pp. 257-263 (1994)

FIABILIDAD DE DOS CALIBRACIONES PARA PARÁMETROS DE LA REGLA RANGO-TAMAÑO APLICADA A SISTEMAS DE CIUDADES DESEQUILIBRADOS.

Juan José NATERA RIVAS.
Departamento de Geografía.
Universidad de Málaga.

RESUMEN: Como es sabido el empleo de un ajuste no logarítmico para el cálculo del valor de la pendiente y de la población de la ciudad mayor en la regla rango-tamaño es superior al ajuste logarítmico cuando hay exceso de ciudades pequeñas. En las páginas que siguen tratamos de mostrar que en el caso de estudiar sistemas de ciudades afectados asimismo por altos índices de primacía, el ajuste nlog. es muy superior al log., hasta el punto de hacer desaconsejable el uso de éste último.

ABSTRACT: As is known, the use of a non logarithmic calibration is better than a logarithmic one when a small-city byas is present. We try to demostrate that, when studying system of cities with both small-city byas and high levels of primacy a log calibration may be not useful.

INTRODUCCIÓN.

A la hora de estudiar un sistema de ciudades, uno de los métodos más utilizados para realizar una aproximación al mismo consiste en la aplicación de la Regla Rango-Tamaño. Esta tiene por función poner de manifiesto los posibles desequilibrios existentes en el tamaño de las ciudades que conforman el sistema, y se basa en la relación que hay entre el tamaño de una ciudad y el lugar que ésta ocupa en el conjunto de ciudades ordenado por tamaño de población. Bajo la conformidad con la regla r-t subyace una multiplicidad de relaciones entre las ciudades que conforman el sistema, de forma que cuando estas interdependencias aumentan, sistemas en origen desequilibrados van tendiendo paulatinamente hacia la conformidad r-t (Racionero, 1986). Sus resultados son pues muy representativos del nivel de relaciones económicas alcanzado en el conjunto de ciudades, máxime si se considera a éste más como incitador de tales relaciones que como mero derivado (RACIONERO, 1986).

Por ello, la calidad de los valores resultantes de la aplicación de la Regla, especialmente los relativos a la pendiente de la recta, es fundamental a la hora de su interpretación. Los párrafos que siguen contienen algunas consideraciones relativas a su calidad, entendida como fiabilidad, cuando los estudiados son sistemas con altos niveles de primacía y peso moderado de las ciudades pequeñas.

Calibraciones logarítmica y no logarítmica.

La formulación comúnmente empleada en la regla r-t es la exponencial

$$Pr = P1/r^q$$

muy flexible y por ello muy utilizada, especialmente reformulada como

$$\log Pr = \log P1 - q \log r$$

donde Pr es la población de una ciudad de rango r, P1 la población de la ciudad mayor y q el parámetro que define la pendiente de la recta.

Con ella se trata de mitigar la influencia que las ciudades primadas ejercen sobre el resto del sistema, al ajustar la pendiente de la recta -y consecuentemente la población de la ciudad mayor- por mínimos cuadrados.

Sin embargo, el cálculo de los valores de la pendiente de la recta y de la población esperada para la ciudad más grande pueden verse distorsionados al utilizar este ajuste logarítmico cuando existe un excesivo número de ciudades pequeñas -que por lo general sólo suelen suponer un porcentaje reducido de la población total- por la necesidad de recurrir a los logaritmos de las poblaciones. El problema se agrava desde el momento en que en algunos países se consideran urbanos a los asentamientos con 2.000 habitantes o más, por lo que las ciudades pequeñas alcanzan en estos casos un fuerte peso.

Para obviar esta circunstancia, se ha propuesto un método de cálculo alternativo (NADER, 1984), que utiliza los datos de población directamente, sin acudir a conversión alguna. Sobre la base de que la población esperada debe ser igual a la observada, y para un valor q determinado, la población de la ciudad mayor puede calcularse con:

$$P_1 = \frac{\sum_r P_r}{\sum_r \frac{1}{r^q}} \; Si \; \sum P_r = \sum P_r'$$

con lo que la regla r-t puede reformularse así:

$$P_r = \frac{\sum_r P_r}{r^q \cdot \sum_r \frac{1}{r^q}} \quad Si \sum P_r = \sum P'_r$$

Lo que esta formulación alternativa propone pues es una redistribución del total de población entre las ciudades existentes, manteniendo el monto global. De esta forma, al realizar los cálculos del ajuste no logarítmico la población total que resulta se separa en un porcentaje mínimo de la de partida, mientras que la resultante del ajuste logarítmico lo hace en cifras significativas, como más adelante veremos.

Para calibrar qué pendiente del método alternativo se ajusta más a la distribución real, el autor propone acudir a la sumatoria del cuadrado de las diferencias entre la población esperada para cada ciudad y la observada (SSD). No obstante, el resultado total de este método varía en relación directa con el número de ciudades presentes. Por ello, para comparar la bondad de los ajustes en distintos momentos propone otro método, adimensional, calculado mediante la fórmula

$$C = \frac{\sum (P_r - \overline{P_r})^2 - \sum (P_r - P'_r)^2}{\sum (P_r - \overline{P_r})^2}$$

y que en esencia es el mismo que se utiliza para el cálculo de R^2 en los ajustes logarítmicos. Por otro lado, permite además confrontar los ajustes logarítmico y no logarítmico en relación con una determinada distribución real.

