$$

$$\delta = 38/110 = 0'34, \text{ o bien } 34\%$$

Grafo  $G_A$ :

$$e = 21$$

$$V = 11$$

$$\delta = 42/110 = 0'38, \text{ es decir } 38\%$$

#### 5.4 Grado de cohesión del grafo

Por último, presentamos el índice por ZAGOZDZON (1970-71) que indica el grado de desarrollo del grafo. Se presenta como:

$$G_p = \frac{\frac{v^2 - v}{2} - e}{v}$$

que en el caso de nuestro grafo  $G_A$  da un valor de  $G_p = 3'09$  y en el del grafo  $G = 3'27$ .

"El grado de desarrollo de un grafo indica el número de aristas que faltan para completar el grafo y que corresponden a cada vértice. El índice  $G_p$  informa sobre las dimensiones de los complementos que se han de introducir en la red" (POTRYKOWSKY, 1984, pag. 131).

Se comprobará que la adición de un segmento (que es lo que diferencia el grafo  $G$  del  $G_A$ ) aumenta el "desarrollo" del grafo bien poco.

En definitiva, la conectividad y la cohesión de la red de transportes (D-5) de Menorca, representada por la red topológica (D-6)  $G$  y por la  $G_A$  no sufren, de una u otra, una variación fundamental, por lo que la adición del nuevo segmento, a efectos de planificación y reordenación espacial, no resulta ser un elemento que aporte enormes beneficios a la red anterior existente. (Su verdadera importancia la veremos a continuación, al analizar la accesibilidad de la red de transportes).

#### 6. ACCESIBILIDAD DE LA RED DE TRANSPORTES DE MENORCA

Uno de los puntos que nos interesa respecto a la accesibilidad es el que se deriva de la dominancia, preeminencia y/o competitividad espacial entre los nudos de la red, pero además, y especialmente, los cambios producidos en la estructura por la adición

de un nuevo enlace entre vías. Las ventajas o desventajas respecto al orden espacial que obtengan los distintos nudos de la red a partir de una modificación de su estructura, son todos ellos cambios fácilmente y rigurosamente detectados por las medidas de accesibilidad.

### 6.1 Medidas de accesibilidad de los nodos

Aparentemente una ojeada al mapa geográfico de Menorca bastaría para determinar cuales son los medios más accesibles, sin embargo difícilmente podríamos determinar con exactitud todo el orden jerárquico de los núcleos y, mucho menos, cuál es la variación de este orden en función de la adición de una nueva vía. Para ello es necesario recurrir a las ya conocidas matrices de accesibilidad. (Por cuestión de espacio eludimos la matriz de enlaces -deceros y unos- y pasamos directamente a la matriz de distancias).

En el Cuadro I se presenta la matriz de accesibilidad topológica (D-22) del grafo G. Esta y todas las restantes matrices de distancias parten del concepto "distancia dxy" (D-15). Se ha calculado así esta matriz a partir del grafo G (Fig. 7). Ella nos permitirá definir una serie de características de este grafo,

$\phi(G) = 5$ , extraídas a partir del número de asociaciones de los vértices (D-19); el índice de Shimbél (1953) que nos determina la accesibilidad del grafo (D-22) desde cada uno de los vértices o nodos dados (ver Cuadro I); y la dispersión del grafo (D-23) que equivale a la suma de los índices de Shimbél de cada nodo.

Una vez confeccionada esta matriz puede establecerse el rango u orden jerárquico que establecen los nodos de la red (o del grafo) entre sí, rango que, obviamente, podremos comprobar como cambia no tan sólo del grafo G con respecto al  $G_A$ , sino, además, la variación del rango de los nodos de cada uno de estos grafos independientemente considerados según establezcamos como unidad de medida la distancia topológica, kilométrica o horaria (en minutos) que separa cada uno de los nodos de la red de los restantes. (Puede comprobarse estas diferencias comparando las matrices de accesibi-

CUADRO 2

MATRIZ DE ACCESIBILIDAD TOPOLOGICA.

GRAFO G

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIMB.	R
1. MAC	-	1	1	1	1	1	1	2	2	3	4	4	17	1
2. ES CASTELL	-	-	1	2	2	2	2	3	3	4	5	5	25	6
3. ST. LUIS	1	1	-	2	2	2	2	3	3	4	5	5	25	6
4. AEROPUERTO	1	2	2	-	1	2	2	3	3	4	5	5	25	6
5. ST. CLIMENT	1	2	2	1	-	2	2	3	3	4	5	5	25	6
6. ALAIOR	1	2	2	2	2	-	1	1	1	2	3	3	17	1
7. FORNELLS	1	2	2	2	2	1	-	1	2	2	3	3	18	3
8. MERCADAL	2	3	3	3	3	1	1	-	1	1	2	3	20	4
9. MIGJORN	2	3	3	3	3	1	2	1	-	1	2	3	21	5
10. FERRERIES	2	4	4	4	4	2	2	1	1	-	1	4	26	10
11. CIUTADELLA	4	5	5	5	5	3	3	2	2	1	-	5	35	11

$e(G) = 4$

$\delta(G) = 5$

$D(G) = 254$

CUADRO II

## MATRIZ DE ACCESIBILIDAD. DISTANCIAS INTERNODALES EN KILOMETROS.

GRAFO G

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIMB.	R
1. MAÓ	-	3	5	6	4	12	24	21	23	29	45	45	172	2
2. ES CASTELL	3	-	5	9	7	15	27	24	26	32	48	48	196	4
3. ST.LLUIA	5	5	-	11	9	17	29	26	28	34	50	50	214	7
4. AEROPUERTO	6	9	11	-	4	18	30	27	29	35	51	51	220	8
5. ST.CLIMENT	4	7	9	4	-	16	28	25	27	33	49	49	202	6
6. ALAIOR	12	15	17	18	16	-	18	9	11	17	33	33	166	1
7. FORNELLS	24	27	29	30	28	18	-	8	15	16	32	32	227	9
8. MERCADAL	21	24	26	27	25	9	8	-	7	8	24	27	179	3
9. MIGJORN	23	26	28	29	27	11	15	7	-	7	23	29	196	4
10. FERRETTES	29	32	34	35	33	17	16	8	7	-	16	35	227	9
11. CIUTADELLA	45	48	50	51	49	33	32	24	23	16	-	51	371	11

$$e(G) = 26$$

$$D(G) = 51$$

$$D(G) = 2.370$$

CUADRO III

## MATRIZ DE ACCESIBILIDAD. DISTANCIAS INTERNODALES EN MINUTOS.

GRAFO G

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIMB.
1. MAÓ	-	4	6	6	6	9	25	17	19	23	37	37	152
2. ES CASTELL	4	-	6	10	10	13	29	21	23	27	41	41	184
3. ST.LLUIIS	6	6	-	12	12	15	31	23	25	29	43	43	202
4. AEROPUERTO	6	10	12	-	4	15	31	23	25	29	43	43	198
5. ST.CLIMENT	6	10	12	4	-	15	31	23	25	29	43	43	198
6. ALAIOR	9	13	15	15	15	-	21	8	10	14	28	28	148
7. FORNELLS	25	29	31	31	31	21	-	8	15	14	28	31	233
8. MERCADAL	17	21	23	23	23	8	8	-	7	6	20	23	156
9. MIGJORN	19	23	25	25	25	10	15	7	-	6	20	25	175
10. FERRERIES	23	27	29	29	29	14	14	6	6	-	14	29	191
11. CIUTADELLA	37	41	43	43	43	28	28	20	20	14	-	43	317

$$e(G) = 23$$

$$D(G) = 43$$

$$D(G) = 2.154$$



CUADRO IV

MATRIZ DE ACCESIBILIDAD TOPOLOGICA.

GRAFO  $G_A$ 

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIMB.
1. MAÓ	-	1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	14
2. ES CASTELL	1	-	1	2	2	2	2	2	3	3	4	4	22
3. ST.LLUI	1	1	-	2	2	2	2	2	3	3	4	4	22
4. AEROPUERTO	1	2	2	-	1	1	2	2	2	3	4	4	20
5. ST.CLIMENT	1	2	2	1	-	1	2	2	2	3	4	4	20
6. ALAIOR	1	2	2	1	1	-	1	1	1	2	3	3	15
7. FORNELLS	1	2	2	2	2	1	-	1	2	2	3	3	18
8. MERCADAL	1	2	2	2	2	1	1	-	1	1	2	2	15
9. MIGJORN	2	3	3	3	2	1	2	1	-	1	2	3	20
10. FERRERIES	2	3	3	3	3	2	2	1	1	-	1	3	21
11. CIUTADELLA	3	4	4	4	4	3	3	2	2	1	-	4	30

$$e(G_A) = 2$$

$$D(G_A) = 4$$

$$D(G_A) = 217$$

CUADRO V

MATRIZ DE ACCESIBILIDAD. DISTANCIAS INTERNODALES EN KILOMETROS.

GRAFO  $G_A$

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIME.
1. MAÓ	-	3	5	6	4	12	24	21	23	29	45	45	172
2. ES CASTELL	3	-	5	9	7	15	27	24	31	32	48	48	201
3. ST.LLUIS	5	5	-	11	9	17	29	26	28	34	50	50	214
4. AEROPUERTO	6	9	11	-	4	13	30	22	24	30	46	46	195
5. ST.CLIMENT	4	7	9	4	-	13	28	22	24	30	46	46	187
6. ALAIOR	12	15	17	13	13	-	18	9	11	17	33	33	158
7. FORNELLS	24	27	29	30	28	18	-	8	15	16	32	32	227
8. MERCADAL	21	24	26	22	22	9	8	-	7	8	24	26	171
9. MIGJORN	23	31	28	24	24	11	15	7	-	7	23	31	193
10. FERRERIES	29	32	34	30	30	17	16	8	7	-	16	34	219
11. CIUTADELLA	45	48	50	46	46	33	32	24	23	16	-	50	363

$e(G_A) = 26$

$\delta(G_A) = 50$

$D(G_A) = 2.30$

CUADRO VI

MATRIZ DE ACCESIBILIDAD. DISTANCIAS INTERNODALES EN MINUTOS.

GRAFO  $G_A$ 

Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Nº Asoc.	Ind. SHIMB.
1. MAÓ	-	4	6	6	6	9	25	17	19	23	37	37	152
2. ES CASTELL	4	-	6	10	10	13	29	21	23	27	41	41	184
3. ST.LLUIS	6	6	-	12	12	15	31	23	25	29	43	43	202
4. AEROFUERTO	6	10	12	-	4	9	30	17	19	23	37	37	167
5. ST.ELIMENT	6	10	12	4	-	10	31	18	20	24	38	38	173
6. ALAIOR	9	13	15	9	10	-	21	8	10	14	28	28	137
7. FORNELLS	25	29	31	30	31	21	-	8	15	14	28	31	232
8. MERCADAL	17	21	23	17	18	8	8	-	7	6	20	23	145
9. MIG.ORN	19	23	25	19	20	10	15	7	-	6	20	25	164
10. FERRERIES	23	27	29	23	24	14	14	6	6	-	14	29	180
11. CIUTADELLA	37	41	43	37	38	28	28	20	20	14	-	43	306

$$e(G_A) = 28$$

$$D(G_A) = 43$$

$$D(G_A) = 2.04$$

COMPARACIÓN ENTRE COTAS DE ACCESIBILIDAD SI GUN INDICE DE SHIMBEL

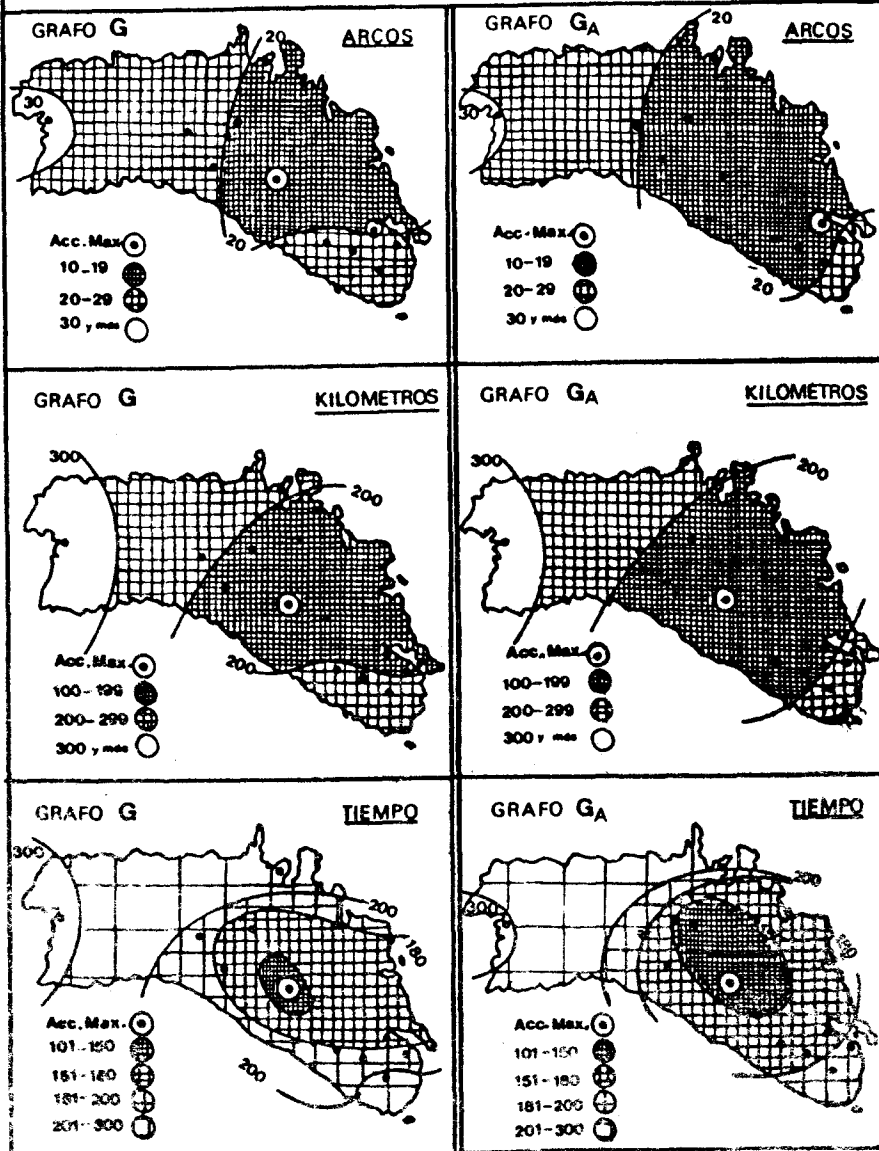


Fig. 13. Comparación mediante representación gráfica de las cotas de Accesibilidad -topológica, kilométrica y horaria- obtenidas a partir del trazado de isolíneas entre intervalos de variación del Índice de SHIMBEL. (Ver Cuadro VII).

lidad topológica, kilométrica y horaria que aparecen en los Cuadros I, II y III respectivamente para el grafo G, y IV, V y VI para el grafo  $G_A$ , o pasarse directamente al Cuadro resumen VII y VIII).

