

MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES

JUAN A. CEBRIAN y DAVID M. MARK (&)

1. INTRODUCCION
2. PRINCIPALES AREAS DE APLICACION
3. ALGUNOS ASPECTOS DE PARTICULAR INTERES
4. LA PRODUCCION DE MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES
 - 4.1. Recogida de la información
 - 4.1.1. La medida del mapa topográfico
 - 4.1.2. Los métodos fotogramétricos
 - 4.1.3. Estandarización
 - 4.2. Detección y corrección de errores
 - 4.2.1. Controles de calidad
 - 4.2.2. Procedimientos de corrección de errores
5. EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACION. ALGUNOS EJEMPLOS.
 - 5.1. Cálculo de pendientes y aspectos del terreno
 - 5.2. Determinación de sombras
 - 5.3. Identificación de cauces y cuencas fluviales

NOTAS

BIBLIOGRAFIA

FIGURAS

(&) En este trabajo hemos contado con el soporte académico y financiero de la Comisión FULBRIGHT - MEC y de la "U.S. NATIONAL SCIENCE FOUNDATION".

1. INTRODUCCION.

Entendemos por Modelo Topográfico Digital (MTD) cualquier representación sobre soporte informático (digital, por tanto) de una superficie topográfica. Según esta definición, el término MTD no se refiere únicamente a la representaciones de la topografía de un área mediante altitudes registradas en los nodos de una malla ortogonal. Por el contrario, es aplicable a las más diversas estructuras de datos.

Hasta mediados de los años 70 el término en uso en los países anglosajones era Digital Terrain Models, que pasó a nuestra literatura como Modelos Digitales del Terreno, siendo éste el término usual en las publicaciones en castellano. Más recientemente, en cambio, en el ámbito anglosajón un nuevo término ha venido a substituir al anterior: Digital Elevation Models. La razón fundamental de este cambio radica en el hecho de que muy frecuentemente se ha utilizado el término Digital Terrain Models para referirse a los Sistemas de Información Geográfica en los que, junto a la información topográfica, está contenida una gama mucho más amplia de documentación territorial (tipos de suelo, vegetación, transitabilidad, etc.). En este artículo pretendemos reflejar este cambio de terminología, adoptando las palabras que, en nuestra opinión, expresan más acertadamente en castellano el nuevo término: Modelos Topográficos Digitales.

En las páginas que continúan presentamos una descripción de los principales resultados en este campo en los últimos años, subrayando las principales áreas de aplicación, algunos aspectos de particular interés -bien por existir sobre ellos un importante debate, o por no estar resueltos adecuadamente todavía-, los diversos métodos de producción de MTDs y una selección de algoritmos de tratamiento de la información contenida en ellos. Finalmente, una extensa bibliografía, que desborda claramente el marco de las referencias que se hacen a lo largo del texto, ha sido confeccionada, con vistas a poner al alcance de las personas interesadas una guía actualizada de lecturas sobre el tema.

A lo largo del texto, aparecen frecuentes referencias a los productos y actividades del United States Geological Survey (USGS). Esta insistencia está justificada por el hecho de ser esta institución claramente pionera a escala mundial en este tipo de tareas, siendo la única que, por el momento, ofrece públicamente sus productos digitales por procedimientos similares a los que comercializa sus, más tradicionales, mapas topográficos impresos en papel. Sólo en otros dos países, Canadá y Australia, la producción de estos Modelos es algo más que una idea feliz que debe ser llevada a la práctica. No obstante, hasta ahora, ninguna de las instituciones responsables de esta tarea en esos países ofrece al mercado libre estos productos, cuya demanda por todo tipo de entidades públicas y privadas es cada día mayor.

2. PRINCIPALES AREAS DE APLICACION.

Las Areas de aplicaci3n de Modelos Topogr3ficos Digitales son cada d3a m3s numerosas. La relaci3n que presentamos a continuaci3n, sin ser exahustiva, reúne las aplicaciones m3s comunes.

a) Producci3n de mapas topogr3ficos. Un n3mero cada vez mayor de sistemas de adquisici3n autom3tica o semiautom3tica de datos topogr3ficos requiere el uso del ordenador y la creaci3n de un MTD transitorio. El Modelo es corregido antes de su utilizaci3n en el trazado de la serie de curvas de nivel que representan gr3ficamente la topograf3a de la zona en cuesti3n. Desafortunadamente, la mayor3a de estos Modelos son archivados, resultando inaccesibles a una gama amplia de posibles usuarios, o, peor a3n, son deshechados al acabar el proceso de producci3n del mapa topogr3fico. El uso de medios autom3ticos de recogida de la informaci3n puede suponer un aumento de hasta un 50% del ritmo de producci3n de mapas topogr3ficos. Pero, si cabe, los MTDs resultan m3s 3tiles todav3a en la automatizaci3n del sombreado de relieves, y en la producci3n de bloques diagramas o cualquiera otro tipo de representaci3n topogr3fica compleja.

b) Ciencias de la Tierra (hidrolog3a, geomorfolog3a, geolog3a). En los modelos hidrol3gicos de cuencas en las que la fusi3n de nieve es significativa los factores topogr3ficos son predominantes, requiri3ndose por tanto alg3n tipo de MTD. Los Modelos Topogr3ficos Digitales constituyen una informaci3n de primer orden para los estudios de Geomorfolog3a. Recientes trabajos en este campo se han dedicado al estudio de frecuencias de pendientes y a la extracci3n autom3tica de caracter3sticas de redes fluviales. En estudios de correlaci3n entre tipos de roca y topograf3a o en prospecciones geol3gicas, por citar alg3n ejemplo m3s, los MTDs han sido aplicados con 3xito.

c) Ingenier3a forestal. Algunas de las primer3simas aplicaciones no militares de estos Modelos se produjeron en este campo. El c3lculo de zonas de visibilidad es vital en el emplazamiento de torres de vigilancia contra incendios. Los efectos de las diversas t3cnicas de tala de madera en los procesos de erosi3n del suelo, de poluci3n fluvial o de regeneraci3n forestal est3n claramente influenciados por la pendiente y el aspecto del terreno afectado. La utilizaci3n de MTDs facilita enormemente la evaluaci3n de las diversas alternativas y la optimizaci3n de los resultados.

d) Planificaci3n urbana y regional. La planificaci3n del alcantarillado y de los sistemas de abastecimiento de aguas, y la zonificaci3n del suelo est3n influenciadas en muchas ocasiones por la topograf3a. El dise1o de autopistas y cualquier otro tipo de problema a selecci3n de trazado se ven claramente facilitados si se dispone de una descripci3n digital topogr3fica.

e) Ingeniería civil y minería. Cálculos de capacidad de embalses, de movimiento de tierras, por ejemplo, son tareas claramente facilitadas si se dispone de un MTD de la zona afectada. Frecuentemente este tipo de aplicaciones requieren MTDs de gran densidad. Los MTDs pueden ser especialmente útiles en la localización de rocas industriales en función del análisis de los depósitos fluviales, si se dispone de los procedimientos de recuperación automática de la red y la cuenca fluvial aguas arriba, de un punto cualquiera en la red. Esta técnica es particularmente eficaz en regiones bridas.

f) Sensores Remotos. La interpretación de la información registrada por scanners multiespectrales, tales como el Landsat, Thematic Mapper o Spot, resulta complicada por los efectos derivados de la topografía (sombras y diferentes ángulos de incidencia de los rayos solares sobre el terreno) en las zonas especialmente montañosas. En estos casos se puede utilizar un MTD de la zona en la simulación de los efectos de la topografía en la características de la incidencia y reflejo de la luz solar; los resultados de la simulación son posteriormente utilizados para "corregir" la imagen original y así facilitar la interpretación de otros elementos del paisaje.

g) Finalmente, aunque no menos considerables que las anteriores se encuentran ciertas aplicaciones militares. El ejército americano y más concretamente la DMA (Defense Mapping Agency) ha sido desde el primer momento una institución líder en este tipo de tecnología, aunque por razones de seguridad la mayoría de sus resultados quedan siempre sin publicar. La DMA es muy probablemente el primer productor y consumidor mundial de datos topográficos digitalizados. Las aplicaciones militares de estos modelos van desde su uso en la producción de mapas topográficos hasta su inclusión en los sistemas de navegación automatizada incorporados a muchos misiles actuales. Los MTDs son también utilizados en la solución de problemas de transitabilidad, en cálculo de zonas de visibilidad, y en simulaciones de vuelo y de escenarios bélicos.

3. ALGUNOS ASPECTOS DE PARTICULAR INTERÉS.

Vamos a hacer alusión, en este apartado, a dos temas que requieren una primordial consideración en el área de los Modelos Topográficos Digitales. No obstante el tratamiento va a ser muy breve. En el caso de las alternativas de estructuración de modelos, porque recientemente hemos tratado el tema con suficiente extensión (Cebrián y Mark, en trámite de publicación). En el caso de los problemas de precisión, porque vamos a tratarlos con más detenimiento más adelante, en este mismo artículo.

Muy diversas estructuras de datos se han propuesto en la breve historia de los MTDs y el debate continúa abierto, ya que todo el mundo reconoce que todavía no se ha llegado a una solución definitiva. Probablemente se trate de un problema sin solución única y, eso sí, condicionado por la evolución de la

En un extremo del espectro se encuentran las mallas ortogonales regulares. Si se adopta esta estructura los algoritmos de tratamiento de la información se simplifican enormemente. Además, la mayoría de la información topográfica digitalizada disponible (MTDs del USGS, por ejemplo) está estructurada de esta manera. Por otra parte, este tipo de estructura tiene la desventaja de ser radicalmente artificial y no depender del fenómeno concreto representado. Por este motivo la información que contiene puede ser en ocasiones redundante (zonas planas), o en ocasiones insuficiente (zonas muy articuladas).

En el otro extremo se encuentran las estructuras totalmente flexibles, adaptables a la naturaleza de cada configuración topográfica concreta, tales como las mallas de triángulos irregulares. Tienen la ventaja de ser estructuras compactas (normalmente requieren un volumen de datos claramente inferior), aunque la adquisición de los datos referentes a cada vértice en la malla es tremendamente más costosa que en el caso anterior.

Finalmente, entre ambos tipos antagónicos, se encuentra una amplia gama de estructuras que comparte ventajas e inconvenientes de ambos extremos. Tal es el caso de las estructuras adaptables basadas en una descomposición de tipo regular, entre las que se encuentran los "quadrees" (Lauzon y otros, 1985), los "bottrees" (Mark y Cebrián, en preparación), o las que definen el muestreo progresivo (Makarovic, 1973, 1978) y otros métodos semejantes de toma de datos.

Los problemas de precisión de la información no afectan únicamente al establecimiento de MTDs; se trata de un tema compartido por toda la tecnología de cartografía digital y de sistemas de información geográfica. Muy diferentes tipos de errores pueden presentarse en un MTD, dependiendo la importancia de los mismos del tipo de aplicación a que van destinados. Sea cual sea la estructura del MTD, siempre existe la alternativa coste/error. Un tipo de errores está relacionado con la magnitud de la unidad de malla del modelo. Cuando, para reducir el volumen de errores, se reduce el intervalo de malla, el número de puntos necesarios para cubrir la misma zona se incrementa -normalmente en proporción al inverso del cuadrado de la distancia entre dos nodos de la malla-. El costo de almacenamiento tiende a crecer linealmente con el número de puntos y los tiempos requeridos para el tratamiento de la información normalmente crecen en la misma proporción, o más deprisa todavía, dependiendo de los algoritmos. Por supuesto existen otros tipos de errores, algunos de los cuales serán analizados más adelante; tratamiento de errores, control de la calidad de los datos y definición de estándares son problemas muy complejos, relacionados entre sí, que no pueden abordarse en escasas líneas.

4. LA PRODUCCION DE MODELOS TOPOGRAFICOS DIGITALES.

Acabamos de comentar en el apartado anterior los diferentes tipos de estructuras de datos que pueden ser utilizadas en el establecimiento de un MTD. No volveremos por ello en lo sucesivo a abordar este tema, asumiendo que, a no ser que se indique explícitamente lo contrario, la estructura básica del modelo es una malla ortogonal regular, ya que ésta es la estructura de propósito general que ha demostrado superior eficacia a la hora de describir una superficie topográfica en el ámbito de un sistema informático.