Si el ajuste nlog. posee siempre una precisión al menos igual, o mayor que la del log., y la diferencia entre ambos se basa en la distorsión que un exceso de ciudades pequeñas crean, es lógico suponer que cuanto mayor sea el peso de estas ciudades, más importante será la diferencia en el resultado del valor de la pendiente de la recta y la población de la ciudad mayor de ambos ajustes; consecuentemente la diferencia entre la bondad del ajuste con respecto a la distribución real de ambos métodos debe ser también mayor, a favor del nlog.

Como paso previo antes de entrar en las diferencias derivadas de un exceso de peso de las ciudades pequeñas, hemos calculado las pendientes con ambos ajustes para una distribución totalmente regular, y por lo tanto teórica, para ver el comportamiento de los dos métodos. Hemos supuesto una población de la ciudad más grande de 2.500.000 habitantes, integrada en un sistema de 100 ciudades. La población de las mismas la hemos calculado dividiendo esta P1 entre el rango, de forma que la distribución resultante es totalmente regular. A ella hemos aplicado ambos ajustes con los siguientes resultados. Los valores q resultan ser en ambos casos 1, como era de esperar, pero las diferencias surgen en el valor C de calibración y en el total de población predicho por los métodos. El valor C log es de 0.9999999998, mientras que el nlog es 1. Y la población total derivada del ajuste log se separa en un exceso del 0.00114% de la real, mientras que la nlog sólo lo hace, por defecto, en un 0.00034%. Por ello, incluso contando con una distribución regular hay diferencias a favor del ajuste nlog, aunque lógicamente despreciables, por lo que sería indistinto el uso de uno u otro. Pero al alejarnos de esta situación hipotética las diferencias entre ajustes se van ensanchando.

APLICACIÓN A SISTEMAS DE CIUDADES DESEQUILIBRADOS.

Los datos empíricos que vamos a utilizar están referidos al subsistema que conforman las ciudades del Noroeste Argentino (provincias de Catamarca, Jujuy, Salta, Santiago del Estero y Tucumán), tomados de los Censos de población ejecutados desde el año 1.947 hasta el de 1.991. Dado que el número de ciudades -considerando como tales los asentamientos con 2.000 o más habitantes- ha variado en este lapso de tiempo, primero hemos comprobado que el número de ciudades no influye en el valor de las pendientes de las rectas. A partir de los resultados derivados de calcular regresiones lineales tomando como variable independiente el número de ciudades y como dependiente los valores q, podemos considerar que no hay relación en la mayor parte de los casos entre el número de ciudades consideradas y la pendiente de la recta. A nivel provincial, los valores R^2 que obtenemos son de 0.0077 para el ajuste nlog y de 0.0215 para el log. A nivel regional los bajos valores de correlación se mantienen para los valores q nlog -R^2 de 0.2318-, pero sí parece haber una correlación significativa tomando como variable dependiente los valores q log. R^2 vale en este caso 0.8948, pues la pendiente se va incrementando conforme aumenta el número de ciudades.

El peso que las ciudades pequeñas, considerando tales las comprendidas entre los 2.000 y los 5.000 habitantes, lo hemos estimado mediante la relación que existe entre un 1% del peso que sobre el total del número de ciudades del NOA tienen y un 1% que sobre el total de población del NOA engloban; dividimos por tanto el porcentaje de población entre el porcentaje numérico. Los resultados son:

CENSO	1.947	1.960	1.970	1.981	1.991
PESO	0.2930	0.2485	0.1990	0.1703	0.1400

Fte: I.N.D.E.C.
Elaboración propia.

números indicativos de que el monto de población de las ciudades pequeñas ha experimentado una reducción importante en relación al peso numérico que éstas suponen en el NOA.

Las diferencias en el parámetro de ajuste C se van reduciendo paulatinamente, pasando de un 0'67 en 1.947 a un 0'008 en 1.991; y como hemos visto, el peso que la población de las ciudades pequeñas tiene en relación con el porcentaje numérico que están suponen en el NOA ha bajado también desde 1.947. Hemos realizado una regresión lineal, tomando como variable independiente esta relación y como dependiente las diferencias C, resultando un valor de R^2 de 0.95, indicativo de una alta correlación entre el descenso en la importancia de estas ciudades pequeñas y las diferencias entre la significación de ambos ajustes. Por ello parece claro que el ajuste nlog es más preciso cuanto más peso tienen las ciudades pequeñas. Las diferencias en los resultados de la pendiente de la recta varían más por ello cuanto mayor peso suponen este tipo de ciudades en el total regional. Como ya hemos indicado, las diferencias oscilan entre el 0'067 de 1.947 y el 0'008 de 1.991, reduciéndose éstas progresivamente en el intervalo entre ambos Censos, apareciendo el ajuste nlog. en todos los casos como más fiable que el log. (tabla 1).