Este Cuadro VII nos comprueba que la adición de un nuevo tramo a la red viaria (C.1-C.6) ha modificado la accesibilidad de algunos nodos importantes, en lo que a enlaces kilométrico y de tiempo se refiere. El Aeropuerto ha ganado en accesibilidad y la forma más gráfica de comprobarlo consiste en acudir a la Fig. 13, donde aparecen representados gráficamente sobre distintos mapas de Menorca los Indices de accesibilidad de SHIMBEL, tanto en los nodos de las redes G como de la  $G_A$  medidos en distancia topológica (arcos), kilométrica y horaria (tiempo en minutos). Por medio de interpolaciones se han establecido cotas de accesibilidad, lo que nos ha permitido comparar, dos a dos, (Grafo G con  $G_A$ ), las modificaciones habidas en cada una de las distintas distancias consideradas. Se comprueba así que: el punto más accesible de toda la isla es Alaior y el menos accesible Ciutadella. El nodo 4. (Aeropuerto) que nos interesaba especialmente, por cuanto la diferencia entre el Grafo G y el  $G_A$  reside precisamente en un nuevo enlace con él, aparece en todos los Mapas del Grafo G (Fig. 13) en un intervalo de accesibilidad inferior al que adquiere en el Grafo  $G_A$  tras la adición del segmento.

Finalmente, hemos aplicado a las Matrices de los Cuadros del I al VI, otro Índice, esta vez de Accesibilidad relativa o Índice de STUTZ (D-25), que se formula como sigue:

$$\Omega_g = \frac{A_y - A_*}{A^* - A_*} \cdot 100$$

donde:

$A_y$  = Índice de Shimbél del nodo  $A_y$

$A_*$  = Nodo más accesible (Índ. Shimbél más bajo)

$A^*$  = Nodo más inaccesible (Índ. Shimbél más alto)

**CUADRO VII. VALORES DE ACCESIBILIDAD SEGUN SHIMBEL.**

Nº de Nodo	ARCOS		KILOMETROS		TIEMPO	
	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>
1	14	17	172	172	152	152
2	22	25	196	201	184	184
3	22	25	214	214	202	202
4	20	25	220	195	167	198
5	20	25	202	187	173	198
6	15	17	166	158	137	148
7	18	18	227	227	232	233
8	15	20	179	171	145	156
9	20	21	196	193	164	175
10	21	26	227	219	180	191
11	30	35	371	363	306	317
D(G)	217	254	2370	2300	2042	2154

**CUADRO VIII. COMPARACION DE LOS RANGOS DE ACCESIBILIDAD  
DE LOS NODOS DE LOS GRAFOS G Y G<sub>A</sub>.**

Nº de Nodo	ARCOS		KILOMETROS		TIEMPO	
	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>
1.MAO	1	1	2	3	2	3
2.ES CASTELL	6	9	4	7	5	8
3.ST.LLUIIS	6	9	7	8	9	9
4.AREOPUERTO	6	5	8	6	7	5
5.ST.CLIMENT	6	5	6	4	7	6
6.ALAIOR	1	2	1	1	1	1
7.FORNELLS	3	4	9	10	10	10
8.MERCADAL	4	3	3	2	3	2
9.MIGJORN	5	3	4	5	4	4
10.FERRERIES	10	8	9	9	6	7
11.CIUTADELLA	11	11	11	11	11	11

De su aplicación a las seis Matrices de los Grafos  $G$  y  $G_A$  obtenemos los valores relativos de la accesibilidad de cada nodo respecto a los demás, es decir, expresados porcentualmente. (Ver Cuadro IX). A partir de este Cuadro IX hemos podido elaborar los Mapas de la Fig. 14. Este Índice de STUTZ de accesibilidad relativa tiene la ventaja de permitir la homogeneización de criterios a la hora de comparar, pues se expresa en tantos por ciento.

De nuevo se observa cómo un simple tramo de apenas dos kilómetros ha contribuido a acortar distancias kilométricas y temporales, "reduciendo" o "encogiendo" con ello el espacio insular.

## 7. CONCLUSION

Creemos haber mostrado pues cómo los métodos cuantitativos, en este caso de la teoría de los grafos, son un instrumento no sólo adicional sino imprescindible para una comprensión y explicación óptima de la ordenación real del territorio, por lo que resulta sumamente importante tenerlos en cuenta a la hora de planificar éste. Hemos visto cómo: 1º) toda la configuración espacial de un, ya por sí, reducido territorio se ha modificado primero con la ubicación en la zona sur oriental de la isla de su actual aeropuerto (Fig. 1); y 2º) cómo desde un punto de vista topológico, kilométrico y horario, el espacio físico se ha visto "reducido" en sus dimensiones. Este tratamiento conjunto de la red viaria, a través de la teoría de grafos, es su valor más importante puesto que para la planificación territorial es imprescindible estudiar la estructura de la red de transporte considerada como un sistema, total e integrado. Creemos que en este estudio y planificación del orden espacial los geógrafos han, forzosamente, de intervenir. Bien definidos los problemas y resueltos adecuadamente, son sin duda los métodos cuantitativos los que con mayor precisión podrán darlos un conocimiento más útil de la realidad.



**CUADRO IX. VALORES DE ACCESIBILIDAD RELATIVA  
SEGUN INDICE DE STUTZ.**

Nº de Nodo	ARCOS		KILOMETROS		TIEMPO	
	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>	G	G <sub>A</sub>
1.	0	0	2'92	9'26	2,36	8'87
2.	44,44	50	14'63	20'93	21'30	27'81
3.	44'44	50	23'41	27'31	31'95	38'46
4.	44'44	37'50	26'34	18'04	28'58	17'75
5.	44'44	37'50	17'56	14'14	29'58	21'30
6.	0	6'25	0	0	0	0
7.	5'55	2'50	29'75	33'65	50'29	56'21
8.	16'66	6'25	6'34	6'34	4'73	4'73
9.	22'22	37'50	14'63	17'07	15'97	15'97
10.	50	43'75	29'75	29'75	25'44	25'44
11.	100	100	100	100	100	100

ACCESIBILIDAD RELATIVA SEGÚN ÍNDICE DE STUTZ

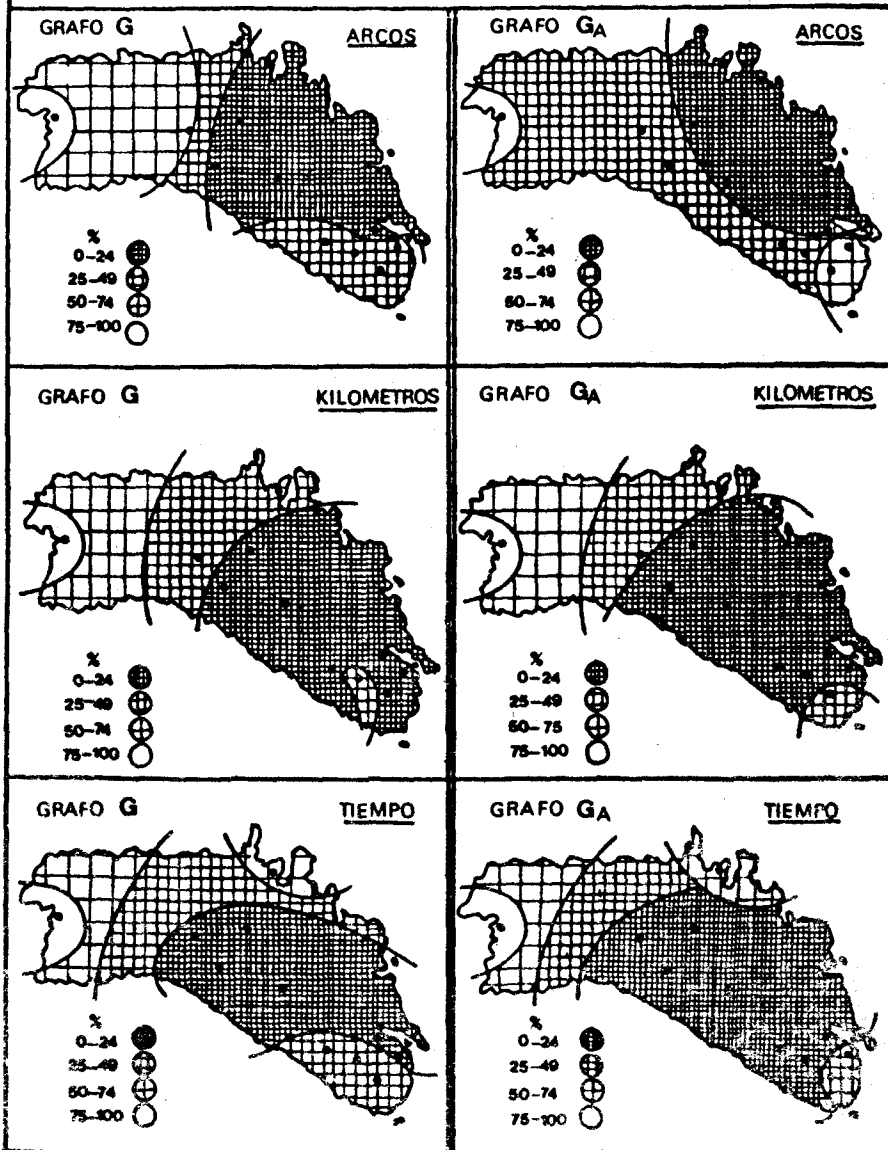


Fig. 14. Representación gráfica del Índice de Accesibilidad Relativa de STUTZ. Comparación porcentual de los Grafos G y G<sub>A</sub> en cualquiera de las expresiones posibles de distancias: topológicas, kilométricas u horarias. (Ver Cuadro IX).

## BIBLIOGRAFIA

- BENEJAM, P.; VERGARA, J.M. (1976): Intercambio. Barcelona. Vicens Vives, pág. 379.
- BRUNET, P. (1980): "La red viaria de Mallorca. Estudio de la densidad de carreteras y aplicación de la teoría de grafos". Palma de Mallorca, Rev. Mayurqa nº 19, págs. 11-29.
- CAPEL, H. (1973): "Percepción del medio y comportamiento geográfico". Barcelona, Rev. de Geografía.
- ESTEBANEZ, J. (1976): "Esquema metodológico para el estudio de la estructura de las redes de transporte en España". Madrid, Aportación española al XXIII Congreso Geográfico Internacional, págs. 185-197.
- FORTEZA, M. (1958): Las carreteras de Baleares. Madrid, MOPU.
- GARCIA, A.M. (1979): "La red de transportes de la provincia de Almería: Aplicación de la Teoría de Grafos". Almería, Rev. Paralelo 37º, nº 3, págs. 137-152.
- POTRYKOWSKI, M.; TAYLOR, Z. (1984): Geografía del Transporte. Barcelona, Ariel Geografía. pág. 303.
- SEGUI, J.Mª. (1985): "Transportes: aislamiento y comunicación". Palma de Mallorca, Anuario 1985, Última Hora, págs. 215-228.

## GLOSARIO

- D1** - Vías de transporte: Parte del territorio destinadas y acondicionadas al tráfico de vehículos.
- D2** - Líneas de transporte: Trayectos del tráfico, traslados o envíos, definidos para una vía de transporte en concreto.
- D3** - Rutas de transporte: Lugares del territorio en las que comienza, transcurre o finaliza la carga, transbordo o descarga de pasajeros y/o de mercancías.
- D4** - Nudo de transporte: Clase especial de punto de transporte donde convergen tres o más líneas de transporte o vías.
- D5** - Red de transporte: "Conjunto de vías y líneas por una parte y de puntos y nudos por otra". (POTRYKOWSKI, 1984, pág. 12).
- D6** - Red topológica o Grafo (G): Conjunto  $x$  de puntos y líneas que dibujan una estructura de la que se considera la posición y las relaciones que se establecen entre esos puntos y líneas que la conforman.
- D7** - Grafo plano: es aquel cuyos arcos o aristas no tienen más puntos comunes que los vértices.
- D8** - Grafo no plano: es aquel cuyos arcos o aristas tienen entre sí puntos comunes (inter-cruces o vías) que no son únicamente los vértices. Dichos grafos aumentan la posibilidad de nuevos arcos (su crecimiento es infinito) pero no la de nuevos vértices.
- D9** - Punto, vértice o nodo del grafo: Cada elemento del conjunto  $x$  no vacío se considera un punto o vértice de la red topológica o grafo (G).