En la producción de MTDs pueden distinguirse dos fases fundamentales: recogida de la información y detección y corrección de errores. Ninguna de las dos es más importante que la otra. La corrección de errores en un MTD, que durante mucho tiempo se consideró una tarea de escasa importancia, resulta cada vez más importante, a medida que los procesos de adquisición de datos van siendo automatizados cada vez en mayor grado. Como en cualquier otra tarea de digitización, el objetivo es substituir al operador en las tareas meramente rutinarias por alguna máquina "inteligente" que pueda cumplir ese cometido a gran velocidad, aunque incurriendo en una serie de errores. Paralelamente, métodos cada vez más sofisticados de corrección de errores van haciéndose realidad. La mayoría de ellos son procedimientos interactivos, que requieren continuas decisiones de un operador experto. También existen, no obstante, algunos totalmente automatizados.

4.1. Recogida de la información.

Los diferentes métodos de recogida de información topográfica digital actualmente en uso fueron ya anticipados hace años, al mismo tiempo que se definía el concepto de Modelo Topográfico Digital, aunque entonces, por evidentes limitaciones tecnológicas no se pudieran hacer realidad: "El último grado de automatización se conseguiría substituyendo al operador humano por un sensor de barrido automático" (Miller y Laflamme, 1958, p.438). Estos autores, cuyo objetivo inmediato era el desarrollar una descripción numérica de la superficie topográfica con vistas a facilitar el diseño y construcción de carreteras, hablan de dos métodos operativos de recogida de datos topográficos: la medida del mapa y la medida del modelo estereoscópico.

En el momento en que escriben el artículo, la disponibilidad de codificadores analógico-digitales era prácticamente nula. Por este motivo la mayor parte de las tareas que proponen tenían que llevarse acabo manualmente. No obstante, como acabamos de comentar unas líneas más arriba, los conceptos que introducen son los mismos que rigen hoy día. Además, estos mismos autores sugieren también la automatización de las tareas, aunque no puedan explicar detalladamente el cómo.

4.1.1. La medida del mapa topográfico.

La medida del mapa topográfico ha sido, y continúa siendo un método de producción de MTDs, aunque a lo largo de los años el instrumental de medición haya cambiado muy considerablemente. Los conceptos básicos son realmente muy sencillos. Supongamos que colocamos un plástico transparente, en el que se ha impreso una retícula ortogonal, sobre un mapa topográfico convencional y a continuación intentamos registrar la altitud correspondiente a cada uno de los vértices de la malla. En muy pocas ocasiones una curva de nivel coincidirá con un vértice del retículo (en ese caso la medida es trivial: registrar la cota de la curva de nivel como altitud del vértice). Lo más normal es que esto no ocurra y que, por lo tanto, se tenga que recurrir a recoger información en las proximidades del vértice y a interpolarse el valor que se considere coherente con la información del entorno más próximo.

Para interpolar las altitudes correspondientes a los vértices de una malla ortogonal regular a partir de un mapa de curvas de nivel es necesario tener en cuenta un volumen muy considerable de distancias que se utilizarán en la fórmula de interpolación de cada valor correspondiente a un vértice. En los comienzos del uso de MTDs en diversos problemas de ingeniería, estas distancias eran medidas con la ayuda de una regla. Actualmente, sin embargo, las curvas de nivel son previamente digitizadas. De esta manera el ordenador puede calcular analíticamente todas las distancias necesarias en el procedimiento de interpolación.

Cuatro procedimientos de digitización de curvas de nivel pueden seguirse en la actualidad (Doyle, 1978), aunque sólo tres de ellos son realmente operativos. La digitización de curvas de nivel utilizando un digitizador de mesa, además de ser una tarea costosísima y tremendamente pesada, resulta un método muy proclive a los errores por omisión o duplicación de parte de la información contenida en el mapa. Este método está hoy día totalmente descartado.

La aparición en escena de los digitizadores de líneas fue un paso adelante importante en la solución automatizada de este problema. Lo habitual es utilizar, para su digitización, un poliéster en el que se han impreso las curvas de nivel del original, después de suprimir los títulos de las cotas y de haber completado las curvas en esos puntos. El digitizador barre los bordes del dibujo hasta que detecta una línea, siguiéndola y digitizándola al mismo tiempo hasta agotarla. El operador supervisa el trabajo del digitizador en una pantalla de rayos catódicos, interviniendo cada vez que el digitizador comete algún error de seguimiento de líneas, cada vez que éste no encuentra ningún "camino razonable" que seguir, y, en algunos sistemas, cada vez que se termina de digitizar una línea, para asociar al registro de la serie de pares de coordenadas que la describen un atributo numérico: su cota.

Otra posibilidad es usar un scanner de tambor, o de mesa, para obtener una digitización raster, totalmente automatizada, de un políester en el que típicamente aparecen impresas las curvas de nivel. En este caso, posteriormente, es necesaria una vectorización del fichero digital y la asignación de una cota a cada curva de nivel. Todas estas operaciones, salvo la asignación de cotas a las curvas de nivel, pueden realizarse de manera completamente automatizada, sin necesidad de la asistencia de un operador. Por otra parte, los programas que posibilitan la asignación de cotas a las diferentes isolinneas son cada vez más sofisticados, reduciendo la intervención del operador al mínimo imprescindible. Un paso adelante lo constituye el desarrollo de módulos capaces de reconocer caracteres de imprenta. Existen ya en la actualidad sistemas que, utilizando estas técnicas, ofrecen un "etiquetado" automático de las curvas de nivel. Sólo en casos límite (por ejemplo, cuando la rotulación de una cota ha interceptado varias curvas de nivel muy próximas entre sí) el operador ha de intervenir para resolver una disyuntiva ante la que el programa "se ha quedado perplejo". De lo anterior se deduce que estas técnicas de digitización tienen un gran futuro, a la altura de su presente.

Una última posibilidad de obtención de la versión digital de un conjunto de curvas de nivel la constituye el registro, mediante convertidores analógico-digitales, de los movimientos del punto de referencia de un restituidor fotogramétrico cuando el operador está recorriendo el modelo estereoscópico por puntos de cota constante. Este método permite soslayar la digitización de curvas de nivel impresas, ya que la curva se va digitizando a medida que va siendo definida sobre el par estereoscópico. No vamos, de todas maneras, a extendernos mucho en este aspecto, ya que forma parte propiamente del otro gran grupo de métodos de generación de MTDs a que hemos aludido. Si hemos hecho referencia a él ahora ha sido para presentar en bloque todas las posibilidades de digitización de curvas de nivel asequibles en el momento presente.

Supongamos, pues, que por alguno de los métodos previamente mencionados disponemos de una descripción digital (por series de pares de coordenadas bidimensionales) de las curvas de nivel de un mapa topográfico y que queremos deducir de esta información la serie de altitudes correspondientes a los vértices de una malla ortogonal que cubra el mismo espacio, como modelo, lo más adecuado posible, de la topografía de la zona. Cualquier algoritmo genérico de interpolación puede ser aplicado a la serie de puntos que describen las isolinneas en cuestión, considerándolos aleatoriamente distribuidos espacialmente. No obstante los resultados de estos algoritmos son mucho menos precisos que los de otros algoritmos de interpolación que se han desarrollado específicamente para interpolar puntos en una superficie de la que se tiene una descripción por isolinneas.

Clarke (Clarke y otros, 1982) ha presentado recientemente un elenco de los algoritmos de interpolación a partir de isolinias más conocidos, clasificándolos en cuatro grupos, en función de los criterios que en cada caso se utilizan para escoger los puntos de las curvas de nivel que van a ser utilizados en la interpolación de cada vértice de la malla ortogonal. Nosotros hemos decidido definir cinco grupos para facilitar la exposición, pero los criterios de clasificación son básicamente los mismos.

1. Interpolación lineal entre cada dos puntos pertenecientes a curvas de nivel encontrados en cada una de las direcciones previamente especificadas. El número de direcciones suele ser una, dos o cuatro y los puntos utilizados en la interpolación, por tanto, dos, cuatro u ocho. En el caso de que se utilicen más de dos puntos en la interpolación del nuevo valor, éste resulta de algún tipo de promedio entre los valores interpolados linealmente a partir de cada par de puntos situados en la misma dirección.

2. Interpolación lineal entre dos puntos pertenecientes a curvas de nivel, encontrados en la dirección de mayor pendiente. El número de direcciones posibles normalmente suele estar limitado en cada algoritmo (por ejemplo los dos ejes de coordenadas y las diagonales del primer y tercer y del segundo y cuarto cuadrantes).

3. Interpolación no lineal entre más de dos puntos pertenecientes a curvas de nivel encontrados en una dirección adecuada. La dirección puede ser alguna previamente determinada o la de mayor pendiente. Normalmente se utiliza en la interpolación un polinomio de segundo o tercer grado.

4. Interpolación por ajuste de un plano de regresión a varios puntos próximos, pertenecientes a curvas de nivel, encontrados en una serie de direcciones determinadas previamente.

5. Algoritmos basados en arquitecturas de procesamiento en paralelo. Clarke (ibidem) presenta un ejemplo en el que solamente se utilizan en la interpolación los fragmentos de curvas de nivel que se encuentran en el semiplano a la derecha de la columna del vértice de la malla en curso. Los puntos a la izquierda de dicha columna, indispensable para la interpolación, son, bien puntos ya interpolados, bien puntos auxiliares interpolados linealmente entre éstos. Este tipo de estrategia de barrido de un plano (Lee y Preparata, 1984) se adapta perfectamente a un procesamiento en paralelo, ya que los segmentos que constituyen las curvas de nivel pueden ser clasificados en regiones y el algoritmo aplicado a cada una de ellas simultáneamente.

La figura 1. ilustra los diferentes puntos pertenecientes a curvas de nivel, que serían tenidos en cuenta por los diferentes algoritmos de interpolación, en un caso concreto.

En los test de precisión llevados a cabo por Clarke (ibidem), en términos de la raíz de la media de errores al cuadrado (1), los mejores resultados correspondían a los MDTs derivados utilizando algoritmos que interpolan a lo largo de la dirección de mayor pendiente, tal como se había sugerido hace ya bastantes años (Yoeli, 1975), por tanto que es el método que mejor imita la lectura correcta de un mapa de curvas de nivel. Ninguna diferencia significativa se pudo apreciar entre los resultados de los algoritmos que utilizan interpolación lineal y los de los que utilizan una interpolación polinómica de segundo o tercer grado, siendo por tanto recomendables, por más sencillos, los primeros.

Hasta aquí hemos considerado las diferentes alternativas de interpolación a partir de curvas de nivel digitizadas y los resultados de cada una de ellas por lo que respecta a la precisión del MTD derivado. En los párrafos siguientes vamos a considerar otro factor importante de la precisión de estos modelos, al que ya hemos hecho alusión en el tercer apartado de este artículo: la magnitud de la distancia entre dos vértices consecutivos en la malla.

No existe la más mínima duda de que cuanto mayor es la densidad de la malla del modelo, más fielmente representa esta la superficie topográfica a la que se refiere. No obstante, por los límites que la tecnología actual impone, no podemos decidir a la ligera el disminuir el intervalo de la malla sin considerar antes objetivamente qué incremento en la precisión se va a lograr y a costa de qué precio en almacenamiento de datos y en tiempo de procesamiento de los mismos. Como su propio nombre indica un Modelo Topográfico Digital es eso, un modelo, una aproximación esquemática a la realidad. No se puede por tanto aspirar en este sentido a la mejor representación, que se confundiría con la superficie topográfica y requeriría un número infinito de puntos; si se puede pretender en cambio una adecuada representación que cumpla los requisitos de precisión requeridos por el tipo de uso que se va a hacer de ella.