TABLA 1
Indicadores de la precisión de los ajustes log y nlog.

Censo	R2 log	C log	SSD nlog	C nlog
1.947	0.9789	0.92085	488583180	0.98846
1.960	0.9916	0.95245	377990543	0.99578
1.970	0.9925	0.96711	894447225	0.99123
1.980	0.9954	0.98965	2976889028	0.99123
1.991	0.9910	0.96034	18891102286	0.9688

Fte: I.N.D.E.C.
Elaboración propia.

Las conclusiones sobre el subsistema considerado que podrían derivarse de la interpretación de unos u otros valores q que los ajustes arrojan pueden pues variar considerablemente (tabla 2).

Tabla 2

Valores q para ajustes logarítmico y no logarítmico.

Censo	1947	1960	1970	1980	1991
log	1.047	1.062	1.148	1.194	1.221
nlog	1.201	1.166	1.210	1.185	1.157

Fte: I.N.D.E.C.
Elaboración Propia.

El ejemplo de 1.947 puede ser bastante claro. La pendiente de la recta que el ajuste log arroja es de 1'047, lo que debería ser interpretado como que el sistema se ajusta muy bien a lo supuesto por la regla r-t, sin que existieran desequilibrios por parte de sobrepesos de las ciudades grandes o de las pequeñas. No obstante, el valor que el parámetro q tiene según el método nlog es de 1.201, indicativo ya de un ligero sobrepeso de las ciudades mayores del subsistema, de un menor cumplimiento de la regla r-t.

Pero las ventajas del ajuste nlog con respecto al log aumentan cuando los estudiados son sistemas con altos índices de primacía. Para ejemplificar esto hemos acudido al subsistema que conforman las ciudades de la provincia de Catamarca en 1.991. En él, las ciudades pequeñas tienen un peso muy reducido; calculado como hemos visto arriba, éste es de sólo 0'06, mientras que el índice de primacía sube hasta el 83'54. El valor del parámetro q aplicando el ajuste log es de 1'49, que sube al 2'40 con el ajuste nlog. Este último es más fiable que el anterior, pues ostenta un valor C de 0'974951 frente al 0'678389 del log. Y en relación con los volúmenes de población predichos, el resultante del ajuste nlog se aparta, por defecto, en un 0'002% del total de población real, mientras que la población predicha por el ajuste logarítmico lo hace en un -28'186%.

Por último, cuando el peso de las ciudades pequeñas se combina con altos niveles de primacía los resultados de la aplicación de ambas calibraciones son aun más dispares. Para ejemplificar esto hemos acudido a la situación de la provincia de Santiago del Estero en 1.991. El porcentaje de población provincial que engloban las ciudades pequeñas es el 10'91, y su número supone el 60'86% del total de ciudades de la provincia; de estos números resulta un peso de las ciudades pequeñas del 0'179, siendo el índice de primacía de un 81'15. En esta situación, esto es, un muy alto nivel de primacía y un peso cercano al 20% de las ciudades pequeñas, las disparidades resultantes de la aplicación de uno u otro ajuste son muy importantes. En primer lugar, hemos de señalar que las diferencias en el total de las poblaciones esperadas son muy altas. La población esperada resultante del ajuste nlog es tan sólo inferior en un 0'002% con respecto de la población real, porcentaje que se dispara al -31'79 en el caso del ajuste logarítmico. La bondad de ambos ajustes se decanta abrumadoramente a favor del nlog, que arroja un valor C de 0.974338 frente al C log que es de sólo 0.586614, y las diferencias en el valor q son muy altas. q log vale 1.27, pero q nlog vale 2.43. La interpretación de ambas pendientes de la recta es pues totalmente distinta.

CONCLUSIONES.

La fiabilidad de los valores de los parámetros de la regla r-t es fundamental a la hora de una interpretación ajustada de los mismos. En las páginas precedentes hemos comprobado cómo los derivados de un ajuste no logarítmico se ajustan mejor a los datos reales, especialmente los relativos a los volúmenes de población. En las páginas precedentes hemos comprobado cómo el ajuste nlog aparece como mucho más fiable cuando la regla r-t es aplicada a sistemas de ciudades que presentan altos niveles de primacía, especialmente cuando éstos están combinados con un peso relativamente importante de las ciudades pequeñas; en este último caso, las diferencias en los valores de los parámetros son tan altas -especialmente el referido a la pendiente de la recta-que hacen incluso desaconsejable el uso del ajuste log.

REFERENCIAS.

NADER, G. A. (1.984): "The rank-size model: a non-logarithmic calibration" en *The professional geographer* Vol. 36 N 2, Mayo. Ed. Association of American Geographers. pp.221-227.

RACIONERO GRAU, L. (1.986): *Sistemas de ciudades y ordenación del territorio.* (3º edn.) Ed. Alianza Editorial.

VV.AA. (1.988): *Trabajos prácticos de geografía humana.* Ed. Síntesis.