- D10** - Enlaces aristas y arcos de un grafo: Llamamos enlaces o aristas ( $e$ ) de un grafo ( $G$ ) al par de puntos o vértices,  $(x,y)$  o  $(y,x)$ , no ordenado que definen un segmento el cual une directamente, sin pasar por ningún otro, los vértices  $x,y$  del grafo  $G$ . El arco se define de idéntica forma sólo que en este caso el par  $(x,y)$  o  $(y,x)$  es un par ordenado, es decir su dirección no es indiferente sino que viene dada.
- D11** - Longitud de la vía: Número total de arcos (o aristas tomadas en una sola dirección) que componen la sucesión de líneas y puntos de un grafo.
- D12** - Tramo: Conjunto de arcos que unen varios puntos o vértices del grafo. El conjunto de todos los tramos es la red topológica-relacionada.
- D13** - Arbol: Red topológica relacionada formada por un mínimo de dos vértices unidos por un arco pero en la que en ningún caso encontramos un circuito.
- D14** - Circuito: Tramo cerrado. Conjunto de arcos cuyo recorrido empieza y acaba en el mismo vértice del grafo.
- D15** - Distancia  $d_{xy}$ : Es la distancia que separa topológicamente el vértice  $x$  del vértice  $y$ , siendo la distancia entre  $x-y$  la más corta posible. (Recorriendo el menor número posible de arcos entre ambos vértices).
- D16** - Grafo altamente coherente: Red topológica coherente. Para cada dos de sus vértices existe como mínimo un arco que los une.
- D17** - Red mínimamente coherente: Red cuyo número de aristas es siempre igual al número de vértices ( $V$ ) menos uno ( $e_m = V-1$ ). Es decir, grafo para el que sólo existe una sucesión posible y en el que de suprimirse una arista se destruiría éste, dando lugar a dos subgrafos aislados.

- D18** - Circunvalación: Vía concluída en la que el vértice inicial del primer arco es a la vez el vértice final del último arco de la vía. Si la vía pasa exactamente una y solo una vez por todos los vértices del grafo (excepto del vértice que es simultáneamente inicio y fin del ciclo) la circunvalación recibe el nombre de circunvalación de Hamilton.
- D19** - Número de asociaciones de un vértice  $x$ : Es la distancia topológica más grande entre el vértice  $x$  y el vértice más distante del grafo. Escribimos  $e(x)$ .
- D20** - Diámetro del grafo: Es el número máximo de asociaciones de un vértice dentro de un grafo entero. Escribimos  $\delta(G)$ .
- D21** - Punto central del grafo: Vértice  $x_0$  del grafo  $G$  para el que el número de asociaciones es finito y mínimo respecto a los demás vértices. Escribimos  $e(G)$ .
- D22** - Accesibilidad topológica: Suma de las distancias entre un nudo determinado de un grafo ( $G$ ) y todos los demás nudos de su red. Viene representada por el llamado índice de Shímbel. Lo designamos por medio de  $A_y$ .
- D23** - Dispersión topológica: Suma de todos los índices de accesibilidad de la red. Escribimos  $D(G)$ .
- D24** - Longitud media de la vía ( $P_y$ ): Índice elaborado a partir del índice de accesibilidad de un nudo " $y$ " de la red. Permite conocer cual es el número medio de arcos que habrá que recorrer desde el vértice " $y$ " hasta cualquiera otro punto de la red. Escribimos  $P_y = A_y/Y$ .
- D25** - Accesibilidad topológica relativa: Índice de accesibilidad propuesto por STUTZ (1973) que permite calcular porcentualmente cual es la accesibilidad de cada vértice " $y$ " de la red en relación a los vértices del grafo ( $G$ ) y lo que es más importante, permite comparar la accesibilidad de distintos grafos entre sí.

ANALISIS TOPOLOGICO DE LA RED DE TRANSPORTE  
PUBLICO URBANO DE PALMA Y LA APLICACION DEL  
ALGORITMO DE LA CASCADA EN LA DETERMINACION  
DE OPTIMOS LONGITUDES-TIEMPOS

Joana Maria Seguí Pons

(Universitat de les Illes Balears)

Ramón M. Garrido García

(Universidad Politécnica de Cataluña)

1. INTRODUCCION

Si bien en un principio, los estudios de geografía cuantitativa se centran fundamentalmente en el campo de la geografía urbana, con el análisis de las ciudades y sus áreas de influencia, los estudios sobre las vías de comunicación y su relación con otros indicadores como renta per cápita, P.I.B., etc, tuvieron un desarrollo más tardío. Los primeros trabajos aparecen durante la década de los sesenta, utilizando metodologías diferentes que van desde el análisis dimensional de la red (Ginsburg 1961) a la aplicación de la teoría matemática de grafos al espacio (Garrison 1960, Burton 1962, Kansky 1963, Marble 1965, Medvedkov 1967, Kissling 1969).

La teoría de grafos es una rama de la topología, que no conoció un desarrollo real hasta finales del siglo pasado, a través de la cual pueden interpretarse muchos de los problemas geográficos, ya que en la actualidad está muy desarrollada. Como dice Harvey (1983), "al ser la topología la ciencia de las propiedades holísticas de los objetos y en particular de la conectividad, podemos esperar que se puedan aplicar los teoremas topológicos a problemas geográficos en términos de conectividad". Si bien sirve, particularmente, para explicar las relaciones entre núcleos de población y redes de transporte, en función de su conectividad en lugar de sus dimensiones (Hagget, 1975), la teoría de grafos se ha utilizado, igualmente, para el estudio de comunicaciones telefónicas (Nystuen-Dacey 1961, Domanski 1970), de flujos aéreos (Reed 1970), e incluso para el estudio de redes de transporte urbano (Pitts 1965, Nurace 1972, Tarchov 1975, Taylor 1975, 1976, Potrykowski 1983).

La importancia de la teoría de grafos, en definitiva, la reducción de la realidad a un modelo abstracto, permite huir de especificidades y concreciones y, por tanto, comparar redes a distintas escalas. Por otro lado, aunque proporcione una serie de características que a simple vista ya se detectan, entresaca otras, que difícilmente son observables, sobretodo, en redes complejas.

En este sentido, la realización de este tipo de estudios debería ser teni-

do en cuenta por parte de los planificadores, como instrumento de ayuda, a la hora de mejorar conexiones o potenciar núcleos. Puntualizamos el concepto de ayuda, ya que la planificación de redes de transporte es un proceso complejo que requiere gran cantidad de estudios, de tipo socioeconómico, geográfico, etc...

El presente trabajo tiene, por tanto, como objetivo el estudio de la red de transporte colectivo urbano de Palma, en el año 1983. Para ello, hemos reducido la red a un grafo plano no orientado, en el que los 39 vértices de que dispone los constituyen los puntos de origen y destino de las líneas de transporte público, y, los 44 arcos, los recorridos que las líneas realizan.

El trabajo consta de tres partes, y, para su realización, ha sido necesario debido al elevado número de datos con que se contaba, hacer un tratamiento informático de los mismos, ya que "la informática es un medio de tratamiento de datos potente y permite y a su vez exige una representación más formalizada y más profunda de los fenómenos" (Bosque, J.-Cebrián, J.A., 1980).

En una primera, analizamos la estructura de la red mediante una serie de medidas de conectividad; en una segunda, se ha procedido al estudio de la jerarquía de los vértices, a través de medidas de accesibilidad; siendo tal vez la tercera parte, una de las más interesantes, ya que se han elaborado los recorridos mínimos entre todos y cada uno de los vértices de la red, utilizando distancias kilométricas y distancias horarias.

## 2. CONEXION DE LA RED

Las medidas de conexión nos permiten determinar el grado de comunicación recíproca entre los distintos vértices y tienen especial importancia si se analizan a través del tiempo, ya que, el incremento de la comunicación guarda una estrecha relación con la demanda de nuevas líneas (Potrykowsky, 1984). En este sentido, estamos trabajando en la evolución de la red de transporte público urbano de Palma, del que forma parte el presente estudio.

En 1983, nos encontramos con una red coherente, ya que ninguno de los nodos está aislado del resto; pero sólo mínimamente coherente ya que, para que así sea, el número de aristas tiene que ser igual al número de vértices menos 1, o sea, bastarían 38 arcos para que así fuera, y solamente cuenta con 44.

### 2.1. Grado de conexión de la red

Una de las formas más simples para determinar el grado de conexión del grafo es a partir del número máximo de aristas, que para nuestra red es de 741, cuando sólo cuenta en la realidad, con 44. Prihar (1956) propuso otro índice



$$(39. (39-1) / 2) = 741$$

que relacionara las aristas con los vértices, que, para el caso de Palma, nos da un grado de conexión infimo, ya que este índice oscila entre 1, conexión máxima y 19,5  $(39 / 2)$  que sería la conexión mínima.

$$(39.(39-1) / 2.44 = 16,84$$

El índice  $\Upsilon$  de Kansky, que expresa la relación entre el número de aristas existente y el mayor número de aristas posible, es para nuestro grafo de 0,396. Ello nos indica que la red de transporte público urbano de Palma necesitaría introducir el 40% de aristas más en cada vértice, para conseguir una comunicación total. De otro lado, el índice de Zagorázon (1970-1971) nos especifica que

$$\Upsilon = 44 / 3. (39-2) = 0,396$$

el número exacto de aristas que faltan para completar el grafo, y que corresponden a cada vértice, es de 17,88.

$$\frac{(39^2 - 39/2) - 44}{39} = 17,88$$

Si utilizamos igualmente otros índices de conexión, como es el número cicломático, para conocer el número de circuitos de la red, comprobamos que se trata de un grafo poco desarrollado, ya que, solamente forma 4 circuitos de los 703 que puede llegar a alcanzar.

$$44 - 39 - 1 = 4 \quad ; \quad 0 < 4 < (39-1). (39-2) / 2 = 703$$

La mayor parte de estos circuitos están localizados en el casco antiguo de la ciudad o muy cerca de él, en el espacio contiguo que forman las Avenidas, antiguo recorrido de las murallas y, actualmente, uno de los ejes de comunicación de Este a Oeste más importantes de la ciudad. Este hecho refleja la morfología radial de casi todas las líneas de transporte público y el papel que juega el casco antiguo como aglutinador y distribuidor de las mismas.

Los índices  $\alpha$  y  $\beta$  fueron elaborados por Kansky (1963) y están basados, exclusivamente, en las características de los grafos (Potrykowsky, 1984). Estos índices detectan igualmente conectividades muy bajas. Así el índice  $\alpha$ , especie de número cicломático corregido, nos da una conectividad del 6%. El índice  $\beta$ , con un valor similar al del número cicломático y al índice  $\alpha$ , nos

$$\alpha = 4 / 2. (39-5) = 0,059 = 6\%$$

da igualmente un valor infimo, 1,128, si tenemos en cuenta que el valor 1 es propio de redes que no tienen más de un ciclo, y que el valor máximo de dicho índice para esta red sería de 19.

$$\beta = 44 / 39 = 1,128 \quad ; \quad 0 < 1,128 < 39 - 1/2 = 19$$

## 2.2. El índice S-I de Ord y la estructura de la red

Los índices utilizados anteriormente se basan, fundamentalmente, en dos variables, en el número de aristas y en el número de vértices, indistintamente del tipo de estructura que conforma la red. El principal defecto de los mismos estriba en que, grafos con estructuras muy diferentes obtienen los mismos resultados. Para paliarlo y completar las medidas de conexión, J.K. Ord en 1967 (Potrykowsky, 1984) elaboró un índice sintético que reaccionara todas las propiedades del grafo, para determinar distintas tipologías según la estructura de la red. Aunque no resuelva definitivamente el estudio objetivo de la tipología de las redes, el índice S-I de Ord, más preciso que los índices de Kansky, permite determinar la evolución de la estructura de la red. Si su desarrollo ha consistido en crear nuevas conexiones en distintas direcciones o si se ha densificado la red existente. Con ello enlazamos con un problema primordial a la hora de mejorar las redes de transporte público, que es, el de la ventaja buscada. Así, si cada vértice está ligado directamente por una línea, el grafo está fuertemente conectado, siendo la red óptima para el usuario, pero implica unos costes de explotación muy elevados. Por otro lado, si la red está conectada mínimamente y cuenta con muy pocos ciclos, el usuario pierde mucho tiempo en ir de una línea a otra, pero los costes de explotación son muchísimo más bajos (Cicer, M.F. et al., 1977, pag 48).

Para el tratamiento de la matriz topológica (Tabla 1), se ha elaborado un programa de ordenador en lenguaje Basic, que insertamos al final del trabajo.

Si analizamos la red que conforma el transporte público urbano de Palma a través del índice S-I de Ord (Fig. 1 y Tabla 2) vemos como corresponde a un grafo de cadena sencillo, ya que se sitúa en el área PJX. En este tipo de grafos en cadena, a medida que el número de núcleos aumenta, el valor del índice se aleja del punto 0 de las coordenadas. Este tipo de grafo adquiere para el caso de Palma una forma radial, que dificulta la conexión de los distintos vértices periféricos entre sí. Ellos están prácticamente unidos a la red a través de un solo arco. La radialidad no sólo es propia del transporte público, sino que es una característica general de toda la movilidad urbana (Seguí, J.M., 1985) y es consecuencia, por una parte, de la morfología radioconcentrica y de la marcada especialización funcional de las distintas barriadas, fruto a su vez, del crecimiento urbano experimentado a partir de los años sesenta. Los defectos de este tipo de red están ya de sobra analizados.