Desde este punto de vista Doytsher y Shmutter (1982) llevaron a cabo toda una serie de tests para comparar el grado de precisión de distintos MDTs de la misma zona, derivados utilizando los mismos procedimientos, pero variando el intervalo de malla en cada caso. Estos tests demostraron claramente la relación de proporcionalidad inversa existente entre precisión, expresada en unidades de error medio, y magnitud del intervalo de malla. Pero, por otra parte, en una de las comparaciones efectuadas, un resultado interesante quedó de manifiesto. Las altitudes correspondientes a dos mallas diferentes (una de 100 metros de intervalo y la otra de 65 metros) fueron calculadas siguiendo diferentes procedimientos. En el caso de la malla de mayor densidad las altitudes fueron interpoladas a partir de la información disponible, sin ninguna restricción. Al interpolar las altitudes de la malla de 100 metros de intervalo, varios elementos característicos de la topografía de la zona

(divisarias, cursos fluviales, oimas, depresiones, etc.) fueron digitizados e introducidos en el algoritmo de cálculo de altitudes en vértices de la malla como barreras de interpolación. Después de medir las altitudes reales, utilizando un restituidor, correspondientes a los vértices de las mallas interpoladas se calcularon los respectivos errores medios, resultando ser menor el correspondiente a la malla menos densa.

De lo anterior se puede concluir que para usos estándar no es necesario disponer de un malla de gran densidad si ésta ha sido interpolada teniendo en cuenta los elementos más característicos de la topografía de la zona afectada. Como no existe ninguna ley que controle la forma que un elemento lineal puede adoptar, cualquier intento de representarla a partir de datos no relacionados directamente con ella (mediante medidas tomadas en sus proximidades en puntos distribuidos regularmente, por ejemplo) está condenado al fracaso, incluso aunque la densidad de datos sea muy considerable. Basados en los diferentes tests llevados a cabo Doytsher y Shmutter (ibidem) proponen un intervalo de malla en el margen de 4 a 10 mm a la escala final del mapa. Esto supone un ancho de malla de 96 a 240 metros en un mapa de escala 1/24.000, y un ancho de malla de 1 a 2,5 Km en un mapa de escala 1/250.000. Ambos márgenes resultan claramente desproporcionados si consideramos los intervalos de malla adoptados por el USGS en sus series de MTDs de escalas 1/24.000 y 1/250.000 (30 metros y en torno a 90 metros -el intervalo es una medida angular- respectivamente). Tal desproporción puede explicarse por el hecho de que los modelos producidos por el USGS han sido interpolados sin control de puntos o líneas características de la topografía, necesitando por tanto una malla mucho más densa para poder alcanzar los niveles de precisión requeridos para este tipo de productos.

4.1.2. Los métodos fotogramétricos.

Antes de describir los métodos fotogramétricos más usuales en la producción de MTDs, para facilitar su comprensión, vamos a detenernos en la exposición de algunos conceptos fundamentales de fotogrametría.

La fotogrametría, tal como la define la American Society of Photogrammetry (ASP), es la ciencia aplicada que pretende obtener medidas exactas a partir de fotografías de los objetos de la medición. De esta definición se sigue que, a pesar de la importancia de las aplicaciones cartográficas de la fotogrametría, otros campos de medición son también objeto de esta ciencia. En términos generales se puede decir que las técnicas fotogramétricas se pueden utilizar para medir cualquier objeto que pueda ser fotografiado y que su uso resulta claramente ventajoso cuando se trata de medir objetos cuya medida directa resultaría muy difícil o claramente anticóncina.

Miller(1957) presenta una interesante categorización de los diferentes objetos que normalmente requerirán métodos fotogramétricos para su medición. Estos son objetos que

1. Son muy grandes. Una parte de la superficie del planeta, por ejemplo.
2. Son muy pequeños. Un grano de arena o la rugosidad de la superficie de un metal, por ejemplo.
3. Están en movimiento. Una estructura sometida a una carga dinámica, por ejemplo.
4. Están sometidos a un cambio constante. Un fenómeno hidráulico o un glaciar, por ejemplo.
5. Son inaccesibles. Un determinado objetivo estratégico, por ejemplo.
6. Son muy complejos. La deformación del ala de un avión o el cuerpo humano, por ejemplo.

La fotogrametría es fundamentalmente un método de medida espacial. Son objeto de la fotogrametría las medidas de la localización de un cuerpo, su longitud, dirección, tamaño, forma, área, volumen y magnitudes semejantes

Desde el punto de vista geométrico, la fotografía es una proyección de una perspectiva del objeto fotografiado. En una perspectiva todos los rayos procedentes del objeto convergen en un punto, siendo la proyección de la perspectiva la traza de la intersección de los rayos convergentes con un plano. El plano de la película o placa fotográfica es el plano de intersección. La métrica de la fotografía permite la recuperación del punto de convergencia de los rayos procedentes del objeto, tanto física como matemáticamente, y una vez recuperado el foco (punto de convergencia), la reconstrucción de los rayos mismos.

Vamos a ver en primer lugar cómo se efectúa la reconstrucción física del objeto tridimensional fotografiado y el instrumento que la permite.

Cuando se toma la fotografía, los rayos procedentes del objeto incidieron en la película o placa fotográfica. Si colocamos en la misma posición de la cámara un proyector (que puede ser considerado desde el punto de vista geométrico similar a la cámara, ya que la única diferencia es que invierte el sentido de los rayos luminosos), los rayos volverán a su punto de origen en el objeto. De manera semejante, si disponemos de un segundo proyector situado en otra posición de la cámara proyectando la fotografía correspondiente, los rayos procedentes de un punto imagen que aparezca en ambas fotografías se encontrarán en el espacio en el lugar de su punto (en el objeto) de origen común. En estas condiciones estamos proyectando un modelo tridimensional que coincide en el espacio con el objeto

original. No obstante el modelo espacial formado no puede ser percibido, a no ser que a cada ojo se le presente únicamente una de las dos imágenes proyectadas. Cuando esto es así, el cerebro fundirá las dos imágenes en un único modelo tridimensional.

Para poder efectuar medidas sobre el modelo estereoscópico que sean válidas como medidas del objeto original se requiere conocer la escala del modelo y su localización en un sistema de referencia establecido. La escala y la orientación del modelo pueden ser determinadas si se conoce la posición horizontal de dos puntos en el modelo. A continuación, para establecer un plano horizontal de referencia, de manera que planos horizontales en el objeto sean también planos horizontales en el modelo, se necesita conocer las diferencias en altitud de tres puntos (ya que tres puntos determinan un plano) en el modelo. Si se trata de la compilación de un mapa topográfico, interesa que las altitudes estén referidas a un datum preestablecido (el nivel medio del mar, por ejemplo); en este caso se requiere conocer, además, la altitud respecto del datum adoptado de uno de los tres puntos utilizados en la definición del plano horizontal de referencia.

Finalmente, para tomar medidas en el modelo estereoscópico, se introduce un punto visible de referencia, que puede ser movido libremente en el espacio imagen, calibrado de manera que sus coordenadas tridimensionales son siempre conocidas. Como lo normal es que en la medida del modelo interesa conocer un gran número de posiciones del punto de referencia, se debe disponer de un medio de registro automatizado de éstas.

El instrumento que posibilita la formación del modelo estereoscópico, su medida y el registro de ésta es el restituidor fotogramétrico. Durante mucho tiempo, el único medio de registro de los resultados de la operación de un restituidor fue el dibujo de la proyección horizontal de los movimientos de la señal de referencia en el espacio imagen. Los instrumentos fotogramétricos de nueva generación disponen de codificadores analógico-digitales, de manera que la salida de información de tales instrumentos es un fichero digital que contiene las coordenadas tridimensionales de todos los puntos visitados por el punto de referencia en una sesión de trabajo. Si se necesita un dibujo de estos movimientos, el fichero de coordenadas, después de corregidos los posibles errores que pudiera contener, se utilizará para controlar los movimientos del plotter incremental que reproducirá la imagen deseada.

La reconstrucción matemática de un objeto tridimensional a partir de un par de fotografías, puede llevarse a cabo mediante una serie de transformaciones lineales (para una explicación más detallada que la que presentamos a continuación, ver, por ejemplo, Rogers y Adams, 1976, capítulos 2 y 3).

Como señalábamos unos párrafos más arriba, una fotografía es una proyección de una perspectiva de un objeto tridimensional. Una proyección de una perspectiva es una transformación del espacio n -dimensional en el espacio $n-1$ -dimensional.

Utilizando coordenadas homogéneas (Rogers y Adams, *ibidem*) un punto del espacio tridimensional puede ser representado por el vector o 4-pla $[x \ y \ z \ 1]$. Una perspectiva es una transformación que puede ser representada, en general, por una matriz de cuatro filas y cuatro columnas cuyos tres primeros elementos de la cuarta columna son, al menos uno de ellos, distintos de cero.

El punto P de coordenadas $[X/H \ Y/H \ Z/H \ 1]$ es la imagen del punto p, $[x \ y \ z \ 1]$, en una perspectiva, si se cumple la siguiente igualdad.

$$[X \ Y \ Z \ H] = [x \ y \ z \ 1] T_1$$

en la que T_1 es la matriz.

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}$$

tal que T_{14} y/o T_{24} y/o $T_{34} \neq 0$.

Una proyección en un plano determinado, por ejemplo en el plano $z = 0$, puede ser representada por la siguiente matriz.

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La concatenación de una perspectiva y una posterior proyección puede ser expresada algebraicamente por la matriz

$$T = T_2 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{bmatrix} .$$

Sea P, $[X/H \ Y/H \ Z/H \ 1]$ la imagen de p, $[x \ y \ z \ 1]$ una vez llevadas a cabo la perspectiva y la posterior proyección. Podemos escribir

$$\begin{aligned} [X \ Y \ Z \ H] &= [x \ y \ z \ 1] \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{bmatrix} = [X \ Y \ 0 \ H] = \\ &= H[X/H \ Y/H \ 0 \ 1] . \end{aligned}$$

Denotemos a X/H y Y/H , coordenadas del punto imagen, por x^* y y^* respectivamente. La expresión matricial anterior puede ser desarrollada en el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$[1.a] T_{11} x + T_{21} y + T_{31} z + T_{41} = H x^*$$

$$[1.b] T_{12} x + T_{22} y + T_{32} z + T_{42} = H y^*$$

$$[1.c] T_{14} x + T_{24} y + T_{34} z + T_{44} = H$$

Sustituyendo el valor de H en [1.a] y en [1.b], tenemos

$$[2.a] T_{11} x + T_{21} y + T_{31} z + T_{41} - T_{14} x x^* - T_{24} y x^* - T_{34} z x^* - T_{44} x^* = 0$$

$$[2.b] T_{12} x + T_{22} y + T_{32} z + T_{42} - T_{14} x y^* - T_{24} y y^* - T_{34} z y^* - T_{44} y^* = 0$$

Supongamos ahora que conocemos las coordenadas en el espacio imagen y en el espacio objeto de seis puntos no coplanares. Aplicando a cada uno de esos puntos las ecuaciones [2.a] y [2.b] obtenemos un sistema de doce ecuaciones lineales con doce incógnitas (los coeficientes de la transformación). Resolviendo este sistema, los coeficientes de la transformación pueden emplearse posteriormente para determinar la localización en el espacio objeto de puntos de los que se conoce su posición en el espacio imagen (fotografía). Pero para ello necesitamos conocer las coordenadas de su imagen en dos fotografías distintas.

Las ecuaciones [2.a] y [2.b] correspondientes a la primera fotografía serán:

$$[3.a] (T_{11} - T_{14} x^*) x + (T_{21} - T_{24} x^*) y + (T_{31} - T_{34} x^*) z + (T_{41} - T_{44} x^*) = 0$$

$$[3.b] (T_{12} - T_{14} y^*) x + (T_{22} - T_{24} y^*) y + (T_{32} - T_{34} y^*) z + (T_{42} - T_{44} y^*) = 0$$

Las correspondientes a la segunda:

$$[3.c] (T'_{11} - T'_{14} x'^*) x + (T'_{21} - T'_{24} x'^*) y + (T'_{31} - T'_{34} x'^*) z + (T'_{41} - T'_{44} x'^*) = 0$$

$$[3.d] (T'_{12} - T'_{14} y'^*) x + (T'_{22} - T'_{24} y'^*) y + (T'_{32} - T'_{34} y'^*) z + (T'_{42} - T'_{44} y'^*) = 0$$

Este sistema de cuatro ecuaciones y tres incógnitas puede ser resuelto por alguna de las técnicas habituales de ajuste.