MATRIZ DE DISTANCIAS TOPOLOGICAS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37								
PADP	1	0	1	3	2	5	4	5	1	3	10	3	2	2	3	3	3	3	3	3	2	1	2	2	3	3	4	6	9	3	4	3	3	3	7	9	2	2						
PASA	2	1	0	2	1	4	3	4	2	2	9	2	3	3	2	4	2	2	2	4	3	2	1	3	4	2	3	5	8	2	3	5	6	8	1	1	3							
PDI1	3	3	2	0	3	6	5	6	4	3	11	4	5	5	4	6	4	4	4	6	5	4	3	5	6	4	5	7	10	4	5	4	6	4	8	10	1	1						
PADL	4	2	1	3	0	3	2	3	3	3	8	1	3	4	1	3	3	1	3	3	2	4	5	3	2	4	7	1	2	3	5	3	5	7	2	2	2							
COLE	5	5	4	6	3	0	1	2	6	6	5	4	4	6	2	5	4	6	2	5	5	6	7	6	3	1	4	3	4	6	7	6	2	4	5	5	5							
ENGE	6	4	3	6	2	1	0	1	5	5	6	3	3	5	1	4	5	3	5	5	4	4	5	5	6	4	4	5	6	7	6	2	5	3	5	5	4	4						
OHIO	7	5	4	6	3	2	1	0	6	6	7	4	4	6	2	5	6	4	6	7	5	5	5	6	7	6	1	3	6	3	4	6	7	6	4	6	5	5						
SOCI	8	1	2	4	3	6	5	6	0	4	11	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	7	10	4	5	4	4	4	8	10	3	3				
RAJCO	9	3	2	3	3	6	5	6	0	0	11	4	5	5	4	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	7	10	4	5	4	4	6	4	8	10	2	3		
OSDE	10	10	9	11	8	5	6	7	11	11	0	9	9	11	7	10	11	9	11	12	10	10	10	11	12	11	8	4	3	8	9	11	12	11	5	1	10	10	10					
PADI	11	3	2	4	1	4	3	4	4	4	9	0	2	3	2	3	4	2	4	4	1	2	3	3	4	4	3	5	8	1	2	4	4	4	6	8	3	3	3					
SOCI1	12	2	3	5	3	4	3	4	3	4	5	9	2	0	2	2	1	5	3	3	2	1	5	3	3	2	1	4	2	3	5	3	5	8	1	2	5	3	5	6	8	4	4	
COLE1	13	2	3	5	4	6	5	6	3	5	11	3	2	0	4	3	5	5	1	2	1	4	2	1	9	5	7	10	3	4	5	1	5	8	10	4	4	4	4	4	4			
SOCI2	14	3	2	4	1	2	1	2	4	4	7	2	2	4	4	0	3	4	2	4	5	3	3	2	4	5	3	3	2	4	5	1	3	6	1	2	4	5	4	6	3	3		
SIBO	15	8	4	6	3	5	4	5	4	6	10	3	1	3	3	0	6	4	6	4	2	2	5	3	4	6	4	6	9	2	3	6	4	6	7	9	5	5	5	5				
SOCI	16	3	2	4	3	6	5	6	4	4	11	4	5	5	4	6	0	4	4	6	5	4	1	5	6	2	5	7	10	4	5	4	6	4	8	10	3	3	3	3				
PADL1	17	3	2	4	1	4	3	4	4	4	9	2	3	5	2	4	4	0	6	3	4	0	6	5	4	3	5	8	2	3	5	6	4	5	7	10	4	5	4	6	8	3	1	
ARMN	18	3	2	4	3	6	5	6	4	4	11	4	5	5	4	6	4	4	0	6	5	4	3	5	6	4	5	7	10	4	5	2	6	2	8	10	3	1	1	1				
ARMN	19	3	4	6	5	7	6	7	4	6	12	4	3	1	5	4	6	6	0	3	2	5	3	2	6	6	8	11	4	5	6	2	6	9	11	5	5	5	5	5	5			
ARMN	20	2	3	5	2	5	4	5	3	5	10	1	2	2	3	2	5	3	0	1	4	2	3	5	4	6	9	2	3	5	3	5	7	9	4	4	4	4	4	4	4			
AVL1	21	1	2	4	3	5	4	5	2	4	10	2	1	1	3	2	4	4	2	1	0	3	1	2	4	4	6	9	2	3	4	2	4	4	2	4	7	9	3	3	2			
LSI(2)	22	2	1	3	2	5	4	5	3	3	10	3	4	4	2	5	1	3	3	5	4	3	0	4	5	1	4	6	9	3	4	4	3	5	3	7	9	2	2	2				
SASA	23	2	3	5	4	6	5	6	3	5	11	3	2	2	4	3	5	5	5	3	2	1	4	0	3	5	5	7	10	3	4	5	5	8	10	4	4	4	4	4				
DATA	24	3	4	6	5	7	6	7	4	6	12	4	3	1	5	4	6	6	2	3	2	5	3	0	6	6	8	11	4	5	6	2	6	9	11	5	5	5	5	5				
SALT	25	3	2	4	3	6	5	6	4	4	11	4	5	5	6	2	4	4	6	5	4	1	5	6	0	5	7	10	4	5	4	6	4	8	10	3	3	3	3	3	3			
SLDR	26	4	3	5	2	3	2	1	5	5	8	3	5	1	4	5	3	5	6	5	0	4	7	2	3	5	6	5	7	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4			
ILIE	27	6	5	7	4	1	2	3	7	7	4	5	5	7	3	6	7	5	7	8	6	6	6	4	7	8	7	4	0	3	4	0	3	4	5	7	8	7	1	3	6	6		
PAN(2)	28	9	8	10	7	4	5	6	10	10	3	8	8	10	6	9	10	11	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	11	10	7	3	0	7	8	10	11	10	2	2	2	2
SOCI(3)	29	3	2	4	1	3	2	3	4	4	8	1	1	3	1	2	4	2	4	4	2	2	3	3	4	4	2	4	7	0	1	4	4	4	5	7	3	3	3	3	3	3		
SAYD	30	4	3	5	2	4	3	4	5	5	9	2	2	4	2	3	5	3	5	3	3	4	4	5	5	3	5	8	1	0	5	5	6	8	4	4	4	4	4	4	4			
ARMO	31	3	2	4	3	6	5	6	4	4	11	4	5	5	4	6	4	5	3	5	6	4	5	7	10	4	5	6	2	8	10	3	5	6	2	8	10	3	5	5	5	5		
UNIV	32	3	4	6	5	7	5	7	4	6	12	4	3	1	5	4	6	6	6	2	2	3	2	6	6	8	11	4	5	6	0	6	9	11	5	5	5	5	5	5	5			
DYDI	33	3	2	4	3	6	5	6	4	4	11	4	5	4	6	4	4	2	6	5	4	2	6	5	4	5	7	10	4	5	2	6	0	8	10	3	1	1	1	1	1	1		
PORT	34	7	6	8	5	2	3	4	8	8	5	6	6	8	4	7	8	6	8	9	7	7	7	8	9	8	5	1	2	5	6	8	9	8	0	2	7	7	7	7	7			
COLE	35	9	8	10	7	4	5	6	10	10	1	8	8	10	6	9	10	8	10	11	9	9	9	10	11	10	7	3	2	7	8	10	11	10	2	0	9	9	9	9	9	9		
FORM	37	2	1	3	2	5	4	5	3	3	10	3	4	4	3	5	3	3	1	5	4	3	2	4	5	3	4	6	9	3	4	4	6	9	3	4	1	5	1	7	9	0	2	
PAN(1)	38	8	7	9	6	5	4	5	9	9	2	7	7	9	5	8	9	7	9	10	8	8	8	9	10	9	6	2	1	6	7	9	10	9	1	1	8	8	8	8	8			
LSI(1)	39	2	1	2	2	5	4	5	3	1	10	3	4	4	3	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	

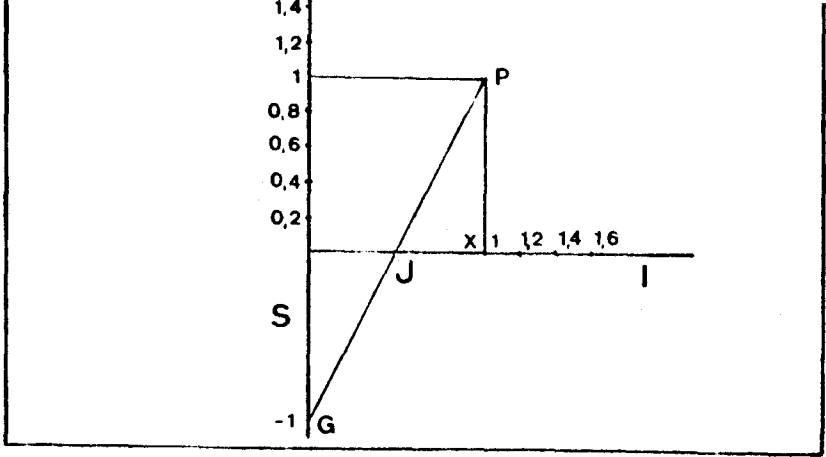


Figura 1

NO	VECTOR DE FRECUENCIAS		ABSOLUTAS - RELATIVAS		CALCULO DE MOMENTOS	
0			39	0,26		
1			88	0,58	U1P =	4,67
2			166	0,11		
3			248	0,16	U2 =	6,66
4			284	0,19		
5			230	0,15	U3 =	10,83
6			156	0,10		
7			74	0,49		
8			68	0,45		
9			66	0,45	<u>INDICE</u>	
10			62	0,41	S =	1,63
11			32	0,21		
12			6	0,00	I =	1,43

Tabla 2

De un lado, la falta de relación entre las líneas, ya que la concentricidad solamente se materializa a través del cinturón que conforman las Avenidas, por el que circulan las dos únicas líneas diametrales con que cuenta la red, las que unen los vértices 3 (Pont d'Inca), con el 26 (Son Dureta) y el 5 (Cas Català) con el 18 (Arenal); por otra parte, la congestión en el centro de la ciudad es otra característica destacada de este tipo de redes.

### 3. ACCESIBILIDAD DE LA RED

Las medidas de accesibilidad permiten conocer la jerarquía de los enlaces, y, por tanto, de los vértices, en el interior de la red. El tratamiento informatizado de los datos nos ha permitido obtener, más fácilmente, una serie de índices entre los que destacamos, el de la accesibilidad topológica absoluta, denominado también, índice Shimbel (1953), suma de distancias mínimas entre cada vértice y todos los demás de la red. Los nudos más accesibles (Tabla 3) son: 2, 4, 29, 14 y 1, siendo los dos primeros, la Pta de S. Antonio y la Pza de la Reina, puntos de enlace de las líneas de transporte público. Los vértices con menor accesibilidad son : 10, 28, 35, 38 y 34 y corresponden a las líneas turísticas de poniente.

La accesibilidad topológica permite deducir otros dos índices que presentan resultados análogos, en cuanto a jerarquización de vértices, al índice Shimbel (Tabla 4) y son, la longitud media de la vía desde cada vértice y la accesibilidad topológica relativa, que oscila entre 0, para el núcleo más accesible y 100, que representa la accesibilidad menor.

El número máximo de asociaciones en este grafo (Tabla 4), es 12 y lo cumplen los vértices 10 (Capdellà), 19 (Amanecer), 24 (Establiments) y 32 (Universitat), siendo el vértice 6 (El Terreno) el que cuenta con un número menor, 6 arcos como máximo, para acceder a cualquier punto de la red. Ello es debido sobretodo, al tipo de estructura de árbol que conforma la parte de poniente del grafo.

Las "distancias topológicas" (Ciceri, M.F. et al., 1977) utilizadas, son pocas veces verdaderas, ya que atribuimos a cada arco el valor de la unidad. En este sentido, si queremos acercar el modelo a la situación real, podemos substituir la "distancia topológica" por la distancia horaria o física (Potrykowsky, 1984) consiguiendo con ello un grafo valorizado (Fig. 2 y Fig. 3)

La distancia kilométrica calculada para cada una de las líneas, es la media de la distancia entre vértices, en el trayecto de ida y de vuelta de la línea. Mientras que la distancia horaria se ha calculado a partir de la velo-

VERTICE	ACC. TOPO.	ACC. TOPO.	VERTICE	ACC. TOPO.	ACC. TOPO.
	ABSOLUTA	RELATIVA		ABSOLUTA	RELATIVA
1	137	7,90	21	141	9,77
2	120	0,00	22	152	14,88
3	190	32,56	23	178	26,98
4	122	0,93	24	209	41,40
5	176	26,05	25	191	33,02
6	149	13,49	26	163	20,00
7	184	29,77	27	201	37,67
8	174	25,12	28	298	82,79
9	190	32,56	29	127	3,26
10	335	100,00	30	164	20,47
11	140	9,30	31	188	31,63
12	146	12,09	32	209	41,40
13	172	24,19	33	188	31,63
14	128	3,72	34	232	52,09
15	181	28,37	35	296	81,86
16	190	32,56	36	153	15,35
17	158	17,67	37	151	14,42
18	188	31,63	38	263	66,51
19	209	41,40	39	153	15,35
20	158	17,67			

DISTRIBUCION DE LA RED 7.104

Tabla 3

VERTICE	Nº DE	LONGITUD MEDIA	VERTICE	Nº DE	LONGITUD MEDIA
	ASOCIACIONES	DE LA VIA		ASOCIACIONES	DE LA VIA
1	10	3,51	21	10	3,62
2	9	3,08	22	10	3,90
3	11	4,87	23	11	4,56
4	8	3,13	24	12	5,36
5	7	4,51	25	11	4,90
6	6	3,82	26	8	4,18
7	7	4,72	27	8	5,15
8	11	4,46	28	11	7,64
9	11	4,87	29	8	3,26
10	12	8,59	30	9	4,21
11	9	3,59	31	11	4,82
12	9	3,74	32	12	5,36
13	11	4,41	33	11	4,82
14	7	3,28	34	9	5,95
15	10	4,64	35	11	7,59
16	11	4,87	36	10	3,92
17	9	4,05	37	10	3,87
18	11	4,87	38	10	6,74
19	12	5,36	39	10	3,92
20	10	4,05			

Tabla 4

**GRAFO LONGITUDES - (km)**  
**1983**

V: 38

a: 44

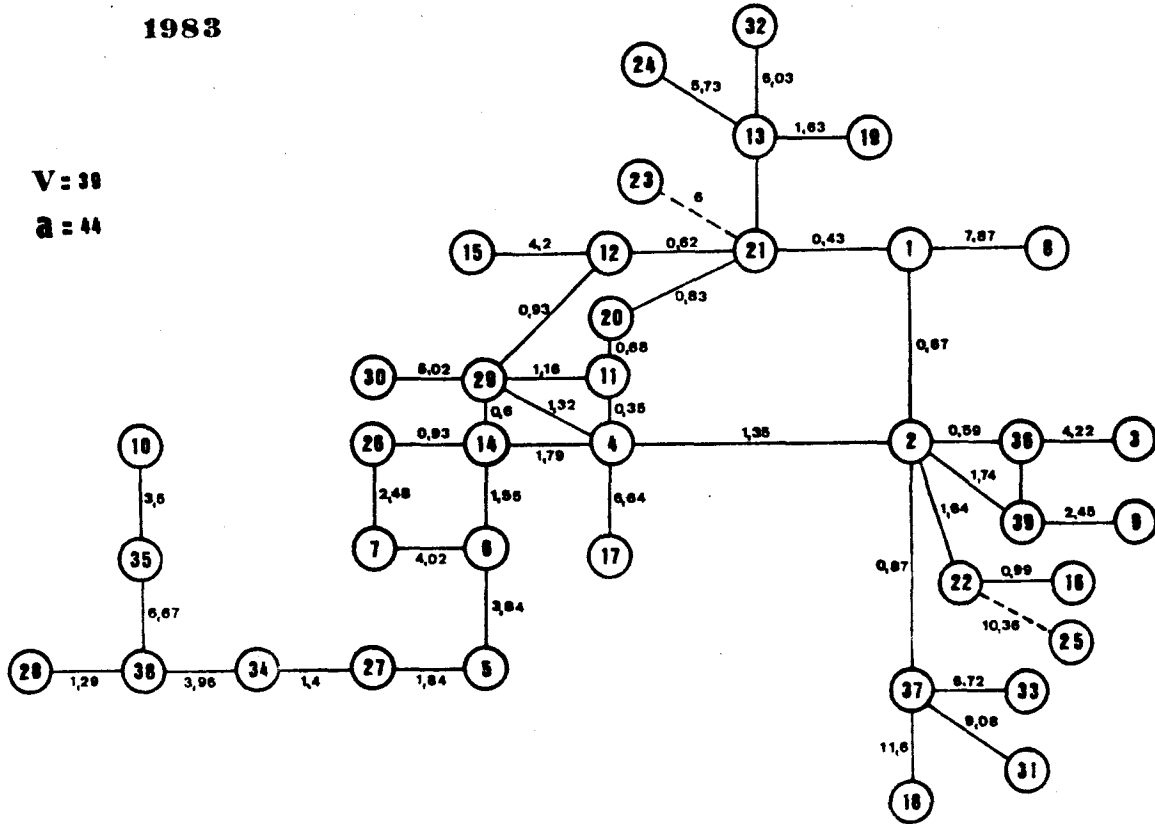
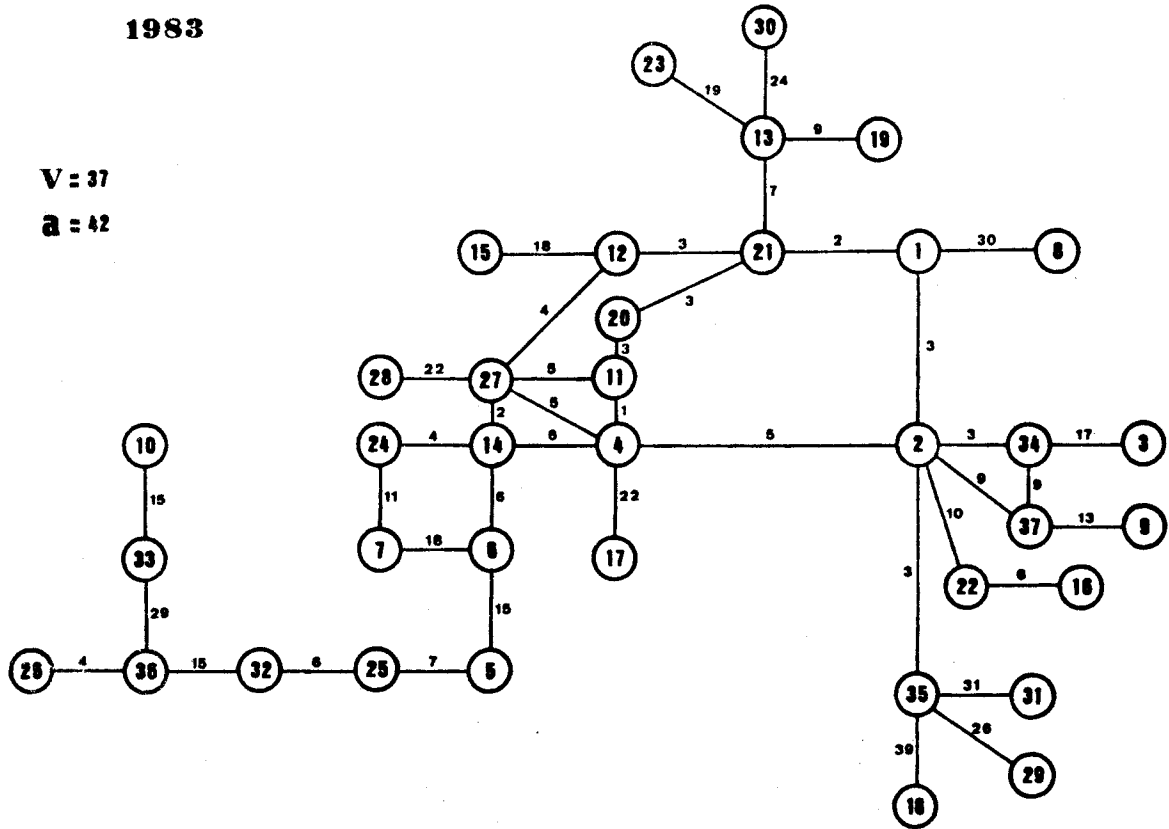


Figura 3

**GRAFO TIEMPO - (minutos)**  
**1983**

V = 37

a = 42



-417-



ciudad comercial de cada línea, elaborando la media en todos los arcos, puesto que hay líneas con itinerarios coincidentes y con velocidades comerciales distintas (la velocidad comercial la tenemos para el conjunto de la línea, no para cada tramo). Posteriormente, hemos informatizado los datos siguiendo un algoritmo matricial (Tabla 5 y Tabla 6)

Los vértices que cuentan con una accesibilidad kilométrica mayor son (Tabla 7): 4 (Pza Reina), 21 (Avenida 1), 1 (Pza España), 2 (Pta S. Antonio) y 1 (Pza Pius XII); mientras en la accesibilidad horaria, los puntos más accesibles son: 4, 21, 2, 12 (Sta Catalina 1), 1.

De todo ello se deduce, que en los tres tipos de accesibilidad analizados, los vértices 2 (Pta S. Antonio), 4 (Pza Reina) y 1 (Pza España) figuran como núcleos muy accesibles en la red de transporte público y en dos de ellos, en el 2 y en el 4, se han localizado dos, de los tres puntos de enlace con que cuenta la red. En la accesibilidad topológica, encontramos como vértices muy accesibles el 29 y el 14, ubicados en el ensanche de Sta Catalina, debido a su mayor proximidad, en cuanto a arcos se refiere, a los vértices de poniente. En la accesibilidad kilométrica aparece el vértice 21 (Avenida 1) en mejor posición que el 2 y el 11, o sea, más accesible que dos de los puntos de enlace reales de la red, posición que se sigue manteniendo en la accesibilidad horaria. Tal vez ello, pueda constituir motivo de reflexión a la hora de cualquier modificación de los puntos de enlace de las líneas.

Los vértices que cuentan con una accesibilidad kilométrica y horaria menor, son, en su mayor parte, turísticos (Tabla 7): Mientras en la kilométrica son: el 10 (Capdellà), 35 (Calvià), 18 (Arenal), 25 (S. Jordi) y 28 (P. Nova 2); en la accesibilidad horaria, al no disponer de datos para el núcleo de S. Jordi, se mantienen los mismos vértices, a los que se añade el 36 (P. Nova 1) (P. Nova 2, en accesibilidad horaria es el vértice 26).

Como podemos observar, en los tres tipos de accesibilidad estudiados, los núcleos más marginales de la red son, el de Capdellà (10) y el de Calvià (el 35 y el 33 en kms i en minutos, respectivamente) que no pertenecen al municipio de Palma y que están servidos por las líneas interurbanas. El vértice 18 (Arenal) no figura como marginal en la accesibilidad topológica, puesto que la red está más desarrollada en parte de poniente y las conexiones que mantienen con los nodos centrales son mejores, de ahí que en este tipo de accesibilidad aparezcan como más marginales que éste, el 34 (Portals) y el 38 (P. Nova 1); sin embargo en la accesibilidad horaria y kilométrica aparece como el tercer núcleo más marginal de la red.

## MATRIZ DE VALORES DE LONGITUDES MINIMAS

TABELA 5

1	0	0,67	5,47	2,02	7,97	4,11	5,99	7,87	4,86	25,33	1,93	1,05	2,19	2,58	5,24	3,30	8,66	10,81	3,82	1,26
2	0,67	0	4,80	1,26	8,52	4,60	6,54	8,34	4,19	25,89	1,70	1,71	2,85	3,14	5,91	2,63	7,99	11,37	4,88	1,92
3	5,47	4,80	0	6,15	13,33	9,48	11,24	13,34	8,44	30,69	6,50	6,51	7,65	7,94	10,71	7,43	12,79	16,17	9,28	6,72
4	2,02	1,26	6,15	0	7,17	3,33	5,19	9,89	5,54	24,54	0,35	2,25	3,61	1,79	6,45	3,98	6,64	10,01	5,24	1,03
5	7,97	8,52	13,33	7,17	0	3,84	7,86	15,84	12,71	17,36	7,15	6,92	9,29	5,39	11,12	11,16	13,81	2,84	10,92	7,82
6	4,13	4,68	9,48	3,33	3,84	0	4,02	12,00	8,87	21,20	3,31	3,08	5,45	1,55	5,28	7,31	9,97	6,68	7,08	3,98
7	5,99	6,54	11,34	5,19	7,86	4,02	0	13,86	10,73	25,22	5,17	4,94	7,31	3,41	9,14	9,17	11,83	10,29	5,84	5,84
8	7,87	8,54	13,34	9,89	15,84	12,00	13,86	0	12,73	33,20	9,81	8,92	10,06	10,05	13,12	11,17	16,53	18,68	11,69	8,13
9	4,86	4,19	8,44	5,54	12,71	8,87	10,73	12,73	0	30,08	5,89	5,90	7,04	7,33	10,10	6,82	12,18	15,56	8,67	6,11
10	25,33	25,89	30,69	24,54	17,36	21,20	25,22	33,20	30,08	0	24,51	24,28	26,65	22,75	28,48	28,52	31,18	16,52	28,28	25,19
11	1,93	1,70	6,50	0,35	7,15	3,31	5,17	9,81	5,89	24,51	0	2,10	3,26	1,76	6,30	4,33	6,99	9,99	4,89	0,68
12	1,05	1,71	6,51	2,25	6,92	3,08	4,94	8,92	5,90	24,28	2,10	0	2,37	1,53	4,20	4,34	8,89	9,76	4,00	1,44
13	2,19	2,85	7,65	3,61	9,29	5,45	7,31	10,06	7,04	26,65	3,26	2,37	0	3,90	6,57	5,48	10,25	12,13	1,63	2,89
14	2,58	3,14	7,94	1,79	5,39	1,55	3,41	10,45	7,33	22,75	1,76	1,53	3,90	0	5,73	5,77	8,43	8,23	5,53	2,44
15	5,24	5,97	10,71	6,15	11,12	7,28	9,14	13,12	10,10	28,48	6,30	4,20	6,57	5,73	0	8,54	13,09	13,96	8,20	5,64
16	3,30	2,63	7,43	3,98	11,16	7,31	9,17	11,17	6,82	28,52	4,33	4,34	5,48	5,77	8,54	0	10,62	14,00	7,11	4,55
17	8,66	7,89	12,79	6,64	13,81	9,97	11,83	16,53	12,18	31,18	6,99	8,89	10,25	8,43	13,09	10,62	0	16,66	11,88	7,67
18	13,13	12,47	17,27	13,82	20,99	17,15	19,01	16,66	38,36	14,17	14,18	15,32	15,60	18,38	15,10	20,46	0	16,95	14,39	
19	3,82	4,48	9,28	5,24	10,92	7,08	8,94	11,63	8,67	26,28	4,89	4,00	1,63	5,53	8,20	7,11	11,88	13,76	0	4,21
20	1,26	1,82	6,72	1,03	7,82	3,98	5,84	9,13	6,11	25,19	0,68	1,44	2,58	2,44	5,64	4,55	7,67	10,67	4,21	0
21	0,43	1,10	5,90	1,85	7,54	3,69	5,16	8,30	5,29	24,90	1,50	0,62	1,75	2,15	4,81	3,73	8,49	10,38	3,38	0,83
22	2,31	1,64	6,44	2,99	10,17	6,53	8,19	10,18	5,83	27,53	3,34	3,35	4,49	4,78	7,55	0,99	9,63	13,01	6,12	3,57
23	6,43	7,10	11,90	7,85	13,54	9,69	11,55	14,30	11,29	30,90	7,50	6,62	7,75	8,15	10,81	9,73	14,49	16,38	9,38	6,83
24	7,97	8,52	13,33	9,34	15,02	11,18	13,04	15,79	12,77	32,38	8,99	8,10	5,73	8,63	12,30	11,21	15,98	17,86	7,36	8,31
25	12,67	12,00	16,80	13,35	20,63	16,48	18,54	20,54	16,19	37,85	13,70	13,71	14,85	15,14	17,91	11,35	19,99	23,37	16,48	13,92
26	3,58	4,06	8,86	2,71	6,31	2,47	2,48	11,38	8,25	23,68	2,68	2,46	4,83	4,93	6,65	6,69	9,35	9,16	6,37	3,36
27	9,81	10,57	15,17	9,02	1,84	5,68	9,70	17,68	14,56	15,52	8,99	8,76	11,13	7,23	12,96	13,00	15,66	1,00	12,76	9,67
28	16,44	17,00	21,80	15,65	8,48	12,32	16,34	24,32	21,19	11,46	15,63	15,40	17,77	13,87	19,60	19,63	22,29	7,64	19,46	16,30
29	1,98	2,65	7,45	1,32	5,99	2,14	4,00	9,75	6,84	23,35	1,16	0,94	3,30	0,60	5,13	5,28	7,96	8,83	4,93	1,84
30	7,00	7,67	12,47	6,34	11,01	7,16	9,02	14,87	11,86	28,37	6,18	5,96	8,32	5,62	10,15	10,30	12,98	13,85	9,95	6,86
31	10,61	9,95	14,75	11,30	18,47	14,53	16,48	18,46	14,14	35,83	11,65	11,66	12,80	13,08	15,85	12,58	17,94	20,67	14,93	11,87
32	8,22	8,88	13,68	9,64	15,32	11,48	13,34	16,64	13,07	32,68	9,79	8,40	6,03	9,93	12,60	11,51	16,28	18,16	7,66	8,61
33	8,30	7,59	12,39	8,94	16,12	12,27	14,13	16,13	11,78	33,48	9,29	9,30	10,44	10,73	13,50	10,22	15,58	18,32	12,07	9,51
34	11,20	11,76	16,56	10,41	3,24	7,09	11,10	19,08	15,95	14,13	10,39	10,16	12,53	8,63	14,36	14,38	17,05	2,40	14,16	11,06
35	21,83	22,39	27,19	21,04	13,86	17,20	21,72	29,70	26,58	3,50	21,01	20,78	23,15	19,25	24,98	25,02	27,68	13,02	24,76	21,69
36	1,25	0,59	4,22	1,94	9,11	5,27	7,13	9,12	4,23	26,47	2,29	2,30	3,44	3,72	6,50	3,22	8,58	11,95	5,07	2,51
37	1,54	0,87	4,62	2,22	9,40	5,55	7,41	9,41	5,26	28,76	2,57	2,56	3,72	4,01	6,78	3,50	8,96	11,60	5,35	2,79
38	15,16	15,72	20,52	14,37	7,19	11,03	15,05	23,03	19,91	10,17	14,34	14,11	16,48	12,98	18,31	18,35	21,01	6,35	18,11	15,02
39	2,41	1,74	5,94	3,69	10,26	6,42	8,28	10,78	2,45	27,63	3,44	3,45	4,59	4,88	7,65	4,37	9,73	13,11	6,22	3,66