Las máquinas que realizan restitución de relieve utilizando los métodos descritos en estos últimos párrafos son instrumentos fotogramétricos equipados con módulos de correlación automática de imágenes.

Estos equipos trabajan, básicamente en tres fases (Yoeli, 1975). En primer término el par de fotografías que sirven de base al modelo fotogramétrico son digitizadas utilizando un scanner. A partir de ese momento no se trabaja ya más con las fotografías propiamente dichas, solamente con sus versiones digitales raster. A continuación los coeficientes de transformación de cada fotografía son determinados a partir de las coordenadas en el terreno y en la imagen digital de seis puntos de control fácilmente identificables. Finalmente, y ésta es la fase más sofisticada, el módulo de correlación automática de imágenes identifica a partir de las dos fotografías digitizadas toda una serie de pares de puntos homólogos (que representan la misma posición de terreno en el espacio objeto), calculando en función de sus coordenadas en las imágenes digitales y de los coeficientes de transformación calculados previamente, las coordenadas terreno de la posición que representan. Normalmente la serie de puntos restituidos se encuentran espaciados regularmente en ambas dimensiones horizontales, definiendo una malla ortogonal. Por este motivo, normalmente, el resultado de este tipo de restitución es una matriz de elevaciones que se corresponden con los vértices de la malla, cuyos parámetros también proporciona el módulo de correlación automática de imágenes. Los instrumentos que funcionan según acabamos de explicar se utilizan normalmente en producción automática de ortofotomapas (2), siendo el MTD resultante sólo un subproducto. A pesar de ello, por el elevado grado de automatización alcanzado, los MTDs producidos por esta vía constituyen la gran mayoría de los actualmente adquiribles en instituciones como el USGS (Allam (1978a y 1978b), Allder y otros (1982), El assal y Caruso (1983), Doyle (1978) y Wong(1982)).

Una vez descritos con un cierto detalle los métodos que permiten la reconstrucción de relieve a partir de fotografías aéreas, vamos ahora a detenernos en los diversos modos de muestreo del modelo estereoscópico y sus respectivas ventajas e inconvenientes desde el punto de vista de la producción de MTDs.

Simplificando un poco la presentación de los diferentes modos de muestreo fotogramétrico de Torlegard(1981), podemos afirmar que un modelo estereoscópico puede ser muestreado

1. En puntos aleatorios.
2. En lugares característicos de la topografía de la zona en cuestión (puntos y líneas).
3. En perfiles.
4. En puntos de una malla regular.

5. Siguiendo puntos de igual cota.

El muestreo del modelo en puntos aleatorios, aunque posible, no parece un método apropiado para describir una superficie topográfica y ningún autor lo propone.

El muestreo siguiendo puntos de igual cota, produciendo curvas de nivel es algo más que una herencia de la etapa cartográfica predigital. Este tipo de muestreo incluye muchas de las características positivas de otros tipos de muestreo (Clarke y otros, 1982). Es un muestreo selectivo en tanto que cimas aisladas, líneas de ruptura de pendiente, divisorias, fondos de valle y otras características morfológicas son registradas explícita o implícitamente durante la compilación de curvas de nivel. Es también un modo de muestreo homogéneo en tanto que todas las partes del modelo estereoscópico son consideradas, y un modo de muestreo progresivo en tanto la densidad de datos es mayor en las zonas de relieve más articulado. La estructura de las curvas de nivel depende de la geomorfología local, mientras que el intervalo entre dos curvas de nivel consecutivas acota el rango de las posibles altitudes no registradas. Otros modos de muestreo de uso habitual, perfiles o mallas regulares tienen una estructura que no está basada en las características del terreno concreto que se está reconstituyendo y, por tanto, el interpolar a partir de ellos altitudes en puntos no muestreados puede producir representaciones claramente erróneas. La única, aunque no trivial, desventaja del modo de muestreo que estamos analizando es que no puede ser automatizado, siendo por tanto una tarea que requiere una inversión de trabajo humano especializado muy considerable. En nuestra opinión es un método adecuado para la generación de MTDs de calidad a plazo medio. El USGS, por ejemplo, mientras produce a gran velocidad, utilizando otros medios, MTDs de calidad media, también está produciendo MTDs de mayor calidad, a un ritmo más reposado, a partir de las curvas de nivel de mapas ya impresos o de las generadas en un reconstituidor analítico (con salida digital).

La principal ventaja del muestreo en perfiles o en mallas regulares es que pueden ser parcial o totalmente automatizado. La principal desventaja, como hemos comentado en el párrafo anterior, es que se trata de estructuras rígidas difícilmente adaptables a las características propias del terreno a reconstituir y que no permiten una interpolación satisfactoria en puntos intermedios. Doytsher y Shmutter (1982) han propuesto diversas alternativas para hacer frente a estas desventajas. Descartan, sin duda, el muestreo en forma de malla regular de baja densidad y proponen, como posible solución el muestreo en perfiles, registrando los puntos más significativos a lo largo de ellos (máximos, mínimos y puntos de inflexión). Otra solución posible es combinar el anterior modo de muestreo con el registro de las más sobresalientes características del terreno, que actuarán como barreras de interpolación en el cálculo posterior de altitudes en vértices de una malla regular. Otra solución, que estos autores no mencionan, pero que es la adoptada por varias instituciones oficialmente responsables de la cartografía

topográfica nacional, es la restitución totalmente automatizada de una malla de altitudes de gran densidad. Esta solución está justificada si se necesita una digitización masiva y rápida de la topografía de amplias zonas.

El muestreo en puntos y líneas característicos del terreno tampoco puede automatizarse en un contexto de producción y siempre resulta menos preciso que la compilación de curvas de nivel. En un contexto de producción de MTDs de propósito general no parece, por sí solo, un modo de muestreo adecuado. Si, en cambio, puede ser operativa la utilización de la descripción de pocos, pero los más significativos, líneas y puntos característicos del terreno para controlar la interpolación de MTDs a partir de modos de muestreo automático o semiautomático.

4.1.3. Estandarización.

El resultado de las tareas hasta ahora descritas es una malla regular de altitudes, correspondiente a una reducida porción de terreno, establecida por alguno de los múltiples métodos a que hemos hecho alusión en apartados anteriores. A partir de ahora vamos a considerar toda una serie de tratamientos a que estos datos deben aún ser sometidos, antes de ser incluidos definitivamente en una base de datos consistente.

Cuando se decide establecer una base de datos de cualquier índole, una de las primeras y principales tareas es la definición de la serie de requisitos que cualquier conjunto de datos debe cumplir, antes de ser incluido en ella. Estos estándares han de ser inequívocos y exhaustivos en la medida de lo posible. Existen varios niveles de definición de estándares. En esta presentación sólo nos interesa el nivel de definición de estándares más genérico, o lógico, ya que no estamos intentando explicar como ha de organizarse detalladamente la información y representarse en forma de ficheros y registros sobre un determinado soporte informático (nivel físico). Como ejemplos de estándares genéricos podemos señalar algunos de los definidos por el USGS referentes a MTDs.

1. Cada MTD ha de ser un conjunto de valores de altitud que se correspondan con una malla regular de puntos en una proyección UTM.
2. Las altitudes estarán archivadas en perfiles, siendo el intervalo a lo largo de un perfil y entre dos perfiles el mismo: 30 metros.
3. La superficie cubierta por cada MTD será de 7.5 minutos en latitud por 7.5 minutos en longitud.

Otro tipo de especificaciones de tipo genérico hacen relación a la calidad de los datos y van a ser comentadas en sucesivos apartados. Ahora lo que pretendemos considerar es el hecho de que un único sistema de referencias, o coordenadas, ha de presidir toda la base de datos. Por lo tanto, cualquier MTD que no cumpla este requisito ha de ser modificado en cierto modo. En definitiva, ha de ser interpolado de nuevo, no a partir de los datos originales sino a partir de los datos ya derivados y referidos a esa malla que no se corresponde con el sistema de coordenadas general. En breves palabras, el procedimiento consiste en definir sobre la misma zona que ocupa el MTD una nueva malla coherente con el sistema de coordenadas de la base de datos, interpolando la altitud de cada vértice en el nuevo retículo a partir de las altitudes de los nodos de la malla antigua más próximos.

4.2. Detección y corrección de errores.

Sea cual sea el procedimiento que se haya seguido en la producción de un MTD, siempre existen errores de mayor o menor importancia, que es necesario corregir antes de dar el visto bueno a su entrada en la base de datos topográficos. Por este motivo es necesario establecer controles de calidad y procedimientos de corrección de errores en diversos momentos del proceso de producción

4.2.1. Controles de calidad.

Al hablar de errores en un MTD no podemos de dejar de tener en cuenta una interesante distinción apuntada recientemente (Doytsher y Shmutter, 1982) entre la naturaleza de los datos geodésicos y la de los datos topográficos. Estos autores comentan, con razón, que mientras un dato geodésico está definido cuantitativamente, en términos de coordenadas y altitud, un dato topográfico frecuentemente también acarrea una mayor o menor información cualitativa. Pero más importante aún es que mientras un dato geodésico sólo se representa a sí mismo, un dato topográfico representa no sólo su propia localización sino también, en cierto modo, sus inmediatos alrededores. Una determinada altitud en un MTD es, por tanto, un dato bidimensional, no puntual. Ciertos procedimientos utilizados en la producción de MTDs, las interpolaciones por ejemplo, corroboran esta afirmación. Por este motivo, la precisión de un MTD no puede medirse solamente por la precisión de las altitudes correspondientes a los vértices de la malla. Las medidas de esta precisión constituyen, sin duda, un primer test de consistencia, pero posteriormente otros controles han de realizarse.

Entre las medidas estadísticas del error correspondiente a los vértices de la malla del modelo, la más extendida, sin duda, es el cálculo del error medio (1), bien en unidades de longitud, bien en porcentajes del intervalo entre curvas de nivel (Clarke y otros, 1982). Diversos análisis estadísticos (Allder y otros, 1982) parecen indicar que el error medio debe ser inferior a un tercio del intervalo que se pretenda utilizar en la compilación de curvas de nivel a partir del MTD, si se mantienen los actuales estándares de precisión vertical.

Doytsher y Shmutter (1982) señalan la necesidad de definir procedimientos de medida del error geomorfológico presente en el modelo, más allá de su precisión satisfactoria en términos de altitudes correspondientes a sus vértices. Sin proponer ningún test concreto, afirman la necesidad de examinar también la validez de la información que se puede deducir del modelo (curvas de nivel, perfiles, etc.). Clarke (Clarke y otros, 1982) propone dibujar las curvas de nivel de la superficie de error en porcentajes y examinar la distribución de las curvas de nivel 10% y superiores. Según estos autores un MTD de alta fidelidad debe producir una distribución aleatoria de las curvas de nivel 10% y superiores de la superficie de error. En el USGS se utilizan dos principales tipos de control. En primer lugar, varios tests evalúan el monto total de importantes discontinuidades topográficas, mediante la detección de cambios de pendiente anómalos. Posteriormente se procede a la inspección visual del modelo utilizando para ello una pantalla gráfica de color de gran resolución. Los tipos de representación del relieve utilizados son: coloración hipsométrica, relieve sombreado y vistas estereoscópicas. En esta inspección visual del MTD el operador dispone normalmente de la foto aérea original, o de un ortofotomapa o de un mapa impreso de la zona, como puntos de referencia para la localización de posibles errores.

4.2.2. Procedimientos de corrección de errores.

Posteriormente a la detección de errores, o simultáneamente en algunos casos, el MTD debe ser corregido y filtrado.

Dos tipos de corrección de errores presentes en MTD pueden distinguirse: correcciones de errores leves, pero con una cierta repercusión en la calidad de la representación visual del relieve, y corrección de errores importantes (DeGree y McCausland, 1985). Entre los primeros tipos de correcciones se encontrarían, por ejemplo, la corrección de pequeñas discontinuidades en los bordes de la diversas porciones originales que han sido fundidas en un único modelo, o el retocado de las líneas de borde de los elementos hidrológicos, o la eliminación de un ligero e incorrecto buzamiento de la superficie topográfica en algunas áreas. Errores importantes a corregir son, por ejemplo, la omisión de determinados puntos en un perfil, que han de ser calculados utilizando algún promedio de los valores próximos, la corrección de zonas (lagos, zonas nevadas, determinados cultivos) en las que los restituidores automáticos no pueden establecer correlaciones adecuadas, cometiendo, por

tanto, errores, o la eliminaci3n de alg3n error puntual aislado, que no tiene repercusi3n apenas en el valor del error medio del modelo, pero que resulta claramente incorrecto.