TABLE 5 (cont.)

21	0.43	2.31	6.43	7.91	12.67	3.50	9.81	16.44	1.98	7.00	10.61	8.22	8.76	11.20	21.83	1.25	1.54	15.16	2.41	
22	1.10	1.64	7.10	8.59	12.00	4.06	10.37	17.00	2.65	7.67	9.95	8.88	7.59	11.76	22.39	0.59	0.87	15.72	1.74	
23	5.90	6.44	11.90	13.38	16.80	8.86	15.17	21.80	7.45	12.47	14.75	13.69	12.39	16.56	27.19	4.22	5.67	20.52	5.99	
24	1.85	2.99	7.85	9.34	13.35	2.71	9.02	15.65	1.32	6.34	11.30	9.64	8.94	10.41	21.04	1.94	2.22	14.37	3.09	
25	7.54	10.17	13.54	15.02	20.53	6.31	11.84	8.48	5.99	11.01	18.47	15.32	16.12	3.24	17.06	9.11	9.40	7.19	10.26	
26	3.69	6.33	9.69	11.10	16.68	2.47	5.88	12.32	2.14	7.16	14.63	11.48	12.27	7.08	17.70	5.27	5.55	11.03	6.42	
27	5.55	8.19	11.85	13.04	18.54	2.48	9.70	16.34	4.00	9.02	16.49	13.34	11.00	21.72	7.13	7.45	15.05	8.28		
28	8.30	10.18	14.30	15.79	20.54	11.38	17.68	24.32	9.85	14.87	18.48	16.69	16.13	19.08	29.70	9.12	9.41	23.03	10.28	
29	5.29	5.83	11.29	12.77	16.19	8.25	14.56	21.19	6.84	11.86	14.14	13.07	11.78	15.95	26.58	4.23	5.06	19.91	2.45	
30	24.90	27.53	30.90	32.38	37.69	23.69	15.52	11.46	23.35	28.37	35.83	32.68	33.48	14.13	3.50	26.47	26.76	10.17	27.63	
31	1.50	3.34	7.50	8.99	13.70	2.68	8.99	15.63	1.16	6.18	11.65	9.29	9.29	10.39	21.01	2.29	2.57	14.34	3.44	
32	0.62	3.25	6.62	8.10	13.71	2.46	8.76	15.40	0.94	5.96	11.66	8.40	9.30	10.26	20.78	2.30	2.98	14.11	3.45	
33	1.75	4.49	7.75	5.73	14.85	4.83	11.13	17.77	3.30	8.32	12.80	6.03	10.44	12.53	23.15	3.44	3.72	16.48	4.59	
34	2.15	4.78	8.15	9.63	15.14	0.93	7.23	13.87	0.60	5.62	13.06	9.93	10.73	8.63	19.25	3.72	4.01	12.88	4.88	
35	4.81	7.55	10.81	12.30	17.91	6.65	12.96	19.60	5.13	10.15	15.86	12.60	13.50	14.36	24.98	6.50	6.78	18.31	7.65	
36	3.73	0.99	9.73	11.21	11.35	6.69	13.00	19.63	5.28	10.30	12.98	11.51	10.22	14.39	25.02	3.22	3.50	18.35	4.37	
37	8.49	9.63	24.49	15.98	19.99	9.35	15.66	22.29	7.96	12.98	17.94	16.28	15.98	17.05	27.68	8.98	8.86	21.01	9.73	
38	13.57	14.11	19.57	21.05	24.47	16.53	22.84	29.47	15.12	20.14	20.67	21.36	18.32	24.23	34.86	13.06	11.60	28.19	14.21	
39	3.39	6.12	9.38	7.36	16.48	6.46	12.76	16.40	4.93	9.95	14.93	7.66	12.07	14.14	24.78	5.07	5.75	18.11	6.22	
40	0.83	3.57	6.83	8.31	13.92	3.36	9.67	16.30	1.84	6.86	11.87	8.61	9.51	11.06	21.69	2.51	2.79	15.02	3.66	
41	0	2.74	6.00	7.48	13.10	3.07	9.38	16.01	1.55	6.57	11.04	7.78	8.69	10.77	21.40	1.68	1.97	14.73	2.84	
42	2.74	0	8.74	10.22	10.36	5.70	12.01	18.65	4.29	9.31	11.59	10.52	9.23	13.41	24.03	2.23	2.51	17.36	3.38	
43	6.00	8.74	0	13.48	19.10	9.07	15.38	22.01	7.55	12.57	17.04	13.78	14.69	16.77	27.40	7.68	7.97	20.73	8.84	
44	7.48	10.22	13.48	0	20.58	10.55	16.86	23.50	9.03	14.05	18.53	11.76	16.17	18.76	28.88	9.17	9.46	22.21	10.32	
45	13.10	10.36	19.10	20.58	0	16.06	22.37	29.00	14.65	19.67	21.95	20.88	19.59	23.76	34.39	12.59	12.67	27.72	13.74	
46	3.07	5.70	9.07	10.55	16.06	0	8.16	14.79	1.52	6.54	14.01	10.86	11.65	9.55	20.18	4.65	4.90	13.51	5.80	
47	9.38	12.01	15.38	16.86	22.37	8.16	0	6.64	7.83	12.85	20.31	17.16	17.96	1.40	12.02	10.95	11.24	5.35	12.11	
48	16.01	18.65	22.01	23.50	29.00	14.79	6.64	0	14.46	19.48	26.95	23.80	24.59	5.24	7.96	17.59	17.87	1.29	18.74	
49	1.55	4.29	7.55	9.03	14.65	1.52	7.83	14.46	0	5.02	12.59	9.33	10.24	9.22	19.65	3.23	3.52	13.18	4.39	
50	6.57	9.31	12.57	14.05	19.67	6.54	12.85	19.48	5.02	0	17.61	14.73	15.76	14.24	24.87	8.25	8.54	18.20	9.41	
51	11.04	11.59	17.04	18.53	21.95	14.01	20.31	26.95	12.59	17.61	0	18.83	15.80	21.71	32.33	10.53	9.08	25.66	11.69	
52	7.78	10.52	13.78	11.76	20.88	10.86	17.16	22.80	9.33	14.35	18.83	0	16.47	18.56	29.18	9.47	9.75	22.51	10.62	
53	8.69	9.23	14.69	16.17	19.59	11.65	17.96	24.59	10.24	15.26	15.80	16.47	0	19.35	29.98	8.18	6.72	23.31	9.33	
54	10.77	13.41	16.77	18.26	23.76	9.55	1.40	5.24	9.22	14.24	21.71	18.56	19.35	0	10.63	12.35	12.63	3.96	13.50	
55	21.40	24.03	27.40	28.88	34.39	20.18	12.02	7.96	19.65	24.87	32.33	29.18	29.98	10.63	0	22.97	23.26	6.67	24.12	
56	1.68	2.23	7.68	9.17	12.59	4.65	10.95	17.59	3.23	3.23	8.25	10.53	9.47	8.18	12.35	22.97	0	1.46	16.30	1.78
57	1.97	2.51	7.97	9.45	12.87	4.93	11.24	17.87	3.52	8.54	9.08	9.75	6.72	12.63	23.26	1.46	0	16.59	4.51	
58	14.73	17.36	20.73	22.21	27.72	13.51	5.25	1.29	13.18	18.20	25.66	22.51	23.31	3.96	6.67	16.30	16.59	0	17.46	
59	2.84	3.38	8.84	10.32	13.74	5.80	12.11	18.74	4.39	9.41	11.69	10.62	9.33	13.50	24.13	1.78	2.61	17.46	0	