La mayor3a de las correcciones se realizan interactivamente, en un di3logo operador-sistema, utilizando a la vez un terminal alfanum3rico y un terminal gr3fico. No obstante, como veremos m3s adelante algunas pueden llevarse a cabo de forma completamente automatizada.

En el USGS se ha desarrollado un m3dulo interactivo de correcci3n de errores en MTDs, cuya descripci3n (De Gree y McCausland, 1985) resulta un excelente ejemplo del tipo de medios de que se dispone en la actualidad para depurar informaci3n espacial digitizada.

El sistema ofrece tres tipos de modificaci3n de valores en el MTD, tanto en elementos puntuales como en zonas definidas por el pol3gono circunscrito: promedio de valores pr3ximos, sustituci3n e incremento/decremento. El operador ha de decidir que tipo de modificaci3n ha de aplicarse en cada caso concreto.

En la correcci3n de errores puntuales el operador apunta, utilizando el cursor gr3fico, al error localizado. El sistema utiliza las coordenadas del cursor para recuperar las altitudes del punto se3alado y de sus vecinos, que forman una matriz de 64x64 elementos. De esta matriz, el sistema reproduce en el terminal alfanum3rico s3lo la porci3n m3s pr3xima al punto en cuesti3n, una matriz de 10x10 elementos, y pregunta qu3 tipo de modificaci3n ha de aplicarse al elemento err3neo. Cada vez que el usuario mueve el cursor, una nueva matriz de 64x64 elementos, centrada sobre la localizaci3n apuntada, es recuperada y una nueva matriz de 10x10 reproducida en la pantalla alfanum3rica. Cada vez que un valor es corregido, la matriz de 64x64 elementos es actualizada y, cuando el operador deja de corregir altitudes en esa zona, grabada en el fichero original sustituyendo a la anterior versi3n.

En la correcci3n de errores zonales, el operador enmarca utilizando el cursor gr3fico la porci3n de la imagen afectada y decide el tipo de modificaci3n que va a afectar a todos los elementos interiores al pol3gono definido. Despues de verificarse la correcci3n, la representaci3n de esa zona en el terminal gr3fico es actualizada.

El sistema permite tambi3n la inclusi3n de elementos espaciales en la imagen, a partir de mapas u ortofotomapas, utilizando un digitizador de mesa.

La mayor3a de las correcciones que pueden realizarse de forma totalmente automatizada suelen ser filtrados digitales de alg3n tipo de anomal3a m3s o menos uniformemente distribuida por todo el modelo. No obstante, recientemente, se est3n consiguiendo automatizar totalmente tareas de correcci3n m3s complicadas. Wong(1982) ha descrito la automatizaci3n de la correcci3n del MTD

con vistas a evitar incoherencias entre el trazado de curvas de nivel y el de los cursos fluviales. El procedimiento supone como entrada de información el MTD y la digitización en dos dimensiones de la red fluvial. La primera fase consiste en el cálculo de la altitud de todos los nodos en la red, utilizando la media aritmética de las altitudes de los cuatro vértices del modelo más próximos. A continuación la altitud de todos los demás puntos digitizados de la red se calcula, asumiendo que la altitud varía linealmente entre cada dos nodos. Finalmente, las altitudes en una banda, de anchura doble a la del intervalo de la malla del modelo, a lo largo de toda la red fluvial, se modifican asumiendo que la altitud varía linealmente en ambas vertientes de un valle fluvial.

5. EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACION. ALGUNOS EJEMPLOS.

En las restantes páginas de este artículo presentamos algunos tratamientos típicos de la información contenida en un MDT, con la intención de mostrar algunos de los algoritmos frecuentemente utilizados en este campo.

5.1. Cálculo de pendientes y aspectos del terreno.

Como comentábamos en el apartado dedicado a pasar revista a las principales aplicaciones de los MTDs, el cálculo de pendientes y aspectos del terreno es un requisito en planificación urbana y regional, explotación forestal, ciencias de la tierra, o corrección de imágenes procedentes de sensores remotos, por citar algunos ejemplos.

Existen varios métodos sencillos de cálculo de estos atributos topográficos. Todos ellos asumen que las altitudes correspondientes a los vértices de la malla son puntuales y que los cuatro puntos que definen cada elemento unitario de la malla son coplanares en el espacio tridimensional (Yoeli, 1965, 1966, 1967; Sharpnack y Akin, 1969; Peucker y otros, 1975; Hornonier, 1982; Kikuchi y otros, 1982).

Yoeli (1965, 1966, 1967) y Peucker (Peucker y otros, 1975) definen el plano que contiene a los cuatro vértices del elemento de la malla mediante dos vectores u y v cuyas coordenadas son $[1 \ 0 \ ((z_2 - z_1) + (z_3 - z_4))/2]$ y $[0 \ 1 \ ((z_4 - z_1) + (z_3 - z_2))/2]$ respectivamente, asumiendo un origen local de coordenadas en el vértice inferior izquierdo. z_1 , z_2 , z_3 y z_4 son las altitudes de los cuatro vértices del elemento de la malla, comenzando por el que es origen de coordenadas y continuando en sentido contrario a las agujas del reloj.

Kikuchi (Kikuchi y otros, 1982) sigue el mismo tipo de razonamiento que los dos autores mencionados hace un momento, pero en vez de considerar las altitudes de los cuatro vértices del elemento de la malla para definir la coordenada z de los dos vectores que caracterizan el plano, sólo considera tres de ellos. Usando la notación del párrafo anterior los dos vectores u y v tienen por coordenadas:

$$[1 \ 0 \ (z_2 - z_1)] \text{ y } [0 \ 1 \ (z_4 - z_1)].$$

El plano definido sobre el elemento de la malla puede ser representado por su vector unidad perpendicular. Este último puede ser calculado evaluando el producto vectorial de los dos vectores contenidos en el plano.

$$\begin{array}{l} \text{coordenadas de u } [1 \ 0 \ z_u] \\ \text{coordenadas de v } [0 \ 1 \ z_v] \end{array}$$

$$u \times v = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & z_u \\ 0 & 1 & z_v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & z_u \\ 1 & z_v \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} 1 & z_u \\ 0 & z_v \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} z = Ax + By + Cz$$

$$A = -z_u ; B = -z_v ; C = 1.$$

[A B C] son las coordenadas de un vector perpendicular al plano en cuestión. Por definición, el vector unidad de esa misma dirección tendrá por coordenadas

$$[X_1 = A/(A^2+B^2+C^2)^{1/2} \quad Y_1 = B/(A^2+B^2+C^2)^{1/2} \quad Z_1 = C/(A^2+B^2+C^2)^{1/2}]$$

La pendiente del plano del elemento de la malla es un ángulo igual al que forman el vector perpendicular unidad y la dirección vertical. El aspecto de ese mismo plano es equivalente al ángulo que forman el vector perpendicular unidad y la dirección del eje y. Las coordenadas de un vector unidad son sus cosenos directores. Por lo tanto

$$\text{pendiente del plano} = \arccos Z_1, \text{ y aspecto del plano} = \arccos Y_1, \text{ or } \arctan X_1/Y_1.$$

Monmonier (1982, pp 76-78) propone un solución diferente basada en el cálculo de las derivadas parciales de la función lineal $z = f(x,y)$ a la que se supone pertenecen los cuatro vértices del elemento del plano.

5.2. Determinación de sombras.

La aplicación más importante de estos cálculos es la corrección de imágenes procedentes de sensores remotos. Al determinar y posteriormente remover los efectos del relieve en estas imágenes, el análisis de otros aspectos espaciales se facilita enormemente.

A continuación presentamos un conciso algoritmo de cálculo de sombras en un perfil. De acuerdo con la notación empleada en la figura 2., el texto del algoritmo es el siguiente.

```
procedure sombras (z,n,dist,altitud)
```

```
/* procedimiento de cálculo de las partes de un perfil en  
sombra, asumiendo que el perfil es iluminado desde uno de  
sus extremos por una fuente de luz (el sol), que se  
encuentra "altitud" grados sobre el horizonte. */
```

```
real vector z[];  
integer n,dist;  
real altitud;
```

```
begin
```

```
real z1,horizon_z1,tangent;  
binary sombra,sol;  
binary vector estado[];
```

```
sombra := 1;  
sol := 0;  
tangent := tan(altitud);  
horizon_z1 := z[0];
```

```
for (i = 1 to n-1) do
```

```
begin
```

```
z1 := z[i] + tangent*(i*dist);
```

```
if (z1 < horizon_z1)  
then estado[i] := sombra;  
else
```

```
begin
```

```
estado[i] := sol;  
horizon_z1 := z1;
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

El algoritmo que calcula zonas en sombra ha de realizar esta misma operación con cada uno de los perfiles de una serie, paralelos entre sí y en la dirección de los rayos solares.

5.3. Identificación de cauces y cuencas fluviales.

Una serie de trabajos realizados en los últimos años ha demostrado que el uso de MTDs puede ser muy interesante en estudios de cuencas fluviales. La dirección de exorrennia de cada elemento de la malla del MTD puede ser determinada, y los cauces fluviales, identificados. Las divisorias también pueden ser determinadas. Estos datos pueden luego ser utilizados en estudios de la topología y geometría de la red fluvial y, también, como información de partida en modelos de descarga y erosión fluvial.

A partir de un MTD se pueden determinar la dirección de exorrennia en cada elemento de la malla. Estas direcciones representan "la mejor conjetura" de hacia donde vertirá el agua O'Callaghan y Mark (1984) han presentado recientemente algoritmos para la reconstrucción de cauces, cuencas y divisorias fluviales utilizando este criterio de dirección de exorrennia.

Uno de los mayores problemas de esta aproximación "hidrológica" es la frecuente presencia de "falsas depresiones" en un MTD. En un MTD aparece una depresión cada vez que la altitud de un punto es inferior a la de todos sus "vecinos". Depresiones de magnitud superior al metro son muy raras en la mayoría de los paisajes terrestres (paisajes karsticos, depósitos glaciares y paisajes producto de la deposición de materiales acarreados por erosión eólica son algunas de las excepciones importantes) y, por tanto, en paisajes de erosión fluvial todas estas depresiones pueden considerarse un resultado de la representación de la topografía mediante un modelo digital. El algoritmo de O'Callaghan y Mark (1984) asume que todas las depresiones que se encuentran son falsas y utiliza un procedimiento iterativo para definir la dirección de exorrennia desde cada una de éstas que, básicamente, simula una colmatación de la depresión.

Dos aproximaciones distintas al problema de la identificación de cauces fluviales fueron propuestas por Peucker y Douglas (1975). Uno de los dos métodos se basa en la identificación explícita de puntos significativos de la topografía (cimas, divisorias, depresiones, etc) y es, básicamente una extensión del modelo topológico propuesto por Greysukh (1966). El otro método está basado en la identificación de puntos localmente ocavos. El algoritmo de Douglas (Peucker y Douglas, 1975) es elegantemente sencillo: en un solo barrido del MTD se examina cada conjunto de cuatro vértices mutuamente adyacentes y se marca con una señal al más alto de ellos. Después todo vértice no señalado pertenece a la superficie ocupada por la red fluvial. Divisorias pueden ser identificadas por un algoritmo muy semejante, marcando el punto de menor altitud en cada comparación. Mark (1983, 1984) ha implementado este algoritmo demostrando que, trabajando con los MTD que se encuentran a disposición, generados por reconstituidores automáticos, el algoritmo genera un gran número de puntos pertenecientes a la red fluvial aislados. Si se filtra el MTD este efecto es menor, pero

entonces se pueden producir fragmentaciones de los cauces reales. Atn en condiciones óptimas, hay que subrayar que este método no produce más que individuos aislados que stlo al cartografiarlos el ojo humano los puede integrar. Para representar al nivel de los datos las estructuras fluviales se requiría un posterior tratamiento que verificara algún tipo de identificación de componentes conexas.

Recientemente, Jensen(1984,1985) ha descrito un algoritmo que combina ambas aproximaciones, la basada en los flujos de exorrenia y la basada en la geometría local del MTD. Es muy probable que este tipo de solucitn híbrida produzca los mejores resultados, sobre todo si, además, se dispone de la digitizacitn bidimensional de la red para controlar la definicitn de cauces en el modelo tridimensional. Esto último será especialmente útil en el caso de zonas de relieve poco contrastado, en las que los algoritmos descritos tienden a "perdersse" con gran facilidad

NOTAS.

(1) La raíz del cuadrado del error medio es una medida de la precisión global del Modelo Topográfico Digital. Su expresión analítica es la siguiente:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^n (ZT_i - ZDEM_i)^2}{n} \right]^{1/2}$$

Donde ZT = altitudes medidas sobre el terreno con gran precisión de una serie de puntos de control; ZDEM = altitudes de los mismos puntos en el MTD; n = número de puntos de control.

En lo sucesivo, en este artículo, utilizaremos el término error medio, simplemente.

Los requisitos de precisión de un MTD se suelen establecer recurriendo a este estadístico. El USGS, por ejemplo, garantiza que los MTD que distribuye tienen un error medio inferior a 7 metros.

(2) Un ortofotomapa es el resultado de imprimir una fotografía aérea, después de remover de esta las distorsiones producidas por el relieve. Un ortofotomapa, no así una fotografía aérea, es correcto desde un punto de vista planimétrico. La producción de ortofotomapas se realiza exponiendo sistemáticamente una pequeña porción de la película sensible a la proyección de una foto aérea, ajustándose la proyección en cada caso a la altitud del terreno que aparece en la pequeña escena. En la producción de un ortofotomapa es indispensable la generación de un MTD, que puede ser archivado para su posterior acabado y para su utilización en muchas otras aplicaciones.

BIBLIOGRAFIA.

- Ackermann, F., 1978, "Experimental investigation into the accuracy of contouring". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 165-192.
- Allam, M. M., 1978a, "DTM application in topographic mapping". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 44, pp. 1513-1520.
- Allam, M. M., 1978b, "DTM's application in topographic mapping". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 1-15.
- Allam, M. M., 1982a, "Acquisition of digital topographic data and the need for a standardized digital data base". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 1-11.
- Allam, M. M., 1982b, "Filtering and editing of automatically generated digital elevation models". Proceedings of the ISPRS Commission III Symposium, Helsinki.
- Allam, M. M. y Wong, C. K., 1976, "Gridding topographical surfaces". Proceedings of the XIII Congress of the International Society for Photogrammetry, Helsinki.
- Alder, W. R., Caruso, V. M., Pearsall, R. A., y Troup, M. I., 1982, "An overview of digital elevation model production at the United States Geological Survey". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 23-32.
- Amidon, E. L., y Elsner, G. H., 1968, Delineating landscape view areas-- a computer approach. USDA Forest Service, Pacific SW Forest and Range Experiment Station, Research Note PSW-180, Berkeley, California.
- Ayeni, O., 1976, "Objective terrain description and classification for digital terrain models". Paper presented to International Society of Photogrammetry, Commission IV, Mathematical Analysis of Data. Helsinki, Finland, July 1976.
- Ayeni, O. O., 1978, "Automated digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 274-306.
- Barrera, R., y Vazquez, A. M., 1984, "A hierarchical method for representing terrain relief". Proceedings, Panorama 9 (IEEE), pp. 87-92.
- Bernard, A., 1982, "Digitization of relief data and exploitation of digital terrain models at I.G.N. (France)". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 65-73.
- Bertram, S., 1969, "The UNAMACE and the automatic photomapper". Photogrammetric Engineering, v. 35, pp. 576-596.
- Bethel, J., Crawley, B. C., Shepphird, G., y Hussain, M., 1978, "The automated generation and processing of digital terrain data for engineering planning". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 469-480.
- Biggin, M. J., 1974, "Automated contouring". Proceedings, ACSM Fall Convention, Washington D.C., September 10-13, 1974, pp. 49-53.

- Biggin, M. J., 1976, "Automated delineation of ground slope". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 413-419.
- Borgerding, L. H., Lortz, F. E., y Powell, J. K., 1982, "Computer-assisted map compilation, editing and finishing". Proceedings, Auto-Carto 5, Crystal City, Va., pp. 141-146.
- Boehm, B. W., 1967, "Tabular representation of multivariate functions with application to topographic modeling". Proceedings, 22nd National Conference, Association for Computing Machinery, pp. 403-415.
- Boyko, K. J., 1982, "Production of digital elevation models by stereomodel digitizing". Technical Papers of the 48th Annual Meeting of the American Society of Photogrammetry, Denver, pp. 38-47.
- Briggs, I. C., 1974, "Machine contouring using minimum curvature". Geophysics, v. 30, pp. 39-48.
- Briggs, I. C., 1981, "Integration of elevation data with remotely sensed data". Proceedings, Landsat 81, Canberra, Australia, pp. 4.1.1-4.1.4.
- Briggs, I., O'Callaghan, J., y Mark, D., 1984, "Elevation data processing for integration with remotely sensed data". Proceedings, Third Australasian Remote Sensing Conference, Queensland, 1984.
- Brunson, E. B., y Olsen, R. W., 1978, "Data digital elevation model collection systems". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 72-99.
- Burrough, P.A., 1981, "Fractal dimensions of landscapes and other environmental data". Nature 294, PP. 240-242.
- Canadian Council on Surveying and Mapping, 1982, "National Standards for the Exchange of Digital Topographic Data III--EDP Standards Applied to Digital Topographic Data (draft report)". Energy, Mines and Resources Canada, Topographical Survey Division, Surveys and Mapping Branch, April 1982.
- Carlson, G. E., 1978, "Application of digital terrain elevation data to range-limited horizon navigation checkpointing". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 541-555.
- Carpenter, L.C., 1980, "Computer rendering of fractal curves and surfaces". SIGGRAPH '80 Conference Proceedings, July, 1980, Seattle, WA.
- Carter, J. R., 1984. Computer Mapping: Progress in the '80s. Association of American Geographers, Resource Publications in Geography, 86pp.
- Cayley, A., 1859, "On contour lines and slope lines". Philosophical Magazine, v. 18, pp. 264-268.
- Cebrian, J. A., Mower, J. E., y Mark, D. M., 1985, "Analysis and display and digital elevation models within a quadtree-based geographic information systems". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 55-65.
- Cebrian, J.A. y Mark, D.M., "Sistemas de informacitn geogrfica", en trmite de publicacitn.
- Chamard, R., 1972, "An automated digital cartographic system". Proceedings, ACSM 32nd Annual Meeting, pp. 211-216.

- Charland, J. J., 1978, "Applications of digital terrain elevation data at West Point". Second Annual Workshop on the Operational Exploitation of Digital Terrain Elevation Data, St. Louis, MO, November 1978.
- Clarke, A. L., Gruen, A., y Loon, J. C., 1982, "The application of contour data for generating high fidelity grid digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 213-222
- Cochrane, D., 1974, Cartographic display operations on surface data collected in an irregular structure. Unpublished M.A. thesis, Simon Fraser University, Burnaby, Canada.
- Collins, S. H., 1978, "Algorithms for dense digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 307-317.
- Collins, S. H., 1981, "Algorithms for dense digital terrain models". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v. 47, pp. 71-78.
- Collins, S. H., y Moon, G. C., 1979, "A unified system for terrain analysis and mapping from DEM and DTM". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 124-131.
- Connelly, D. S., 1968, The Coding and Storage of Terrain Height Data. Unpublished M.A. thesis, Cornell University, September 1968, 141pp.
- Cook, H. R., 1976, "Accuracy/quality control of digital data in the digital topographic information bank". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 483-488.
- Cook, R., 1976, "Problems, shortfalls, and needs of topographic mapping". Proceedings, ACSM 36th Annual Meeting, pp. 420-430.
- Corbett, J. P., 1975, "Topological principles in cartography". Proceedings, Auto-Carto II, pp. 61-65.