MATRIZ DE VALORES DE TIEMPOS MINIMOS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37			
P.Amp 1	0	3	23	6	32	17	26	30	25	104	8	5	9	11	23	19	30	45	18	5	2	13	26	15	39	64	9	31	32	33	37	45	69	6	6	60	12			
P.A.A. 2	3	0	20	5	32	17	26	33	22	104	6	8	12	11	26	16	27	42	21	8	5	10	31	15	39	64	10	32	29	34	34	45	69	3	3	60	9			
P.E.T 3	23	30	0	25	32	37	46	53	42	174	26	28	32	31	46	36	47	62	41	28	25	31	51	30	59	84	30	52	49	56	54	65	109	17	23	60	24			
P.Ond 4	8	5	25	0	27	12	21	30	27	99	1	9	14	6	19	21	22	47	23	4	7	15	33	10	34	59	5	27	34	38	39	40	84	8	8	55	14			
C.Ode 5	32	32	52	27	0	15	33	62	54	72	28	27	31	21	45	48	49	74	46	31	30	42	56	25	7	30	23	45	61	61	66	13	57	35	25	26	41			
L.Pne 6	17	17	17	12	15	0	19	47	39	87	13	12	22	5	30	33	34	59	31	16	15	27	41	10	22	47	8	30	46	46	51	78	72	20	27	43	26			
Ond 7	26	26	46	21	33	18	0	56	48	105	22	21	31	15	39	42	43	68	48	25	24	36	50	45	17	54	19	61	62	63	67	75	119	36	36	91	47			
S.C. 8	30	33	53	39	62	47	56	0	55	134	39	35	39	41	53	49	63	54	45	40	35	32	43	54	45	67	61	62	63	67	71	111	25	25	62	13				
P.Aba 9	25	27	42	27	54	39	48	55	0	126	28	30	34	33	48	38	49	64	43	30	27	32	53	37	61	86	32	54	51	58	56	67	111	25	25	62	13			
Ond 10	104	104	124	99	72	67	105	134	126	0	100	99	109	93	117	120	121	146	116	103	102	114	124	47	104	104	94	117	111	119	148	15	107	107	64	113				
P.M.11 11	8	8	26	1	28	13	22	38	28	100	0	9	13	7	27	22	23	41	27	3	5	16	32	11	35	60	5	27	35	37	40	41	45	9	9	56	15			
S.C.11 12	5	8	20	9	27	12	21	35	30	99	9	0	10	6	18	24	31	50	19	6	3	18	29	10	34	59	4	26	37	34	42	40	84	11	11	55	17			
C.Ond 13	9	12	32	14	37	22	31	39	34	109	13	10	0	16	28	28	26	54	9	10	7	22	19	20	34	59	4	26	37	34	42	40	84	11	11	55	17			
S.Ond 14	11	11	31	6	21	6	15	41	33	93	7	6	16	0	24	27	28	53	25	10	9	21	35	4	28	53	2	24	40	40	45	34	78	14	14	49	20			
S.Ond 15	23	26	46	27	45	30	39	53	48	117	27	18	28	24	0	42	49	68	37	24	21	36	47	28	52	77	22	44	55	60	58	102	29	29	73	35				
S.Ond 16	19	16	36	21	48	33	42	49	38	120	22	24	28	27	43	0	43	58	37	24	21	6	47	31	55	80	26	48	45	52	50	61	105	19	19	76	25			
P.Mar 17	30	27	47	22	49	34	43	60	49	121	23	31	36	28	49	43	0	69	45	26	29	37	55	32	56	81	27	49	56	68	61	62	106	30	30	71	36			
P.Mar 18	45	42	62	47	54	39	68	75	64	146	48	54	53	68	58	69	0	63	50	47	52	72	57	81	106	52	74	65	78	70	87	131	45	39	102	51				
P.Mar 19	18	21	41	23	46	31	40	48	43	118	22	19	9	25	37	37	45	63	8	19	16	31	28	29	53	78	23	45	50	33	55	39	103	24	24	74	20			
P.Mar 20	5	8	28	4	31	16	25	35	30	103	3	6	18	10	24	24	26	50	19	8	3	18	29	14	38	63	8	30	31	34	42	44	89	11	11	59	17			
P.(3) 21	2	5	25	7	30	19	24	32	27	102	6	3	7	9	21	21	29	47	16	3	0	15	26	13	37	62	7	29	34	31	39	43	87	8	8	58	14			
Und 22	13	10	30	15	42	27	36	43	32	114	16	16	22	21	36	6	37	52	31	18	15	0	41	25	49	70	42	41	46	44	55	99	13	13	70	19				
Und 23	28	31	51	33	56	41	50	56	53	128	32	28	19	35	47	55	73	28	29	26	41	0	39	63	88	33	95	60	43	65	69	113	34	34	84	40				
S.O. 24	15	15	35	10	25	10	11	45	37	97	11	10	20	4	28	31	52	55	36	81	53	38	37	49	63	32	0	25	30	57	6	20	44	44	49	38	62	18	53	24
P.M.25	39	39	59	34	7	22	40	69	61	65	35	34	44	28	52	55	56	81	53	38	37	49	63	32	0	25	30	57	6	20	44	44	49	38	62	18	53	24		
P.M.26	64	64	84	64	59	32	47	65	94	86	48	60	59	69	53	77	80	81	106	78	63	62	74	88	57	25	0	55	77	93	93	96	139	33	67	67	41	72		
S.C.27	9	12	30	5	23	8	17	39	32	95	5	4	14	2	22	26	27	42	23	8	7	20	33	8	7	20	33	8	22	39	38	44	36	60	13	13	31	19		
P.M.28	31	29	49	34	61	46	55	62	51	133	25	27	41	40	55	44	48	49	74	45	30	29	42	55	29	52	77	22	0	61	68	66	58	102	35	35	69	38		
Und 29	30	33	36	36	61	46	55	62	51	133	25	27	41	40	55	44	48	49	74	45	30	29	42	55	29	52	77	22	0	61	68	66	58	102	35	35	69	38		
P.O. 30	37	34	54	39	66	51	60	67	56	138	40	42	46	45	68	50	61	70	55	42	39	44	65	48	73	98	44	16	57	70	70	0	79	123	37	34	43			
P.O. 31	65	65	85	60	40	13	28	46	75	67	59	40	43	55	68	48	43	55	68	48	43	55	68	48	43	55	68	48	43	55	68	48	43	55	68	48	43	55	68	48
P.O. 32	89	89	109	84	57	72	90	119	111	15	85	84	94	78	102	105	105	131	103	88	87	99	113	82	50	33	36	98	74	79	0	44	48	48	15	54	43			
S.O. 33	6	3	7	8	35	20	29	36	28	107	9	11	15	14	29	19	30	45	24	11	8	13	34	18	42	67	13	25	32	39	37	46	92	8	6	43	12			
P.O. 34	6	3	7	8	35	20	29	36	28	107	9	11	15	14	29	19	30	45	24	11	8	13	34	18	42	67	13	25	32	39	37	46	92	8	6	43	12			
P.O. 35	60	60	80	65	28	43	61	65	62	44	56	55	65	65	49	73	76	77	102	74	99	58	70	84	53	21	4	51	73	89	89	94	15	92	6	0	63	12		
L.S.37	12	9	29	14	41	26	35	42	53	113	15	17	21	20	35	25	36	51	30	17	14	19	40	24	48	73	19	41	38	45	43	54	88	12	12	68	8			

Tabla 6

<u>VERTICE</u>	<u>ACCESIBILIDAD</u> <u>Kms</u>	<u>ACCESIBILIDAD</u> <u>Minutos</u>	<u>VERTICE</u>	<u>ACCESIBILIDAD</u> <u>Kms</u>	<u>ACCESIBILIDAD</u> <u>Minutos</u>
1	249,11	962	21	248,99	942
2	260,48	953	22	314,72	1.283
3	435,90	1.647	23	470,99	1.810
4	217,58	874	24	515,38	1.106
5	384,41	1.442	25	697,99	1.617
6	296,01	1.097	26	296,87	2.354
7	380,26	1.467	27	430,49	957
8	545,36	2.012	28	641,10	1.727
9	410,99	1.705	29	256,99	1.950
10	956,49	3.696	30	442,73	1.985
11	260,56	963	31	624,44	2.125
12	255,50	961	32	526,48	1.769
13	303,37	1.145	33	537,25	3.171
14	264,56	974	34	470,95	1.052
15	408,19	1.591	35	826,98	1.040
16	351,29	1.448	36	279,96	2.214
17	505,29	1.716	37	289,62	1.250
18	717,78	2.405	38	593,55	
19	363,72	1.460	39	320,79	
20	263,45	1.003			

Tabla 7

La fácil accesibilidad, por un cada vez más extenso número de geógrafos de microordenadores, nos ha impulsado a adjuntar el programa con el que se han tratado los datos de la presente comunicación, el cual se ha transcrito en un lenguaje BASIC sumamente directo y adaptable a cualquiera de ellos.

Sus sentencias REM van describiendo los algoritmos que ejecutan las correspondientes fórmulas de cálculo (Potrykowsky, 1984), y los resultados se muestran archivados en las adecuadas matrices o vectores de salida.

```

10 PRINT AT 8.4;"ANALISIS TOPOLOGICO REDES"
15 REM PROG. JUANA M. SEGUI- RAMON M. GARRIDO
20 PRINT AT 9.4;"-----"
30 PRINT AT 12.8;"COEFICIENTES S I"
40 PRINT AT 13.8;"-----"
50 STOP
100 CLS
110 PRINT AT 5.5;"CUANTOS NUDOS ? ";
120 INPUT Z
130 PRINT Z
140 PRINT AT 9.11;"-----"
150 DIM B(Z,Z)
151 DIM D(Z,4)
155 PRINT AT 14.1;"INTRODUZCA DISTAN. TOPOLOGICAS"
157 PRINT
158 PRINT
200 FOR I=1 TO Z-1
202 LET Q1=1
203 LET Q2=1
205 INPUT J#
210 FOR J=I+1 TO Z
220 IF J*(Q1)<>"R" THEN GOTO 236
222 LET Q1=Q1+1
224 LET Q2=Q2+2
226 LET B(I,J)=VAL J*(Q1 TO Q2)
228 LET Q1=Q1+1
230 GOTO 237
236 LET B(I,J)=VAL J*(Q1 TO Q2)
237 LET Q1=Q1+1
238 LET Q2=Q1
240 PRINT "D ";I;" ";J;" = ";B(I,J)
250 LET B(J,I)=B(I,J)
260 NEXT J
270 NEXT I
290 STOP
300 CLS
310 PRINT "QUIERE VISIONAR MATRIZ B.(S/N)"

```

```

350 CLS
360 PRINT TAB 5;" MATRIZ DE DISTANCIAS"
370 PRINT
380 PRINT
390 FOR I=1 TO Z
395 PRINT "FILA ";I
396 PRINT
400 FOR J=1 TO Z
410 PRINT TAB (J-1)*4;B(I,J);
420 NEXT J
425 PRINT
426 PRINT
428 NEXT I
430 STOP
431 CLS
432 GOSUB 1500
433 PRINT " INDICES CARACTERISTICOS RED"
434 PRINT AT 2,0;"DIAMETRO = ";H9;AT 2,14;"DISPERSION = ";H5
435 PRINT AT 4,12;"-----"
440 PRINT AT 6,0;"Y";AT 6,3;"AY";AT 6,6;"DYM";AT 6,13;"PY";AT 6,24;"OMGY"

441 PRINT
442 PRINT
444 FOR I=1 TO Z
446 PRINT I;TAB 3;D(I,1);TAB 7;D(I,2);TAB 10;D(I,3);TAB 21;D(I,4)

447 NEXT I
449 STOP
500 REM CAL. FRECUENCIAS
505 DIM F(Z)
510 FOR I=1 TO Z
520 FOR J=1 TO Z
530 LET F(B(I,J)+1)=F(B(I,J)+1)+1
540 NEXT J
550 NEXT I
555 LET N=0
560 PRINT "          VECTOR F ABSOLUTAS"
565 PRINT
567 LET T1=0
570 FOR I=1 TO Z
580 PRINT TAB T1;F(I);
585 LET N=F(I)+N
587 LET T1=T1+4
590 NEXT I
600 PRINT
605 PRINT
607 PRINT
608 STOP
610 PRINT "          VECTOR F. RELATIVAS"
615 PRINT
617 LET AA=0
620 FOR I=1 TO Z
630 PRINT TAB AA;F(I)/N;
635 LET AA=AA+11
637 IF INT (I/3)<(I/3) THEN GOTO 645
639 LET AA=0
641 PRINT
642 PRINT
645 NEXT I
650 STOP

```

```

660 CLS
670 PRINT TAB 6;"CALCULOS DE MOMENTOS"
690 PRINT AT 3,12;"-----"
695 LET D=2
700 REM CAL DE MOMENTOS
705 LET H1=0
710 LET H2=0
715 LET H3=0
720 FOR I=1 TO D
730 LET H1=F(I)*K(I-1)+H1
740 NEXT I
750 LET U1P=H1/N
800 FOR I=1 TO D
810 LET H2=F(I)*K((I-1)-U1P)*K((I-1)-U1P)+H2
820 LET H3=F(I)*K((I-1)-U1P)*K((I-1)-U1P)*K((I-1)-U1P)+H3
830 NEXT I
850 LET U2=H2/N
860 LET U3=H3/N
870 LET S=U3/U2
880 LET II=U2/U1P
1000 PRINT AT 10,0;"U1P = ";U1P
1010 PRINT AT 12,0;"U2 = ";U2
1020 PRINT AT 14,0;"U3 = ";U3
1030 PRINT AT 11,17;"S = ";S
1040 PRINT AT 13,17;"I = ";II
1045 PRINT AT 18,11;"-----"
1050 STOP
1500 LET H4=0
1505 LET H5=0
1506 LET H6=0
1507 LET H7=1E10
1508 LET H8=0
1509 LET H9=0
2000 FOR I=1 TO Z
2010 FOR J=1 TO Z
2020 LET H4=B(I,J)+H4
2022 IF B(I,J)>H6 THEN LET H6=B(I,J)
2030 NEXT J
2032 LET D(I,2)=H6
2034 IF H6>H9 THEN LET H9=H6
2036 LET H6=0
2040 LET D(I,1)=H4
2042 IF H4<H7 THEN LET H7=H4
2044 IF H4>H8 THEN LET H8=H4
2048 LET H5=H4+H5
2050 LET H4=0
2060 NEXT I
2070 LET B=100/(H8-H7)
2100 FOR I=1 TO Z
2105 LET D(I,3)=D(I,1)/Z
2110 LET D(I,4)=(D(I,1)-H7)*B
2120 NEXT I
2200 RETURN
9000 STOP
9000 SAVE "RETOP"
9010 STOP

```



## 5. RUTAS OPTIMAS DE LA RED

Las matrices de itinerarios (Tablas 8 y 9) nos permiten establecer rutas óptimas en longitudes o en tiempos. Ello se obtiene con el siguiente mecanismo (valga a modo de ejemplo la ruta óptima en longitud, entre el nudo origen, 16 (S.Gotleu), y el nudo destino, 7 (Génova) del grafo) :

Los datos se extraen todos ellos de la fila correspondiente al nudo de origen. Por tanto, en la fila 16, acudimos al nudo de destino, anotando el 7. El elemento (16-7), es 26, lo que nos indica que debemos acudir a la columna 26 para localizar el adyacente siguiente, que será el 14. Y así sucesivamente hasta conseguir llegar al nudo de origen, obteniendo la siguiente ruta : 16 - 22 - 2 - 4 - 14 - 26 - 7.

En este sentido, las rutas óptimas de la red proporcionan una interesante información, que puede servir, a modo de ayuda, tanto al planificador de la red de transporte público, como a los propios usuarios. Así mismo, dicha información puede coadyudar al establecimiento de itinerarios alternativos, modificando variables como la velocidad comercial, o introduciendo más conexiones, mejorando la relación de los núcleos más marginales.

## 6. PROGRAMA DE DISTANCIAS Y RUTAS OPTIMAS

El programa que se presenta ejecuta la búsqueda del valor mínimo de la distancia entre dos vértices de un conjunto  $X(x_i)$  de ellos que están interconectados por un conjunto  $U$  de arcos que unen parejas de ellos. El recurso de un algoritmo matricial, aporta la ventaja de obtener una solución exhaustiva entre todos los vértices del conjunto.