- Crossfield, J. K., 1978, "Development improved sizing procedures over sanitary area landfills by digital photogrammetry". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 412-427.
- Cyran, E. J., 1985, "Application of the aerial profiling of terrain systems [abstract]". Technical Papers, 45th Annual Meeting, ACSM, p. 498.
- Davis, D. M., Downing, J. A., y Zoraster, S., 1982, "Algorithms for digital terrain data modeling". US Army Corps of Engineers, Engineering Topographic Laboratories, Report ETL-0302, 153 pp.
- Davis, J. C., 1975, "Contouring algorithms". Proceedings, Auto-Carto II, pp. 352-359.
- De Gree, M., y R.G. McCausland, 1985, "Digital elevation model image display and editing". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 142-151.
- Dickinson, G.C., 1979, Maps and air photographs. Arnold, London, 348 pp.
- Downing, J. A., II, y Zoraster, S., 1982, "An adaptive grid contouring algorithm". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 249-256.
- Doyle, F.J., 1978, "Digital terrain models: An overview". Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, v.44, pp. 1481-1485.

- Doytsher, Y., y Shmutter, B., 1982, "Grids of elevations and topographic maps". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 257-265.
- Dutton, G., 1982, "Land alive". IBM Perspectives in Computing, v. 2, no. 1, pp. 26-39.
- Dutton, G., 1983, "Geodesic modelling of planetary relief". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 186-201.
- Ebner, H., y Reiss, P., 1978, "Height interpolation by the method of finite elements". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 241-254.
- Edelen, R. B., 1983, "The future in terrain elevation data processing at the Defense Mapping Agency". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 109-115.
- Elassal, A. A., 1978, "U.S.G.S. digital cartographic file management system". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 16-23.
- Elassal, A. A., y Caruso, V. M., 1983, "Digital elevation models. USGS Digital Cartographic Data Standards", Geological Survey Circular 895-B, 40 pp.
- Elfick, M. H., 1979, "Contouring by use of a triangular mesh". The Cartographic Journal, v. 16, pp. 24-29.
- Elphinstone, G. M., 1979, "Interactive graphics editing for IPIN". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 112-123.
- Evans, I. S., 1972, "General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics". En Chorley, R.J. (editor), Spatial Analysis in Geomorphology, Methuen and Company, London, pp. 17-90.
- Evans, I. S., 1975, "The effect of resolution on gradients calculated from an altitude matrix". Report 3 from: Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer, U.S. Army European Office, 24pp.
- Evans, I. S., 1977, "Frequency distribution of gradients". Report 4 from: Statistical Characterization of Altitude Matrices by Computer, U.S. Army European Office, p. 55.
- Falciديو, B., Gambaro, C., y Sinigaglia, P., 1983, "Automatic colouring of maps according to the elevation". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 426-434.
- Farhan, Y. L., 1978, "Terrain classification based on engineering geomorphological parameters: A multivariate approach". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 428-468.
- Fornaro, R. J., y Deimel, L. E., Jr., 1978, "The edit processor component of IPIN". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 481-492.
- Fournier, A., y Fussell, D., 1980, "Stochastic modelling in computer graphics". SIGGRAPH '80 Conference Proceedings, July, 1980, Seattle, WA.
- Fournier, A., Fussell, D., y Carpenter, L., 1982a, "Computer rendering of stochastic models". Communications of the ACM, v.25, pp. 371-384.
- Fournier, A., Fussell, D., y Carpenter, L., 1982b, "Author's reply to Comment on computer rendering of fractal stochastic models, by B.B. Mandelbrot". Communications of the ACM, v.25, pp.583-584.

- Fowler, R. J., y Little, J. J., 1979, "Automatic extraction of irregular network digital terrain models". Computer Graphics (Proceedings. SIGGRAPH 79), v. 13, pp. 199-207.
- Freeman, H., y Morse, S. P., 1967, "On searching a contour map for a given terrain elevation profile". Journal of the Franklin Institute, v. 248, pp. 1-25.
- Gold, C. M., 1978, "The practical generation and use of geographic triangular element data structures". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Gold, C. M., 1979, "Triangulation-based terrain modelling-- Where are we now?" Proceedings. Auto-Carto IV, v. 2, pp. 104-111.
- Gold, C. M., Charters, T., y Ramsden, J., 1977, "Automated contour mapping using triangular element data structures and an interpolant over each triangular domain". Proceedings. SIGGRAPH 77, San Jose, California.
- Gomez Sotomayor, D. L., 1978, "Tesselation of triangles of variable precision as an economical representation of DTM's". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 506-515.
- Gomez, D., y Guzman, A., 1979, "Digital model for three-dimensional surface representation". Geo-Processing, v. 1, pp. 53-70.
- Goodchild, M.F., 1980, "Fractals and the accuracy of geographical measures". Mathematical Geology, v.12, pp.85-98.
- Goodchild, M.F., 1982, "The fractional Brownian process as a terrain simulation model". Proceedings. 13th Annual Pittsburg Conference on Modelling and Simulation v.13, pp.1133-1137.
- Gossard, T. W., 1978, "Applications of DTM in the U.S. Forest Service". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 156-164.
- Gottschalk, H.-J., y Neubauer, H. G., 1974, "Wege zu einem Digitalen Geländemodell" ("Hacia un modelo digital del terreno"). Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen. Reihe I: Originalbeiträge, v. 66, pp. 13-19.
- Grayman, W. M., Wooldridge, B. A., Long, E. B., y Vidra, A. C., 1979, "Joint State/regional environmental planning using the PEMSO/ADAPT geographic information system". Proceedings. Auto-Carto IV, v. 1, pp. 546-553.
- Green, R. R., 1978, "The role of the Numeric Ground Image System within the Michigan Automated Transportation Engineering System". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 341-370.
- Greysukh, V. L., 1966, ("The possibility of studying landforms by means of digital computers") [en Ruso], Izvestia Akademia Nauk SSR, seria Geograficheskaya 1966, pp. 102-110. Traducido en: Soviet Geography: Reviews and Translations, 1967, v. 8, pp. 137-149.
- Hardy, R. L., 1971, "Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces". Journal of Geophysical Research, v. 76, pp. 1905-1915.
- Hardy, R. L., 1972, "The analytical geometry of topographic surfaces". Proceedings. ACSM 32nd Annual Meeting, pp. 163-

- Harrington, H. J., Simpson, C. J., y Moore, R. F., 1982, "Analysis of continental structures using a digital terrain model (DTM) of Australia". BMR Journal of Australian Geology & Geophysics, v. 7, pp. 68-72.
- Heil, R. J., 1979, "The digital terrain model as a data base for hydrological and geomorphological analyses". Proceedings, Auto-Carto II, v. 2, pp. 132-138
- Heil, R. J., y Brych, S. M., 1978, "An approach for consistent representation of varying terrain". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 397-411.
- Helava, U. V., 1978, "Instruments and methods for digital terrain model data collection". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 61-71.
- Herman, R. A., 1985, "Army requirements for digital topographic data". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 267-274.
- Hobson, R. D., 1967, FORTRAN IV programs to determine surface roughness in topography for the CDC 3400 computer. Computer Contribution 14, Kansas State Geological Survey, University of Kansas, 28 pp.
- Honablew, J. A., Schlueter, J. J., anf Noma, A. A., 1982, "Software for three dimensional topographic scenes". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 397-406.
- Isbell, D. M., y Young, W. H., 1979, "Engineering applications of digital terrain mapping". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 219-222.
- Jancaitis, J. R., 1977, "Elevation data compaction by polynomial modeling". Proceedings, Joint Annual SAR-ACSM Spring Convention.
- Jancaitis, J. R., y Junkins, J. L., 1973, "Modeling N-dimensional surfaces using a weighted function approach". Proceedings of the 54th Annual Meeting of American Geophysical Union, Geodesy Section, Washington D.C.
- Jancaitis, J. R., y Magee, R. L., 1977, "Investigation of the application of 'array algebra' to terrain modeling". Paper presented to ASP-ACSM Joint Annual Spring Convention, Washington DC, March 1, 1977.
- Jancaitis, J. R., y Moore, W. R., 1978, "Near real time applications of digital terrain data in a minicomputer environment". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 371-396.
- Jensen, S. K., 1984, "Automated drainage feature delineation from digital elevation model data [abstract]". Proceedings, Racora 9 (IEEE), p. 410.
- Jensen, S. K., 1985, "Automated derivation of hydrologic basin characteristics from digital elevation model data". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 301-310.
- Junkins, J. L., y Jancaitis, J. R., 1974, "Analytical surface modeling techniques for automated mapping [abstract]". Proceedings, ACSM 34th Annual Meeting, p. 560
- Keppel, E., 1975, "Approximating complex surfaces by triangulation of contour lines". IBM Journal of Research, v. 19, pp. 2-11.

- Kikuchi, L., Guevara, J. A., Mark, D., y Marble, D. F., 1982, "Rapid display of digital elevation models in a mini-computer environment". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 297-307.
- Kratky, V., 1978, "DTM interpolation with gliding vectors". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 193-206.
- Lauzon, J.P., Mark, D.M., Kikuchi, L. y Guevara, J.A., 1985, "Two-dimensional run-encoding for quadtree representation". Computer Vision, Graphics and Image Processing, v.30, pp. 56-69.
- Leatherdale, J. D., y Keir, K. M., 1979, "Digital Methods of Map Reproduction". The Photogrammetric Record, v. 9, pp. 757-778.
- Lee, D.T. y Preparata, F.P., 1984, "Computational geometry. A survey". IEEE Transactions on Computers, v. C-33, pp. 1072-1101.
- Letts, P. J., y Rochon, G., 1980, "Generation and use of digital elevation data for large areas". Proceedings, 6th Canadian Symposium on Remote Sensing, Halifax, Nova Scotia, May 21-23, 1980, pp. 597-602.
- Little, J. J., 1978, "Strategies for interfacing geographic information systems". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Makarovic, B., 1973, "Progressive sampling for digital terrain models". ITC Journal, Enschede, v. 1, pp. 397-416.
- Makarovic, B., 1976, "A digital terrain model system". ITC Journal, Enschede, v. 1, pp. 57-83.
- Makarovic, B., 1978, "Digital terrain models-- A constituent of geo-information systems". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Makarovic, B., 1982, "Data base updating by digital monoplotting". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 433-442.
- Males, R. M., 1978, "ADAPT-- A spatial data structure for use with planning and design models". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 3.
- Mandelbrot, B.B., 1975, "Stochastic models of the Earth's relief, the shape and the fractal dimension of coastlines, and the number-area rule for islands." Proceedings of the National Academy of Sciences, v.72, pp.3825-3828.
- Mandelbrot, B.B., 1977, Fractals: Form, Chance and Dimension. Freeman, San Francisco, 365pp.
- Mandelbrot, B.B., 1982a, "Comment on computer re-rendering of fractal stochastic models". Communications of the ACM, v. 25, pp. 581-583.
- Mandelbrot, B.B., 1982, The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco, 468 pp.
- Mark, D. M., 1974, A comparison of computer-based terrain storage methods with respect to the evaluation of certain geomorphometric measures. Unpublished M.A. Thesis, University of British Columbia, Vancouver, February 1974, 171 pp.

- Mark, D. M., 1975, "Computer analysis of topography: A comparison of terrain storage methods". Geografiska Annaler, v. 57A, pp. 179-188.
- Mark, D. M., 1978a, "Concepts of 'data structure' for digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 24-31.
- Mark, D. M., 1978b, "Topological properties of geographic surfaces: Applications in computer cartography". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Mark, D. M., 1979, "Phenomenon-based data-structuring and digital terrain modelling". Geo-Processing, v. 1, pp. 27-36.
- Mark, D. M., 1983, "Automated detection of drainage networks from digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 288-298.
- Mark, D. M., y Aronson, P. B., 1984, "Scale-dependent fractal dimensions of topographic surfaces: An empirical investigation, with application in geomorphology and computer mapping". Mathematical Geology v. 16, pp. 671-683.
- Mark, D. M., y Lauzon, J. P., 1985, "Approaches for quadtree-based geographic information systems at continental or global scales". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 355-365.
- Mark, D.M. y Cebrian, J.A., "Ootrees: A new data-structure for the processing of topographic and sub-surface data", en preparación.
- Maxwell, J. C., 1870, "On hills and dales". Philosophical Magazine, v. 40, pp. 421-427.
- McEwan, R. B., 1982, "Observations and trends in digital cartography 1982". Proceedings, ISPRS IV (Auto-Carto 5), pp. 419-431.