El método que se utiliza, en esencia, consiste en constituir una matriz de datos  $D_1 = [L_{ij}]$  en la que :

$$L_{ij} = D_{ij} \quad (X_i, X_j) \text{ para todo } (X_i, X_j) \in U$$

$$L_{ij} = 0 \quad \text{para } X_i = X_j$$

$$L_{ij} = \infty \quad (X_i, X_j) \text{ para todo } (X_i, X_j) \notin U$$

Se calculan matrices cuyas configuraciones vienen dadas por el siguiente algoritmo.

$$B_2 = [L_{ij}^{(2)}] \text{ cuyos elementos } L_{ij}^{(2)} \text{ son}$$

$$L_{ij}^{(2)} = \min_k [L_{ik} + L_{kj}] \text{ que nos dar el valor mínimo de}$$



1	0	1	34	2	6	14	24	1	37	33	20	21	21	27	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
2	2	0	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
3	2	34	0	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	3	2	32	2	
4	2	4	34	0	6	14	24	1	37	33	4	27	21	4	12	22	4	35	13	11	20	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
5	21	4	34	14	0	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
6	21	4	34	14	6	0	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
7	21	4	34	14	6	7	0	1	37	33	4	27	21	24	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
8	0	1	34	2	6	14	24	0	37	33	20	21	21	27	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
9	2	37	34	2	6	14	24	1	0	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	9	
10	21	4	34	14	25	5	6	1	37	0	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	32	36	14	27	35	13	35	36	10	2	2	32	2	
11	21	4	34	11	6	14	24	1	37	33	0	21	21	4	12	22	4	35	13	11	20	2	13	14	5	36	11	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
12	21	1	34	27	6	14	24	1	37	33	20	0	21	27	12	22	4	35	13	12	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2		
13	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	0	27	12	22	4	35	13	21	13	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
14	21	4	34	14	6	14	24	1	37	33	4	27	21	0	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
15	21	1	34	27	6	14	24	1	37	33	20	15	21	27	0	22	4	35	13	21	12	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
16	2	22	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	0	4	35	13	21	1	16	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
17	2	4	34	17	6	14	24	1	37	33	4	27	21	4	12	22	0	35	13	11	20	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
18	2	35	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	0	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	18	32	2	
19	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	19	27	12	22	4	35	0	21	13	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
20	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	21	4	12	22	4	35	13	0	20	2	13	14	5	36	11	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
21	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	21	27	12	22	4	35	13	21	0	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
22	2	22	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	0	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
23	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	23	27	12	22	4	35	13	21	13	2	0	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
24	21	4	34	14	6	14	24	1	37	33	4	27	21	24	12	22	4	35	13	11	12	2	13	0	5	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
25	21	4	34	14	25	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	0	36	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
26	21	4	34	14	25	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	32	0	14	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
27	21	4	34	27	6	14	24	1	37	33	27	21	27	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	0	7	35	13	35	25	36	2	2	32	2		
28	21	4	34	27	6	14	24	1	37	33	27	21	27	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	5	36	20	0	35	13	35	25	36	2	2	32	2		
29	2	35	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	0	35	25	36	2	2	32	2
30	21	1	34	11	6	14	24	1	37	33	20	21	30	27	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	12	27	35	13	35	25	36	2	2	32	2	
31	2	35	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	0	35	25	36	2	31	32	2
32	21	4	34	14	25	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	32	36	14	27	35	13	35	0	36	2	2	32	2	
33	21	4	34	14	25	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	32	36	14	27	35	13	35	36	0	2	2	33	2	
34	2	34	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	0	2	32	2	
35	2	35	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	0	32	2	
36	21	4	34	14	25	5	6	1	37	33	4	27	21	6	12	22	4	35	13	11	12	2	13	14	32	36	14	27	35	13	35	36	2	2	0	2	32	0
37	2	37	34	2	6	14	24	1	37	33	4	21	21	4	12	22	4	35	13	21	1	2	13	14	5	36	4	27	35	13	35	25	36	2	2	32	0	

Tabla 9

camino de  $i$  a  $j$  con uno o dos arcos solamente.

Igualmente calcularemos matrices  $B_3, B_4, B_r \dots$  todas ellas con elementos

$$L_{ij}^{(r+1)} = \min_k [L_{ik}^{(r)} + L_{kj}]$$

Para un valor  $n$  de iteraciones se dará que la matriz  $B_{n+1} = B_n$ .

En  $B_n$  al darse esta estabilización están contenidos los valores de los caminos mínimos entre dos vértices cualesquiera del grafo.

Se calcula la distancia, tanto para los grafos conexos como para los no-conexos, dando como respuesta en los casos de imposibilidad de recorrido de  $X_i$  a  $X_j$  de los no-conexos, un itinerario imposible.

El programa incluye también una interesante correlación de lo anterior, que es la creación de una matriz de recorridos (matriz  $R$ ) la cual está constituida por elementos que nos indican cual es el precedente del vértice que indique su columna en el recorrido que marquen los propios índices del elemento. Además se utiliza en el programa, un vector  $C$  que en el comienzo es nulo y en cuyos registros se van introduciendo los vértices definitivos del itinerario buscado. La impresión de  $C$  nos marcará el itinerario total.

Se ha utilizado también una matriz auxiliar, donde se han registrado los resultados que en las sucesivas iteraciones se han hecho definitivos. La estabilización de esta matriz resuelve el problema, pues, ella, conlleva también la de  $R$ .

## BIBLIOGRAFIA

- BRUNET ESTARELLAS, P.J. (1982): "La red viaria de Mallorca. Estudio de la densidad de carreteras y aplicación de la teoría de los grafos". Mayurqa, 19 Universidad de Palma de Mallorca, Facultad de Filosofía y Letras.
- BOSQUE SENDRA, J.; CEBRIAN, J.A. (1980): "Informática y Geografía" . Estudios Geográficos, 161, Madrid.
- CICERI, M.F.; MARCHAND, B.; RIMBERT, S. (1977): Introduction à l'analyse de l'espace , Paris, Masson.
- ESTEBANEZ ALVAREZ, J. (1976): "Esquema metodológico para el estudio de la estructura de las redes de transporte en España". Boletín de la Real Sociedad Geográfica , CXIII, Madrid
- GARCIA LORCA (1979): "La red de transporte de la provincia de Almería. Aplicación metodológica de la teoría de los grafos". Paralelo 37. Colegio Universitario de Almería. Departamento de Geografía de la Universidad de Granada.
- HAGGET, P. (1975): Análisis locacional en la geografía humana . Barcelona, Gustavo Gili.
- HARVEY, D. (1983): Teorías, leyes y modelos en geografía. Madrid, Alianza Editorial, colección AU
- MURO SAENZ, J (1975): Práctica de la investigación operativa empresarial Barcelona, Labor
- SEGUI PONS, J.M. (1983): "Aplicación metodológica de la teoría de grafos a la xarxa de carreteres d'Eivissa". Trabajos de Geografía, 39 , Universidad de Palma de Mallorca, Facultad de Filosofía y Letras (en prensa)
- SEGUI PONS, J.M. (1985): "La movilidad interna de pasajeros en la ciudad de Palma y la aplicación de un modelo gravitatorio". Homenaje a D. Manuel de Terán. Facultad de Geografía e Historia. Universidad de Madrid.
- TEIXIDO, E. (1972): Teoría de Grafos . Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona.

A N E X O

10 REM OBT.LONGITUDES MINIMAS E ITINERARIOS OPTIMOS POR EL METODO DE LA ESTABILIZACION MATRICIAL

11 REM PROG. RAMON M. GARRIDO GARCIA

20 PRINT AT 6,0;"OBTENCION LONGITUDES MINIMAS E"

30 PRINT AT 8,6;"ITINERARIOS OPTIMOS"

31 PRINT AT 12,10;"----X----"

40 PRINT AT 17,0;"CUANTOS VERTICES ? "

50 INPUT D

51 PRINT D

52 PRINT AT 20,0;"ORIENTACION DE ARCOS (S/D) ? "

53 INPUT B\$

55 PRINT B\$

57 STOP

60 DIM A(D,D)

61 DIM B(D,D)

62 DIM R(D,D)

70 FOR I=1 TO D

72 FOR J=1 TO D

74 IF J=I THEN GOTO 80

76 LET A(I,J)=1E30

80 NEXT J

85 NEXT I

87 PRINT AT 2,0;"\* PARA BORRAR UN VERTICE MAL INTRODUCIDO VUELVALO A INTRODUCIR CON LA LONGITUD NEGATIVA"

88 PRINT AT 8,12;"-----"

90 PRINT AT 12,0;"NUD ORIGEN,NUD EXTREMO,LONGITUD (SI FIN 0,0,0)"

100 SCROLL

101 PRINT "7 "

102 INPUT I0

104 INPUT I1

106 INPUT L

108 PRINT I0;"",I1;"",L

111 IF (I0>D) OR (I1>D) THEN GOTO 124

112 IF L=0 THEN GOTO 120

114 LET A(I0,I1)=1E30

116 GOTO 100

120 IF (I0=0) AND (I1=0) AND (L=0) THEN GOTO 157

122 IF I0=I1 THEN GOTO 124

123 GOTO 130

124 SCROLL

125 PRINT "VERTICE ANULADO POR ERRONEO"

126 GOTO 100

130 LET A(I0,I1)=L

135 LET R(I0,I1)=I0

136 IF B\$="S" THEN GOTO 150

137 LET R(I1,I0)=L

138 LET R(I1,I0)=I1

150 GOTO 100

151 CLS

152 PRINT "\* SI DEJA DE USAR EL PROGRAMA O VA A INTRODUCIR NUEVOS DATOS,ESCRIBE UN 1. SI LO VAA SEGUIR USANDO CON LOS MISMOS DATOS PONGA UN0."

154 INPUT S

155 IF S=1 THEN STOP

156 GOTO 319

170 LET K=DxD

180 FOR J=1 TO D

181 IF J=1 THEN GOTO 190

182 FOR A=1 TO D

183 FOR B=1 TO D

184 LET A(A,B)=B(A,B)

```

215 IF B(I,N)*A(I,N) THEN GOTO 230
220 GOTO 260
230 LET R(I,N)=R(J,N)
260 IF B(I,N)>R(I,N) THEN GOTO 272
270 GOTO 290
272 LET B(I,N)=R(I,N)
290 NEXT N
292 IF B(I,J)=A(I,J) THEN GOTO 294
293 GOTO 300
294 LET K=K-1
297 IF K=0 THEN GOTO 319
300 NEXT I
310 NEXT J
317 GOTO 157
319 CLS
320 PRINT "* SI DESEA LA MATRIZ CON EL VALOR DE TODOS LOS CAMINOS POSIBLES ENTI
E LOS VERTICES CORRESPONDIENTES A LOS INDICES, PONGA 0.0. SILO QUE QUIERE ES EL
VALOR ENTRE DOS VERTICES CONCRETOS, PONGA SUS INDICES"
321 PRINT
322 PRINT
323 INPUT I
324 INPUT N
325 IF I=0 THEN GOTO 340
326 IF I=N THEN GOTO 331
327 IF B(I,N)=1E30 THEN GOTO 329
328 GOTO 337
329 PRINT " ** ITINERARIO NO POSIBLE **"
330 GOTO 383
331 PRINT "** ESTA VD. EN EL MISMO PUNTO **"
332 GOTO 383
337 PRINT "DISTANCIA MINIMA DE ",I," A ",N," = ",B(I,N)
339 GOTO 383
340 CLS
341 PRINT " MATRIZ DE VALORES DE TODOS LOS"
342 PRINT
343 PRINT TAB 8;"CAMINOS MINIMOS"
344 FOR I=1 TO D
345 PRINT
346 PRINT "FILA ",I
347 PRINT
352 FOR N=1 TO D
357 PRINT B(I,N);" ";
365 NEXT N
370 PRINT
371 PRINT
380 NEXT I
383 PRINT
385 PRINT
386 PRINT "SI DESEA TODA LA MATRIZ DE ITINERARIOS ESCRIBA 1.
SI SOLO DESEA UN ITINERARIO CONCRETO PONGA 0."
389 INPUT X
390 IF X=0 THEN GOTO 460
391 PRINT
392 PRINT
393 PRINT TAB 5;"MATRIZ DE ITINERARIOS"
394 PRINT
395 PRINT
396 FOR I=1 TO D
397 PRINT "FILA ",I
398 PRINT
400 FOR J=1 TO D
410 PRINT R(I,J);" ";
420 NEXT J

```

```

430 PRINT
435 PRINT
440 NEXT I
450 PRINT
460 PRINT
470 PRINT " * ENTRE QUE VERTICES DESEA EL ITINERARIO
MINIMO ? ";
472 INPUT Z
474 INPUT T
476 IF Z<=D THEN GOTO 478
477 GOTO 480
478 IF T<=D THEN GOTO 483
479 PRINT
480 PRINT
481 PRINT "* DATOS ERRONEOS"
482 GOTO 472
483 PRINT Z;"",T
485 IF Z=T THEN GOTO 700
487 DIM C(D)
490 LET C(I)=T
500 FOR I=2 TO D
510 LET C(I)=R(Z,C(I-1))
515 IF (Z<)C(I-1)) AND (C(I)=0) THEN GOTO 580
517 IF (C(I)=0) OR (Z=C(I)) THEN GOTO 535
530 NEXT I
535 PRINT
537 PRINT "ITINERARIO : "
540 PRINT
545 FOR Q=D TO 1 STEP -1
550 IF C(Q)=0 THEN GOTO 570
560 PRINT C(Q);" ";
570 NEXT Q
577 GOTO 760
580 PRINT
590 PRINT "** ITINERARIO NO POSIBLE"
600 GOTO 760
700 PRINT
750 PRINT "** ESTA VD. EN EL MISMO PUNTO"
755 GOTO 480
760 PRINT
761 PRINT
762 PRINT
764 PRINT "INTRODUZCA : UNA D SI TRABAJA SOBRE DISTANCIAS,
UNA I SI SOBRE ITINERARIO, UNA N SI INTODUCE O CAMBIA DATOS"
765 INPUT A$
766 IF A$="D" THEN GOTO 319
767 IF A$="I" THEN GOTO 383
770 GOTO 151
8999 STOP
9000 SAVE "GRAFOS"
9010 STOP

```