- McEwan, R. B., y Jacknow, H. R., 1979, "USGS digital cartographic data base". Proceedings, Auto-Carto IX, v. 1, pp. 225-235.
- Merrill, R. D., 1973, "Representation of contours and regions for efficient computer search". Communications of the Association for Computing Machinery, v. 16, pp. 69-82.
- Miller, C.L., 1957, "The spatial model concept of Photogrammetry". Photogrammetric Engineering, v.23, pp.31-35.
- Miller, C.L. y Laflamme, R.A., 1958, "The digital terrain model -- Theory and applications". Photogrammetric Engineering, v.24, pp.433-442.
- Monmonier, M. S., Pfaltz, J. L., y Rosenfeld, A., 1966, "Surface area from contour maps". Photogrammetric Engineering, v.32, pp. 476-482.
- Monmonier, M.S., 1982, Computer-assisted Cartography. Principles and prospects. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 214 pp.
- Moore, R. F., y Simpson, C. J., 1982, "Computer manipulation of a digital terrain model (DTH) of Australia". BMR Journal of Australian Geology & Geophysics, v. 7, pp. 63-67.
- Morse, S. P., 1965, "A mathematical model for the analysis of contour line data". Tech. Rept. 409-124, Department of Electrical Engineering, New York University.

- Morse, S. P., 1966, "A topological approach to the problem of searching on a contour map". Tech. Rept. 300-129, Department of Electrical Engineering, New York University.
- Morse, S. P., 1968, "Computer storage of contour map data". Proceedings of 23rd Association for Computer Machinery National Conference, v. 23, pp. 45-51.
- Morse, S. P., 1969, "Concepts of use in contour map processing". Communications, Association for Computing Machinery, v. 12, pp. 145-152.
- Noma, A. A., 1974, "Towards the creation of a digital terrain data base [abstract]". Proceedings, ACSM 34th Annual Meeting, p. 218.
- Noma, A. A., y Spencer, N. S., 1978, "Development of a DMATC digital terrain data base system". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 493-505.
- O'Callaghan, J. F., y Mark, D. M., 1984, "The extraction of drainage networks from digital elevation data". Computer Vision, Graphics, and Image Processing, v. 28, pp. 323-344.
- Olea, R. A., 1972, "Applications of regionalized variable theory to automatic contouring". Special Report, Project 131, American Petroleum Institute, Center for Research, Lawrence, Kansas.
- Olea, R. A., 1974, "Optimal contour mapping using universal Kriging". Journal of Geophysical Research, v. 79, pp. 695-702.
- Olsen, R. D., 1970, "Accuracy versus economy using digital data for auto-contouring". Papers from the 1970 ACSM-ASP Technical Conference, October 7-10, 1970, pp. 355-378.
- O'Neill, M. P., y Mark, D. M., 1985, "The use of digital elevation models in slope frequency analysis". Proceedings, Sixteenth Annual Modeling and Simulation Conference, Pittsburgh, Pennsylvania, April 25-26, 1985, en prensa.
- Page, G., 1978, "Filtering of digitized lineal features". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 269-274.
- Palmer, J. A. B., 1975, "Computer Science Aspects of the Mapping Problem". En Davis, J. C. y McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 155-173.
- Panton, D. J., 1978, "A flexible approach to digital stereo mapping". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 32-60.
- Pelto, C. R., Elkins, T. A., y Boyd, H. A., 1968, "Automatic contouring of irregularly spaced data". Geophysics, v. 33, pp. 424-430.
- Peucker, T. K., 1978, "Data structures for digital terrain models: Discussion and comparison". Harvard Papers on Geographic Information Systems, v. 5.
- Peucker, T. K., 1979, "Digital terrain models: An overview". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 1, pp. 97-107.
- Peucker, T. K., 1980a, "The impact of different mathematical approaches to contouring". Cartographica, v. 17, (Monograph 25), pp. 73-95.

- Peucker, T. K., 1980b, "The use of computer graphics for displaying data in three dimensions". Cartographica, v. 17, (Monograph 25), pp. 59-72.
- Peucker, T. K., y Cochrane, D., 1974, "Die Automation der Reliefdarstellung-- Theorie und Praxis" ("Automatización de la representación del relieve: Teoría y Práctica"). International Yearbook of Cartography, v. 14, pp. 128-139.
- Peucker, T. K., y Douglas, D. H., 1975, "Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data". Computer Graphics and Image Processing, v. 4, pp. 357-387.
- Peucker, T. K., y Chrisman, N., 1975, Cartographic data structures. American Cartographer, v. 2, pp. 55-69.
- Peucker, T. K., Tichenor, M. y Rase, W. D., 1975, "The computer version of three relief representations". En Davis, J.C. and McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 187-197.
- Peucker, T. K., Brassel, K., y Little, J. J., 1976, "Terrain representation panel [panel discussion transcript]". Proceedings, International Conference on Automation in Cartography ("Auto-Carto I"), December 9-12, 1974 (el volumen de comunicaciones, publicado en 1976), Reston, Virginia, pp. 183-205.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1976, "Triangulated irregular networks for representing three-dimensional surfaces". Technical Report #10, ONR Contract N00014-75-C-0886, Simon Fraser University, April 1976.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1978, "The triangulated irregular network". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 516-540.
- Peucker, T. K., Fowler, R. J., Little, J. J., y Mark, D. M., 1979, "The triangulated irregular network". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 96-103.
- Pfaltz, J. L., 1975, "Representation of geographic surfaces within a computer". En Davis, J.C. y McCulloch, M. J., eds., Display and Analysis of Spatial Data. John Wiley and Sons, London, pp. 210-230.
- Pfaltz, J., 1976, "Surface networks". Geographical Analysis, v. 8, pp. 77-93.
- Piper, D. J. W., y Evans, I. S., 1967, "Computer analysis of maps using a pencil follower". Geographical Articles, Cambridge, v. 9, pp. 21-25.
- Polker, T. K., y Griswold, L. A., 1985, "A step towards interactive displays of digital elevation models". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 408-415.
- Rauhala, U. A., 1978, "Array algebra DTM". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 207-240.
- Rhind, D. W., 1971, "Automated contouring-- An empirical evaluation of some differing techniques". The Cartographic Journal, v. 8, pp. 145-158.

- Robinson, J. W., 1979, "Digital terrain services at Chicago Aerial Survey". Proceedings, Auto-Carto IV, v. 2, pp. 14-23.
- Rodrigue, M., y Thompson, L., 1983, "The availability and use of digital topographic data". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 580-587.
- Rogers, D.F. y Adams, J.A., 1976, Mathematical elements for computer graphics. McGraw-Hill, New York, 239 pp.
- Roubal, J., y Poiker, T. K., 1985, "Automated contour labelling and the contour tree". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 472-481.
- Schiro, R. A., y Williams, G., 1983, "An adaptive method for numerically modeling large numbers of irregularly spaced data". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 252-261.
- Schut, G. H., 1976, "Review of interpolation methods for digital terrain models". The Canadian Surveyor, v. 30, pp. 389-412.
- Sharpnack, D. A., y Akin, G., 1969, "An algorithm for computing slope and aspect from elevations". Photogrammetric Engineering, v. 35, pp. 247-248.
- Shelberg, M. C., Lam, N., y Moellering, H., 1983, "Measuring the fractal dimensions of surfaces". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, pp. 319-328.
- Shelberg, M.C., y Moellering, H., 1983, "IFAS: A program to measure fractal dimensions of curves and surfaces". Proceedings 43rd ACSM Meeting, pp. 483-492.
- Shepard, D., 1968, "A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly Spaced Data". Proceedings of the 23rd National Conference of the Association for Computing Machinery, pp. 517-524.
- Shmutter, B., y Doytsher, Y., 1978, "DTM in the form of quadrilaterals and its use for contour drawing". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 255-268.
- Southard, R. B., y Anderson, K. E., 1982, "A national program for digital cartography". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 41-49.
- Sprunt, B. F., 1975a, "Hidden-line removal from three-dimensional maps and diagrams". En Davis, J. C., y McCulloch, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 198-209.
- Sprunt, B. F., 1975b, "Relief representation in automated cartography: An algorithmic approach". En Davis, J. C. y McCulloch, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 173-186.
- Svedlow, M., y Shields, J. D., 1978, "Feature space scene selection techniques for terrain correlation guidance systems". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 556-567.
- Starr, L. E., y McEwan, R. B., 1983, "The national digital cartographic program of the U.S. Geological Survey". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 1, pp. 89-99.
- Swann, R., Thompson, J., y Daykin, S. E., 1978, "Applications of low cost dense digital terrain models". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 141-155.

- Tarvydas, A., 1983, "Terrain approximation by triangular facets [abstract]". Proceedings, Auto-Carto Six, v. 2, p. 240.
- Taylor, C. C., 1981, "Shaded relief images for cartographic applications". US Army Corps of Engineers, Engineering Topographic Laboratories, Report ETL-0259, 139 pp.
- Tesche, T. W., y Bergstrom, R. W., 1978, "Use of digital terrain data in meteorological and air quality modeling". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 125-140.
- Thompson, M. R., y Socher, R. M., 1982, "Digital terrain analysis station (DTAS)". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 649-658.
- Tobler, W. R., 1966, "Numerical map generalization and notes on the analysis of geographical distributions". Michigan Inter-University Community of Mathematical Geographers, Discussion Paper No. 8 (Ann Arbor, MI: U. Michigan).
- Tobler, W. R., 1969, "Geographical filters and their inverses". Geographical Analysis, v. 1, pp. 234-253.
- Tobler, W. R., y Davis, C. M., 1968, "A digital terrain library". Department of Geography, University of Michigan, Technical Report, ORA Project 08055, Ann Arbor, Michigan.
- Tomlin, S. M., y Tomlin, C. D., 1982, "Computer-assisted spatial allocation of timber harvesting activity". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 677-686.
- Torlegard, K., 1981, "Photogrammetry and digital elevation models, present status of development and application". Proceedings 38th Photogrammetric Week, Stuttgart, October.
- Traylor, C. T., y Watkins, J. F., 1985, "Map symbols for use in the three dimensional graphic display of large scale digital terrain models using microcomputer technology". Proceedings, Auto-Carto 7, pp. 526-531.
- Troup, M. I., 1982, "Interactive correction of digital elevation models". Technical Papers of the 48th Annual Meeting of the ASP, Denver, pp. 305-316.
- Troup, M. I. y Powell, J. K., 1979, "Interactive compilation of topographic color separates". Proceedings, 45th Annual Meeting of the ASP, Washington DC, v. 2, pp. 35-41.
- Turner, A. K., 1978, "A decade of experience in computer aided route selection". Proceedings, Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 318-340.
- Turner, A. K., y Miles, C. R., 1967, "Terrain analysis by computer". Proceedings, Indiana Academy of Sciences, v. 77, pp. 256-270.
- Vonderohe, A. P., y Clark, M. M., 1982, "Maps of shadows for solar access considerations". Proceedings, Auto-Carto 5, pp. 201-212.
- Warntz, W., 1966, "The topology of a socio-economic terrain and spatial flows". Papers, Regional Science Association, v. 17, pp. 47-61.
- Warntz, W., 1975, "Stream ordering and contour mapping". Journal of Hydrology, v. 25, pp. 209-227.
- Wolf, P. R., y Dewitt, B. A., 1982, "An automated photogrammetric mapping system". Proceedings, ISERS IV (Auto-Carto 5), pp. 169-178.

- Wong, C. C. K., 1982, "Refinement of dense digital elevation models". Proceedings. Auto-Carto 5, pp. 703-714.
- Yoeli, P., 1965, "Analytical hill shading". Surveying and Mapping, v. 25, pp. 573-579.
- Yoeli, P., 1966, "Analytical hill shading and density". Surveying and Mapping, v. 26, pp. 253-260.
- Yoeli, P., 1967, "The mecanization of analytical hill shading". Cartographic Journal, v. 4, pp. 82-88.
- Yoeli, P., 1975, "Compilation of data for computer-assisted relief cartography". En Davis, J. C. y McCullogh, M. J., eds., Analysis and Display of Spatial Data, John Wiley and Sons, London, pp. 352-367.
- Yoeli, P., 1983a, "About cartographic contouring with computers". Proceedings. Auto-Carto Six, v. 2, pp. 262-266.
- Yoeli, P., 1983b, "Digital terrain models and their cartographic and cartometric utilisation". The Cartographic Journal, v. 20, pp. 17-22.
- Young, W. H., y Isbell, D. M., 1978, "Production mapping with orthophot digital terrain models". Proceedings. Digital Terrain Models (DTM) Symposium (ASP/ACSM), May 9-11, 1978, pp. 100-124.
- Zarzycki, J. M., 1978, "An integrated digital mapping system". The Canadian Surveyor, v. 32, pp. 443-453.

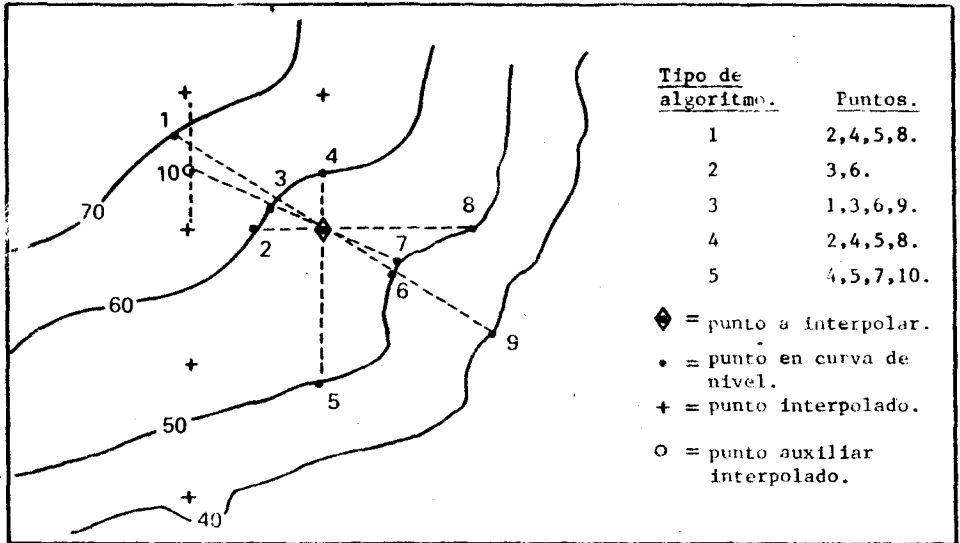


Figura 1. Puntos utilizados por diversos algoritmos de interpolación.

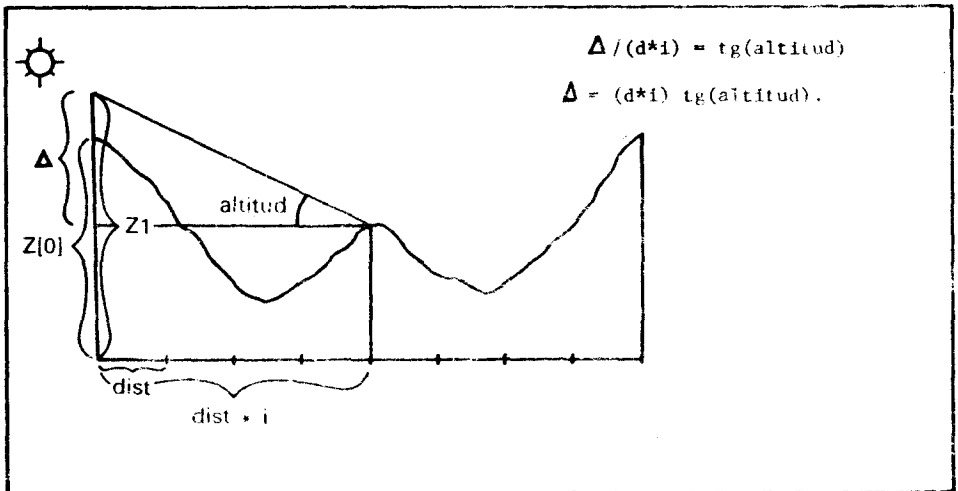


Figura 2. Cálculo de sombras.